Chapitre On2 : **Ondes progressives et phénomènes ondulatoires**

Introduction

Les **phénomènes ondulatoires** se retrouvent dans de nombreux domaines de la physique : en mécanique (propagation d'une perturbation sur une corde tendue), en mécanique des fluides (vaguelettes à la surface d'un liquide), en thermodynamique (propagation d'un son dans un gaz), en électromagnétisme (ondes radio, lumière visibles, ...) et même en mécanique quantique (dualité onde-corpuscule et fonction d'onde).

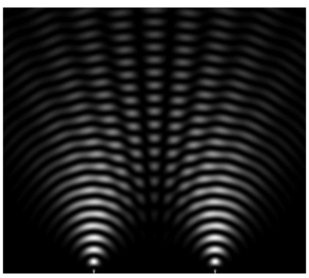
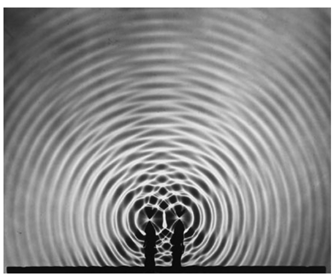
Dans ce chapitre nous nous intéresserons essentiellement aux caractéristiques de la propagation d'une onde, support d'un signal physique à transmettre ainsi qu'aux phénomènes purement ondulatoires que sont la diffraction et les interférences. Ces deux phénomènes surprenants ne sont possibles qu'avec des ondes progressives sinusoïdales et mettent en évidence des écarts notables à une théorie simplement mécanique de la progression.

Tous les résultats que nous établirons sont largement **transposables** aux différents domaines de la physique.

Objectifs du chapitre

- Étudier la propagation unidimensionnelle d'une onde progressive non dispersive à l'aide de sa célérité et du retard temporel.
- Décrire la double périodicité spatiale et temporelle pour une onde progressive sinusoïdale et utiliser le déphasage pour mesurer des longueurs.
- Appréhender le phénomènes d'interférences entre ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.
- Observer la diffraction à l'infini d'une onde par un obstacle de taille adaptée.

Capacités exigibles	Validé ?
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	
Écrire les signaux sous la forme $F(x-ct)$ ou $G(x+ct)$ et $f(t-x/c)$ ou $g(t+x/c)$.	
Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée, et l'évolution spatiale à un instant donné.	
Onde progressive sinusoïdale : phase, double périodicité spatiale et temporelle.	
Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.	
Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.	
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence. Déphasage.	
Exprimer les conditions d'interférences constructives et destructives.	
Diffraction à l'infini.	
Utiliser la relation $\sin(\theta) \simeq \frac{\lambda}{a}$ entre l'échelle angulaire θ du phénomène de diffraction et la taille caractéristique a de l'ouverture.	
Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.	

I Onde progressive

I.1 Définition et célérité de l'onde

Dans la suite du chapitre, on considérera des ondes unidimensionnelles en espace, $s(x,t)$, dépendant d'une coordonnée spatiale et du temps. Plus précisément, on s'intéressera à des ondes progressives qui se propagent dans un milieu **non absorbant** (pas d'atténuation) et **non dispersif** (pas de déformation, d'étalement).

Définition – Onde progressive (OP) et célérité

• Une **onde progressive** (OP) $s(x,t)$ est un modification locale et temporaire des propriétés d'un milieu qui a la particularité de se **propager** dans l'espace à la **célérité** c (en $\mathrm{m.s^{-1}}$) dans la direction $+x$ ou $-x$.
• Une fois l'onde passée, le milieu retrouve ses caractéristiques au repos : une OP ne modifie pas durablement le milieu dans lequel elle se propage. Par contre, elle transporte de l'**énergie** à travers le milieu.

