

# TD E1 : Circuits et dipôles électriques

## Questions de cours à savoir refaire

### Intensité du courant électrique, tension électrique, ARQS et lois de Kirchhoff

Définir un courant électrique, connaître l'expression mathématique de l'intensité d'un courant et quelques ordres de grandeur. Sens conventionnel du courant et choix arbitraire d'une orientation sur un circuit.

Potentiel électrique et tension électrique, ordres de grandeur. Notion de masse d'un circuit et prise de terre. Vocabulaire des circuits électriques : fil, nœud, branche, maille, dipôle, caractéristique courant-tension, ...

Principe de l'ARQS et condition d'application reliant fréquence, taille caractéristique et vitesse de la lumière. Lois de KIRCHHOFF : savoir appliquer la loi des mailles et la loi des nœuds.

### 1 Courant et mouvement des électrons

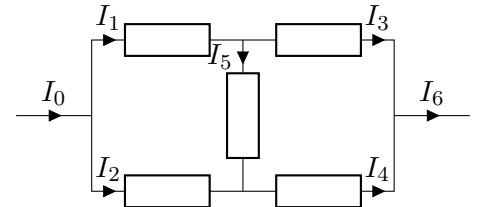
- Combien d'électrons passent par seconde dans un fil parcouru par un courant d'intensité  $I = 1$  A ?

On montre que le courant qui traverse un fil de section  $S$  est relié à la densité volumique de porteurs de charges  $n$  (en  $\text{m}^{-3}$ ), à leur charge  $q$  est à leur vitesse moyenne  $v$  :  $I = nqvS$ .

- Quelle est la vitesse des électrons dans un fil de cuivre ( $\rho_{\text{Cu}} = 8,96 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et  $M_{\text{Cu}} = 63,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) de section  $S = 1 \text{ mm}^2$  parcouru par un courant  $I = 1$  A. Pour déterminer  $n$ , on supposera qu'un atome de cuivre fournit un électron de conduction.

### 2 Application de la loi des nœuds

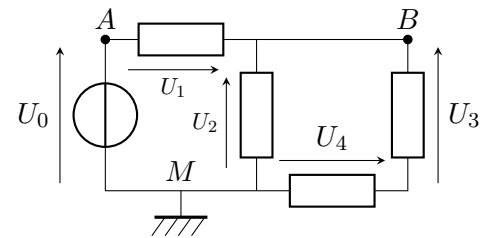
Dans le circuit ci-contre, on mesure  $I_0 = 4$  A,  $I_1 = 1$  A et  $I_4 = 2$  A. Déterminer les intensités  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_5$  et  $I_6$ .



### 3 Application de la loi des mailles

Dans le circuit ci-contre, on mesure  $U_0 = 5$  V,  $U_2 = 1$  V et  $U_3 = 3$  V.

- Déterminer les tensions  $U_1$  et  $U_4$ .
- Déterminer les potentiels  $V_A$  et  $V_B$ .



### Puissance en électricité

Convention d'orientation récepteur ou générateur. Puissance reçue ou cédée (fournie). Énergie reçue ou cédée.

### Dipôles usuels en électricité

Caractéristique et puissance reçue par un résistor. Caractéristique des générateurs idéaux de tension et de courant. Générateurs réels, modèles de THÉVENIN et NORTON.

### 4 Alimentation d'une lampe

On souhaite alimenter une lampe de puissance  $\mathcal{P} = 100$  W, assimilable à une résistance  $R$ , en la branchant au réseau électrique, imposant une tension  $E = 170$  V à ses bornes.

- Déterminer la valeur de la résistance  $R$  et l'intensité  $I$  du courant qui traverse la lampe.

### 5 Bilan d'alimentation d'un résistor par un générateur réel

Un générateur réel, de f.e.m.  $E$  et de résistance interne  $r$ , alimente un résistor de résistance  $R$ .

- Faire un schéma du circuit électrique puis déterminer l'expression du courant  $I$  (point de fonctionnement).
- En déduire la puissance  $\mathcal{P}_{\text{gén.}}$  fournie par la f.e.m. du générateur, la puissance  $\mathcal{P}_r$  dissipée par la résistance interne et la puissance  $\mathcal{P}_R$  reçue par le résistor. Quelle relation peut-on écrire entre ces trois puissances ?

