

# TD Op2 : Formation des images en optique

## Questions de cours à savoir refaire

### Objets et images en optique

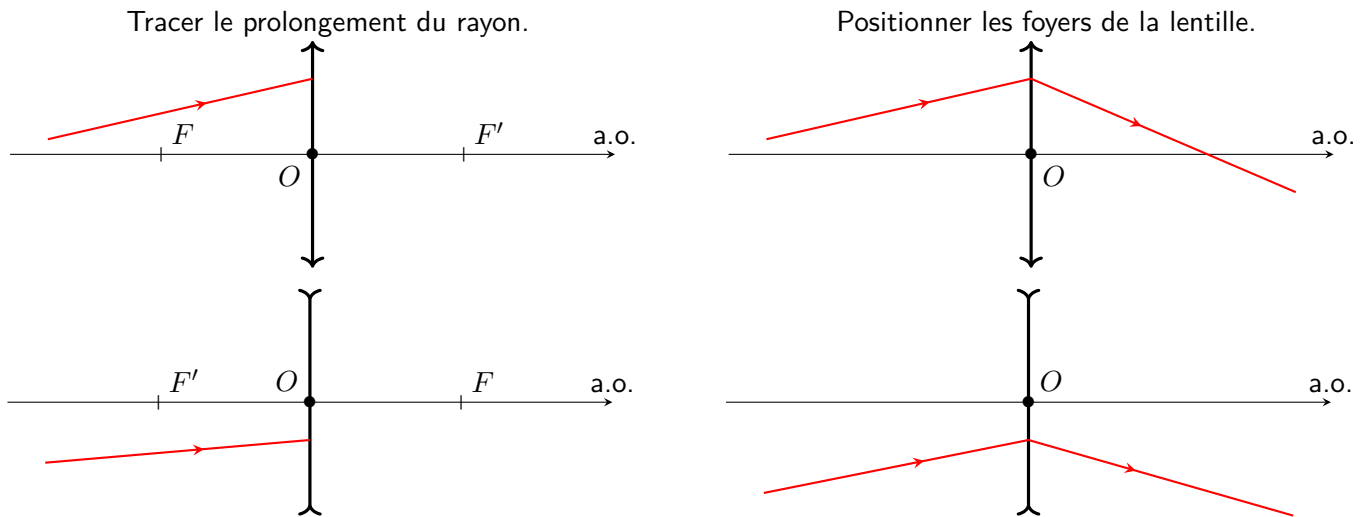
Définir un objet (ou une image) ponctuel ou étendu, réel ou virtuel. Notion de stigmatisme et d'aplanétisme.

### Lentilles minces

Énoncer les conditions de GAUSS et leur conséquences. Définir et construire les foyers (primaires et secondaires) objet et image pour des lentilles convergentes et divergentes. Définir les distances focales et la vergence. Connaître les trois rayons fondamentaux et construire l'image par une lentille d'un objet  $\overrightarrow{AB}$  réel ou virtuel (**six constructions** différentes). Connaître la relation de conjugaison de DESCARTES. Définir le grandissement transverse  $\gamma$  et l'exprimer en fonction des positions de l'objet  $A$  et de l'image  $A'$ .

### 1 Prolongement d'un rayon incident – lentille sans foyers

À l'aide de la méthode du rayon auxiliaire ou de l'objet auxiliaire :



### 2 Manipulation des relations de conjugaison

1. Une lentille de focale  $f' = 10$  cm forme, sur un écran situé à 1,5 m de la lentille, l'image d'un objet réel de hauteur  $AB = 3,0$  cm. Déterminer la position de l'objet par rapport à la lentille et la taille de l'image sur l'écran.
2. Lors d'une observation à l'œil avec une loupe, on souhaite grandir  $5\times$  un objet placé à 20 cm. Déterminer la position de l'image et la distance focale  $f'$  de la lentille.
3. À l'aide d'une lentille mince, on souhaite former une image réelle agrandie  $4\times$  d'un objet situé à 20 cm de la lentille. Déterminer la position de l'image et la distance focale  $f'$  de la lentille.
4. Une lentille mince donne une image droite de taille réduite d'un facteur  $1/5$  d'un objet réel situé à 60 cm avant son centre. Déterminer la position de l'image et la distance focale  $f'$  de la lentille.
5. (\*\*\*) Une lentille mince convergente donne d'un objet  $AB$  réel une image  $A'B'$  réelle deux fois plus grande. La distance  $AA'$  vaut 90 cm. Établir un système d'équations et déterminer les distances  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OA'}$  et  $f'$ .

### 3 Projection d'une image réelle sur un écran – règle $D \geq 4f'$

On considère un objet réel  $AB$  dont on souhaite projeter l'image sur un écran situé à une distance fixe  $D$  de l'objet (projecteur de cinéma par exemple). On dispose à cet effet d'une lentille de distance focale  $f'$ .