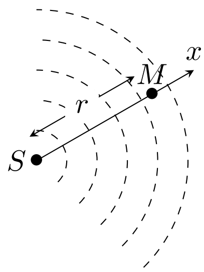
Odg : OEM $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2} = 3{,}00.10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Ondes sonores dans l'air $c = \sqrt{\gamma RT/M} \simeq 340\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Ondes sonores dans l'eau $c = (\chi\rho)^{-1/2} \simeq 1500\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Ondes sur une corde $c = \sqrt{T/\mu_\ell} \simeq 50\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Ondes à la surface de l'eau $c = \sqrt{gh} \simeq 10\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

Remarques :

— Dans un milieu non dispersif, la célérité ne dépend pas de la fréquence de l'onde qui s'y propage.

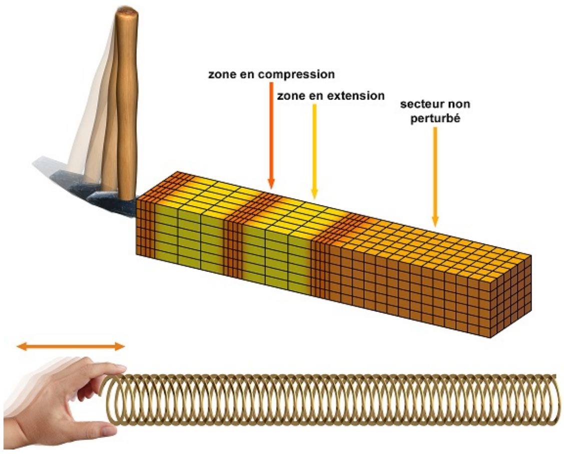
— La plupart des ondes nécessitent un milieu matériel pour se propager, on parle alors d'ondes mécaniques. Seules les ondes électromagnétiques et les ondes gravitationnelles peuvent se propager dans le vide.

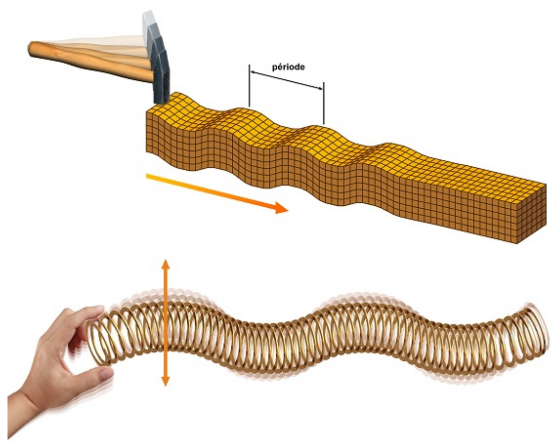
— Certaines ondes ne se propagent pas dans une unique direction mais plutôt de façon **circulaire** ou **sphérique** depuis leur source. Ex : ondes à la surface de l'eau. On peut généraliser les résultats de ce chapitre en considérant la longueur radiale $r = SM$ reliant la source S à un point M quelconque.



Définition – Onde transverse ou longitudinale

• Une onde sera dite **transverse** si la perturbation (le signal) est orthogonale à la direction de déplacement (donc x dans le chapitre). *Ex :* Déplacement transverse d'une corde secouée, déplacement transverse de l'eau dans une cuve à ondes ou sur un lac, onde EM.
• Une onde sera dite **longitudinale** lorsque la perturbation est dans la même direction que la propagation. *Ex :* ondes acoustiques dans les fluides, ondes élastiques dans les solides, ondes de compression dans un ressort.





Principe ou loi physique – Principe de propagation non atténuée

L'onde $s(x,t)$ présente en x à l'instant t se reproduit à l'identique en $x \pm d$ au bout d'un temps τ après avoir parcouru une distance $d = c\tau$: $\boxed{s(x,t) = s(x \pm d, t+\tau).}$ C'est le principe de **propagation non atténuée**.