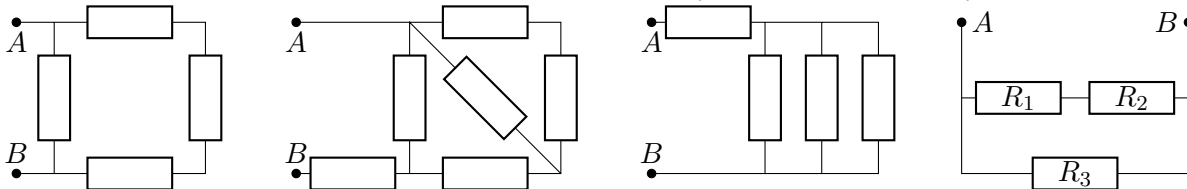
- A.N. pour une pile AA :  $E = 1,5 \text{ V}$ ,  $r = 3 \Omega$  et  $R = 12 \Omega$ .
- Bonus (\*\*\*) : le générateur étant donné, pour quelle valeur de  $R$  la puissance reçue par le résistor est-elle maximale ? Que valent alors la puissance reçue et la tension aux bornes du résistor ? Quelle proportion de la puissance fournie est alors reçue par le résistor ?

### Méthodes en électricité

Mise en série et en parallèle de résistors et de générateurs (courant ou tension, idéaux ou réels).  
Ponts diviseurs de tension et de courant. Équivalence de la représentation de THÉVENIN et NORTON.

### 6 Résistances équivalentes

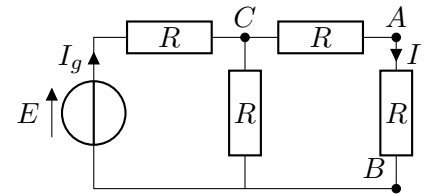
Déterminer la résistance équivalente des dipôles suivants (compris entre A et B).



### 7 Ponts diviseurs de tension et de courant

On donne  $E = 12$  et  $R = 50 \Omega$ .

- À l'aide de deux diviseurs de tension successifs, exprimer  $U_{AB}$  en fonction de  $U_{CB}$  puis déterminer  $U_{CB}$  en fonction de  $E$  après avoir déterminé une résistance équivalente.
- Déterminer l'intensité  $I_0$  délivrée par la f.e.m puis établir l'expression de l'intensité  $I$  à l'aide d'un diviseur de courant.



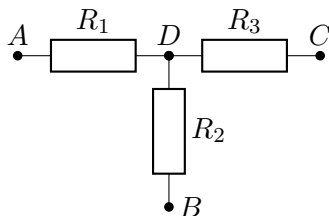
## Exercices

### 8 Électrolyse (\*)

On électrolyse une solution de nitrate d'argent  $\text{AgNO}_3$  : la cathode fixe des atomes d'argent, qui résultent de la capture d'un électron par des ions  $\text{Ag}^+$  de la solution. Dans les conditions de l'expérience, on recueille 108 g d'argent sur la cathode en faisant passer une charge  $Q = 96500 \text{ C}$  entre les électrodes. Quelle durée  $\tau$  permet de fixer 10 g d'argent à la cathode, sous un courant d'intensité  $I = 5 \text{ A}$  ?

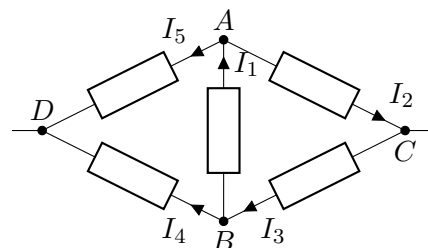
### 9 Loi des nœuds en termes de potentiels : théorème de Millman (\*\*)

En partant de la loi des nœuds et de la loi d'Ohm, exprimer le potentiel au nœud D en fonction des potentiels en A, B et C et des résistances. On pourra introduire les courants  $I_1, I_2$  et  $I_3$ .