1. Faire un schéma. Doit-on utiliser une lentille conv<sup>te</sup> ou div<sup>te</sup>? On raisonnera sur les signes de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$ .
2. On positionne la lentille à une distance  $x$  de l'objet. Exprimer les distances  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  en fonction de  $x$  et  $D$  puis utiliser une relation de conjugaison pour établir une équation du second degré vérifiée par  $x$ .

3. En déduire une condition sur  $D$  et  $f'$  pour que cette équation admette des solutions réelles puis donner les expressions des positions possibles en fonctions de  $D$  et  $f'$ .
4. Donner l'expression du grandissement transverse  $\gamma$  en fonction de  $D$  et  $x$ . Pour quelle position l'image est-elle agrandie? Rétrécie?

**Miroir plan**

Construire l'image d'un objet ponctuel réel ou virtuel par un miroir plan. Établir la relation de conjugaison.

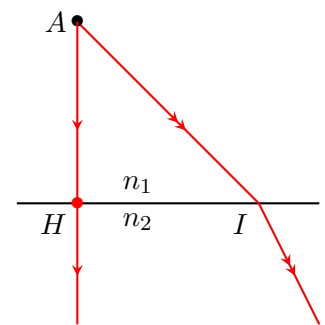
**Exercices**

**4 Champ de vision dans un miroir (\*)**

Quelle est la taille minimale et à quelle hauteur faut-il placer un miroir dans lequel une personne de taille  $h$  peut se voir en entier? On assimilera le corps à un segment vertical  $TP$  contenant la position  $O$  de l'œil. La distance à laquelle est positionné le corps est-elle importante? A.N.  $h = 1,8$  m et  $TO = 10$  cm.

**5 Stigmatisme approché du dioptre plan (\*\*)**

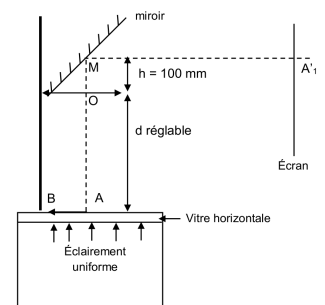
On considère un dioptre plan ( $\Pi$ ) séparant deux MLTHI d'indices  $n_1$  et  $n_2$  pour la longueur d'onde considérée. On considère un objet ponctuel  $A$  placé à une distance  $HA$  du dioptre, où  $H$  est le projeté orthogonal de  $A$  sur ( $\Pi$ ).



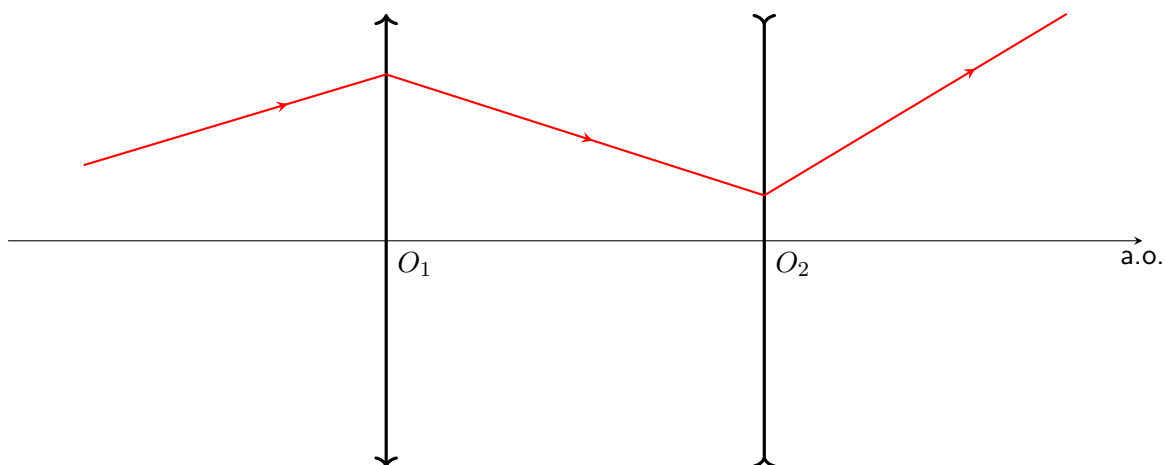
1. Déterminer la position de l'intersection  $A'$  des prolongements des rayons.
2. Établir l'expression mathématique de  $HA'$  en fonction de  $HA$ ,  $i$  et  $r$  puis en fonction de  $i$  uniquement.
3. Que devient cette expression lorsque  $i$  est "petit"?  
On fera l'approximation  $\sin i \simeq i$  et  $\sin r \simeq r$ .