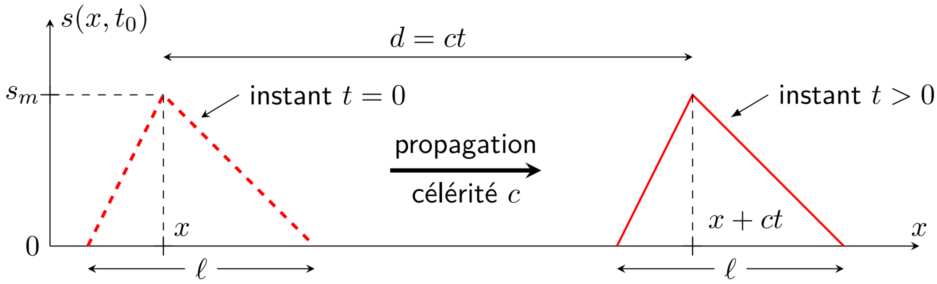
I.2 Approche graphique de la propagation

Définition – Profil à l'instant t et signal mesuré en x

• On appelle **profil de l'onde à un instant donné** t_0 la représentation graphique en fonction de l'espace x de l'onde $s(x, t_0)$ à l'instant t_0. Cela revient à prendre une **photographie** de l'onde.
• On appelle **signal mesuré en un point** x_0 la représentation graphique en fonction du temps t de l'onde $s(x_0, t)$ mesurée en un point x_0. Cela revient à prendre **acquérir un signal** à l'aide d'un capteur placé en x_0.

2.a Déplacement spatial du profil en fonction du temps

On considère une onde quelconque, par exemple le déplacement transversal $s(x,t)$ d'une corde, de forme triangulaire asymétrique d'amplitude maximale s_m et de largeur ℓ, tracé en fonction de x à des instants donnés. On parle de **profil de l'onde**.



Méthode – Principe de propagation

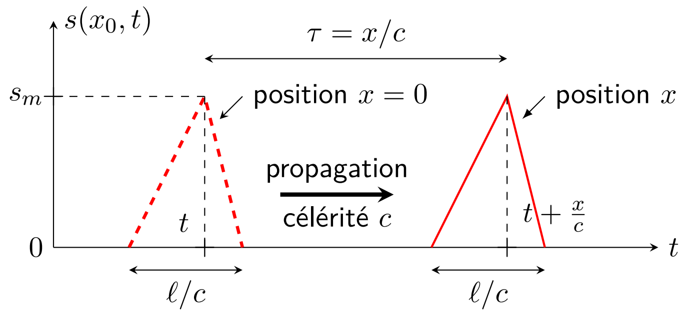
L'onde ne se déforme pas, il s'agit donc simplement de reproduire le profil centré au bon endroit en déterminant la **distance parcourue**. Au cours d'une durée t, l'onde parcourt une distance $d = ct$. Le principe de propagation donne $s(x, t = 0) = s(x + ct, t)$. ⚠ le signe change selon le sens de propagation.

2.b Retard temporel du signal en fonction de la position du capteur

Expérience ou animation – *Mesure de la célérité par temps de vol*

À l'aide de deux microphones séparés d'une distance d, on fait l'acquisition des deux signaux mesurés lors d'un "clap". En mesurant le retard temporel τ entre les deux signaux, on en déduit $c = \dfrac{d}{\tau}$.

On considère toujours le déplacement transversal $s(x,t)$ d'une corde, de même forme que précédemment. On souhaite tracer le déplacement de la corde en fonction de t, mesuré en deux positions données. Il s'agit donc de **signaux**.
Son amplitude maximale vaut toujours s_m. Pour un profil de largeur ℓ, la durée au cours de laquelle le signal sera mesuré en un point vaudra ℓ/c.



Méthode – Principe de propagation

L'onde ne se déforme pas, il s'agit donc simplement de reproduire le signal centré au bon moment en déterminant le **retard accumulé**. L'onde met une durée $\tau = x/c$ pour parcourir une distance x. Le principe de propagation donne $s(x = 0, t) = s\left(x, t + \frac{x}{c}\right)$. ⚠ le signe change selon le sens de propagation.