### 10 Loi des nœuds et loi d'Ohm (\*)

Toutes les résistances sont identiques et de valeur  $R = 100 \Omega$ . On donne  $I_3 = 8 \text{ A}$ ,  $I_4 = 10 \text{ A}$  et  $I_5 = 5 \text{ A}$ . Déterminer  $I_1, I_2, U_{AB}, U_{AC}$  et  $U_{BD}$ .



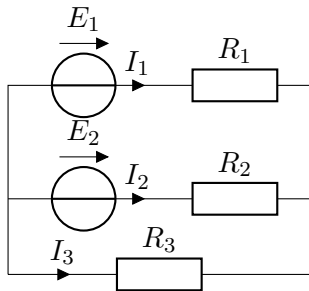
### 11 Durée de vie d'une batterie (\*\*)

Une batterie de voiture est modélisée par un générateur réel de f.e.m.  $E_0 = 12 \text{ V}$ , d'intensité de court-circuit  $I_0 = 800 \text{ A}$  et de résistance interne  $r$ . Le constructeur précise que la batterie possède une charge ou "capacité" de 85 A.h. Cette batterie sert à alimenter une résistance de charge  $R$ .

1. Que vaut la charge électrique  $Q$  contenue dans la batterie ? En déduire l'énergie  $\mathcal{E}$  qu'elle peut délivrer si elle se décharge complètement.
2. Établir l'expression puis calculer la valeur de la résistance interne en fonction de  $E_0$  et  $I_0$ .
3. Établir l'expression du courant  $I$  débité par la batterie à travers la résistance  $R$ .
4. Pour quelle valeur de  $R$  la puissance  $\mathcal{P}_R$  reçue par la résistance de charge est-elle maximale ? En déduire l'intensité du courant délivré par la batterie dans cette situation.
5. En supposant que la batterie puisse fournir durablement sa puissance maximale, combien de temps peut-elle fonctionner ainsi ?

**12 Deux générateurs réels (\*\*)**

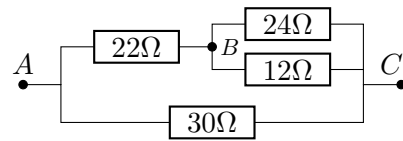
On donne  $E_1 = 24 \text{ V}$ ,  $E_2 = 32 \text{ V}$ ,  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 4\Omega$  et  $R_3 = 50\Omega$ . À l'aide de lois des mailles, établir puis résoudre un système vérifié par  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$ .



**13 Tensions et intensités (\*)**

On donne  $U_{AC} = 30 \text{ V}$ . Déterminer

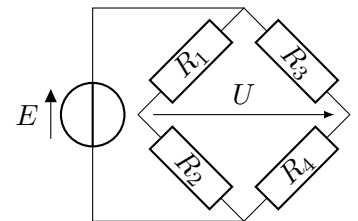
1. la résistance équivalente, vue entre  $A$  et  $C$ ,
2. la valeur de la tension  $U_{BC}$ ,
3. les intensités dans chaque résistance,



**14 Équilibre d'un pont de Wheatstone (\*\*)**

Le pont de WHEATSTONE est un circuit comportant quatre résistors de résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  formant un carré et alimenté par un générateur de tension. Ce pont est utilisé pour mesurer avec précision la valeur d'une résistance inconnue (par ex.  $R_4$ ) : en modifiant une résistance réglable (par ex.  $R_1$ ), on modifie la valeur de la tension  $U$ . Lorsque celle-ci est nulle, on dit que le pont est équilibré et il existe une relation simple entre les quatre résistances.

1. Déterminer les expressions de tous les courants en fonctions de  $E$  et des résistances. En déduire l'expression des tensions  $U_1$  et  $U_3$  aux bornes de  $R_1$  et  $R_3$ .
2. Retrouver ce résultat à l'aide de la formule du diviseur de tension.
3. Montrer que  $U = E \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$ .
4. Déterminer la relation entre les résistances lorsque le pont est à l'équilibre ( $U = 0$ ).