**6 Étude d'un rétroprojecteur (\*)**

Un rétroprojecteur est constitué d'une lentille convergente de projection  $L$  de distance focale  $f' = 30$  cm et d'un miroir plan incliné à  $45^\circ$  et placé à 10 cm de  $L$ . On suppose que  $d = 35$  cm et  $AB = 10$  cm. Déterminer la distance  $D = MA'_1$  et la dimension  $A'_1B'_1$  de l'image sur l'écran .



**7 Étude graphique d'un doublet (\*\*)**



Trouver graphiquement la position des foyers principaux objet et image de chaque lentille par construction géométrique. Définir et déterminer graphiquement le foyer principal objet et image de l'ensemble.

## 8 Lentilles accolées (\*)

On considère deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ , de même axe optique, de centres  $O_1$  et  $O_2$  et de focales  $f'_1$  et  $f'_2$ .

En considérant les images successives  $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$  et en appliquant les relations de conjugaison, montrer que deux lentilles accolées  $O_1 = O_2$  sont équivalentes à une unique lentille de vergence  $V_{\text{eq}} = V_1 + V_2$ .

## 9 Analyse d'un doublet accolé achromatique (\*\*)

Le système étudié est une lentille convergente  $L$  obtenue par association d'une lentille convergente  $L_c$  accolée à une lentille divergente  $L_d$ . On raisonne en ne considérant que deux longueurs d'ondes  $\lambda_B$  et  $\lambda_R$ , respectivement bleu et rouge. On dispose de deux types de verres notés 1 et 2, de compositions chimiques différentes, dont les indices optiques moyens sur le spectre visible sont  $n_1$  et  $n_2$ , avec une variation  $dn_1$  et  $dn_2$  entre  $\lambda_B$  et  $\lambda_R$ . La lentille divergente est réalisée dans le matériau 1, la convergente dans le matériau 2. Données :  $V_c = 5\delta$ ,  $V_d = -3\delta$ ,  $n_1 = 1,55$  avec  $dn_1 = -0,016$ ;  $n_2 = 1,60$  avec  $dn_2 = -0,010$ .

1. Quelle est la vergence de l'association ? Quelle est la nature de la lentille équivalente ?
2. On admet que chacune des vergences est proportionnelle à  $(n - 1)$  :  $V = K(n - 1)$  où  $K$  ne dépend que de la géométrie de la lentille. En déduire la variation relative  $dV/V$  en fonction de  $dn$  et  $n$ .
3. Quelle est la variation de vergence de  $L_c$  ? Quelle distance sépare les foyers rouge et bleu de  $L_c$  ?
4. Déterminer la variation de vergence de  $L_d$  puis en déduire celle de l'association  $L_c + L_d$ . Commenter.
5. Quelle distance sépare les foyers bleu et rouge de la lentille équivalente ? Conclure.

## 10 Agrandisseur/réducteur d'image pour photocopieur (\*\*\*)

On étudie un système de projection et de reproduction des documents. L'original, situé dans le plan  $P$ , est considéré comme l'objet et un système optique en forme une image, sur une vitre plane dans le plan  $P'$  parallèle à  $P$ . La distance  $D$  séparant les deux plans parallèles  $P$  et  $P'$  est fixée :  $D = 0,427\text{m}$ .

1. Pour obtenir une image de même taille que l'objet, peut-on utiliser une unique lentille ? Convergente ou divergente ? Préciser sa position et sa distance focale. Faire un schéma en traçant au moins 2 rayons.

On utilise en réalité un ensemble de deux lentilles : une lentille  $L_1$  convergente et une lentille  $L_2$  divergente.  $L_1$  est située à  $d = 20\text{cm}$  de  $P$  et  $L_2$  à  $d = 20\text{cm}$  de  $P'$ . On donne la distance focale de  $L_2$  :  $f'_2 = -10\text{cm}$ .

2. Déterminer la position  $\overline{O_2A_i}$  de l'image intermédiaire  $\overline{A_iB_i}$ , formée par  $L_1$  et objet de  $L_2$  :  $A \xrightarrow{L_1} A_i \xrightarrow{L_2} A'$ .
3. Que doit valoir  $f'_1$  afin que  $A_i$  soit l'image d'un objet  $A$  dans  $P$  ? En déduire le grandissement  $\gamma$  de l'ensemble.
4. Proposer une association donnant le grandissement  $1/\gamma$ .

On remplace la lentille  $L_1$  par une association de deux lentilles accolées :  $L_2$  et  $L_3$ .

5. Déterminer  $f'_3$ . Montrer qu'une association formée de deux lentilles fixes  $L_2$  et d'une lentille mobile  $L_3$  permet d'obtenir les grandissements  $\gamma$  et  $1/\gamma$  par simple déplacement de  $L_3$ .