**15 Transport de l'électricité (\*)**

Afin d'illustrer l'intérêt du transport à haute tension, on considère un poste de distribution électrique, assimilé à un générateur idéal de tension  $E$ , qui alimente une ville, assimilée à une résistance  $R$ , en fournissant une puissance électrique  $\mathcal{P} = 100 \text{ MW}$ . On note  $r$  la résistance de la ligne électrique de distribution.

1. Faire un schéma électrique de la situation puis déterminer l'expression de l'intensité  $I$  du courant distribué en fonction de  $E$ ,  $r$  et  $R$ .
2. Déterminer les courants  $I_1$  et  $I_2$  correspondant aux tensions  $E_1 = 400 \text{ kV}$  (THT) et  $E_2 = 50 \text{ kV}$  (HT).

La résistance  $r$  d'un câble de longueur  $\ell$ , de section  $S$  et constitué d'un matériau de résistivité  $\rho$  s'exprime  $r = \frac{\rho \ell}{S}$ . Le matériau utilisé pour les câbles de transport est un alliage d'aluminium, préféré au cuivre pour sa légèreté et son moindre coût. Sa résistivité vaut  $\rho = 26 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$ .

3. Déterminer la résistance  $r$  d'un câble de longueur  $\ell = 100 \text{ km}$  et de section  $S = 5 \text{ cm}^2$ .

Le rendement  $\eta$  du transport d'électricité est défini comme le rapport entre la puissance utile disponible après transport sur la ligne et la puissance fournie par le poste de distribution.

4. Déterminer la puissance  $\mathcal{P}_r$  absorbée par le câble et en déduire le rendement  $\eta$  du transport d'électricité dans les deux cas.

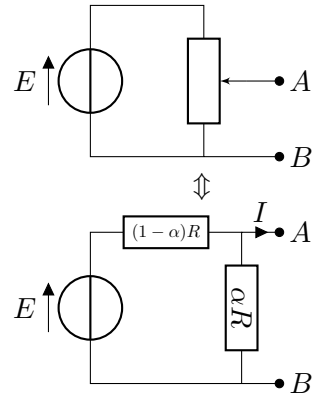
### 16 Résolution de problème : groupement de piles (\*\*\*)

On dispose de  $n$  piles identiques de f.e.m.  $E$  et de résistance interne  $r$ . On réalise le branchement en parallèle entre  $A$  et  $B$  de  $p$  dipôles, chacun constitué de  $q$  piles en série,  $(p, q) \in \mathbb{N}^2$ .

Déterminer  $p$  et  $q$  pour que l'intensité du courant circulant dans une résistance  $R$  branchée entre  $A$  et  $B$  soit maximale pour  $n = 24$ ,  $e = 1 \text{ V}$ ,  $r = 1 \Omega$  et  $R = 6 \Omega$ .

### 17 Générateur de Thévenin ajustable (\*\*)

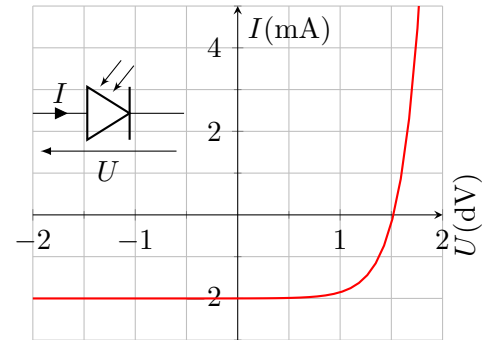
On réalise une source de tension réglable à l'aide d'un potentiomètre de résistance maximale  $R = 1 \text{ k}\Omega$  monté en diviseur de tension aux bornes d'une source idéale de tension de f.e.m.  $E = 10 \text{ V}$ . Le facteur  $\alpha$  du potentiomètre varie entre 0 et 1 selon la position du curseur de réglage.



1. Exprimer la forme électromotrice  $E_\alpha$  et la résistance interne  $r_\alpha$  du générateur équivalent entre les bornes  $A$  et  $B$  sous la forme  $U_{AB} = E_\alpha - r_\alpha I$ .
2. Pour quelle valeur de  $\alpha$  la résistance interne maximale? Quelle est alors la tension aux bornes du dipôle?
3. Calculer, lorsque la tension à vide délivrée par le dipôle est de 6 V, la chute de tension à ses bornes lorsqu'il débite un courant d'intensité 10 mA.
4. Pourquoi ne peut-on pas réduire cette chute de tension en utilisant un potentiomètre de quelques ohms seulement?

### 18 Étude de la photodiode (\*\*\*)

La caractéristique statique (régime stationnaire et convention récepteur) d'une photodiode est de la forme  $I(U) = I_0 \left[ \exp\left(\frac{U}{V_0}\right) - 1 \right] - I_\gamma$  où  $I_0 = 1 \mu\text{A}$ ,  $V_0 = 20 \text{ mV}$  et  $I_\gamma$ , appelé "photocourant", est proportionnel à la puissance lumineuse moyenne  $\phi$  reçue par la photodiode :  $I_\gamma = k\phi$  avec  $k = 0,50 \text{ A}\cdot\text{W}^{-1}$ .



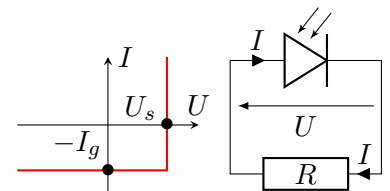
On trace ci-contre la caractéristique d'une photodiode soumise à une puissance lumineuse  $\phi = 4 \text{ mW}$ .

1. Déterminer, en fonction des grandeurs définies précédemment, l'expression de la valeur absolue  $I_A$  du courant que mesurerait un ampèremètre branché aux bornes de la diode. On considèrera un ampèremètre idéal dont la résistance interne est supposée nulle, le branchement correspondant alors à un court-circuit.
2. Déterminer l'expression du courant  $-I_g$  traversant la diode pour  $U \rightarrow -\infty$ . Comparer la valeur numérique de  $I_g$  à celle de  $I_A$  pour une puissance lumineuse  $\phi = 1 \text{ mW}$ . À partir de quelle valeur de  $\phi$  l'écart relatif entre les deux valeurs est-il de l'ordre de 10%?
3. Déterminer l'expression de la tension seuil  $U_s$  que mesurerait un voltmètre branché aux bornes de la diode puis calculer sa valeur pour  $\phi = 1 \text{ mW}$ . On considèrera un voltmètre idéal dont la résistance interne est supposée infinie, le branchement correspondant alors à un circuit ouvert.

On branche désormais un résistor de résistance  $R$  aux bornes de la photodiode.

4. Quelle autre relation peut-on établir entre  $U$ ,  $R$  et  $I$ ?

En raisonnant graphiquement, déterminer le point de fonctionnement  $(I, U)$  en fonction de  $R$ ,  $I_g$  et  $U_s$ . On identifiera deux comportements distincts selon la valeur de  $R$ , que l'on comparera à la valeur  $R_0 = U_s/I_g$ .



5. Déterminer l'expression puis représenter l'allure de la puissance  $\mathcal{P}(R)$  fournie par la photodiode en fonction de  $R$ ,  $U_s$  et  $I_g$ . On précisera l'expression de la puissance maximale  $\mathcal{P}_{\max}$  ainsi que la valeur de  $R$  pour laquelle elle est atteinte.
6. Calculer la valeur numérique de  $\mathcal{P}_{\max}$  et de la résistance correspondante pour  $\phi = 1 \text{ mW}$ .

On définit le rendement de conversion de la photodiode par le rapport  $\eta = \frac{\mathcal{P}_{\max}}{\phi}$ .

7. Exprimer  $\eta$  en fonction de  $U_s$ ,  $k$  et  $x = \frac{k\phi}{I_0}$ . Calculer la valeur numérique de  $\eta$  pour  $\phi = 1 \text{ mW}$ .
8. Dans la limite  $x \rightarrow \infty$  (flux lumineux très intense), que pensez-vous du modèle simplifié utilisé pour décrire la caractéristique? De manière plus générale, justifier que la caractéristique simplifiée surévalue le facteur  $\eta$ .