2.c De la représentation spatiale à la représentation temporelle

Expérience ou animation – *Profil et signal d'une onde progressive*

`http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/evolution_temporelle.php`

Méthode – Représentation graphique : profil et signal

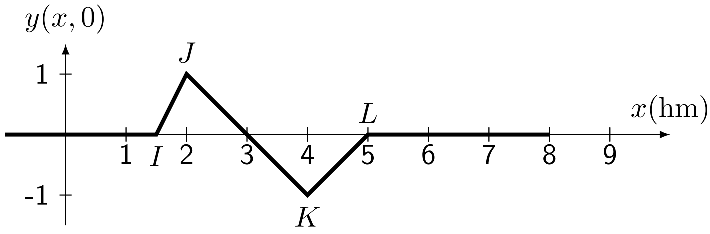
Connaissant le profil à un instant t ou le signal mesuré en un endroit x, on peut reconstituer le second.

- La forme générale n'est pas modifiée, en particulier l'amplitude.
- Par rapport au profil spatial, le signal temporel est "comprimé" d'un facteur c : la durée temporelle τ d'un profil de longueur d vaut $\tau = d/c$ et réciproquement.
- Pour une OP⊕, l'allure est "renversée" : la partie la plus en avant (à droite du profil) sera mesurée en premier (à gauche du signal). Il n'y a pas de renversement pour une OP⊖.

Il s'agit ensuite de déterminer les positions ou instants des points particuliers de l'onde (début, fin, maximum) pour retracer la courbe souhaitée.

Exemple ou exercice d'application – *Étude d'une vague*

On considère une vague $y(x,t)$ se propageant sans déformation à la célérité $c = 20\ \mathrm{km.h^{-1}}$ selon la direction et le sens de l'axe Ox. À l'instant $t_0 = 0$, le profil de l'onde a l'allure suivante (on rappelle $1\mathrm{hm} = 10^2\mathrm{m}$).



1. Dessiner un schéma du profil à $t = 1,5$ min.
2. À quel instant l'onde arrive-t-elle au point A d'abscisse $x_A = 2,0$ km ?
3. On place un détecteur fixe à l'abscisse $x_D = 1,4$ km. Tracer l'allure, en fonction de t, de $y(x_D, t)$.
4. Déterminer la durée de la perturbation.

2.d Expression mathématique générale d'une onde progressive – principe de propagation

- Pour une OP⊕, l'onde qui se trouve en x à l'instant t se trouvait en $x_0 = 0$ à l'instant $t_0 = t-\dfrac{x}{c}$. La durée nécessaire pour parcourir la distance x à la célérité c vaut $\tau = \dfrac{x}{c}$. On peut écrire $\boxed{s(x,t) = s(x_0,t_0) = s\left(0, t-\dfrac{x}{c}\right) = f\left(t-\dfrac{x}{c}\right)}$: il s'agit d'une fonction d'une seule variable $f(u)$ mais dont on l'argument "corrèle" le temps et l'espace $u = t-\dfrac{x}{c}$.
- De façon similaire, l'onde qui se trouve en x à l'instant t se trouvait, à l'instant $t_1 = 0$, en $x_1 = x - ct$. la distance parcourue par l'onde durant la durée t vaut $d = ct$. Ainsi $\boxed{s(x,t) = s(x_1,t_1) = s\,(x-ct, 0) = F(x-ct).}$
- Pour une OP⊖, l'onde qui se trouve en x à l'instant t se trouvera en $x_0 = 0$ à l'instant $t_0 = t + \frac{x}{c}$: $\boxed{s(x,t) = s\left(0, t+\dfrac{x}{c}\right) = f\left(t+\dfrac{x}{c}\right).}$ De façon similaire, l'onde qui se trouve en x à t se trouvait, à l'instant $t_1 = 0$, en $x_1 = x + ct$: $\boxed{s(x,t) = s(x+ct, 0) = F(x+ct).}$

Méthode – Trouver l'expression de l'onde si l'on connait le signal émis

La simple connaissance du signal $s(x=0,t) = f(t)$ émis à l'origine permet de déterminer l'onde $s(x,t)$ en tout point et à chaque instant grâce au principe de propagation : $s(x,t) = s(0, t-\frac{x}{c}) = f\left(t-\frac{x}{c}\right)$.

I.3 Onde progressive harmonique (ou sinusoïdale)

3.a Définition et périodicités

Définition – Onde progressive harmonique (OPH) ou sinusoïdale

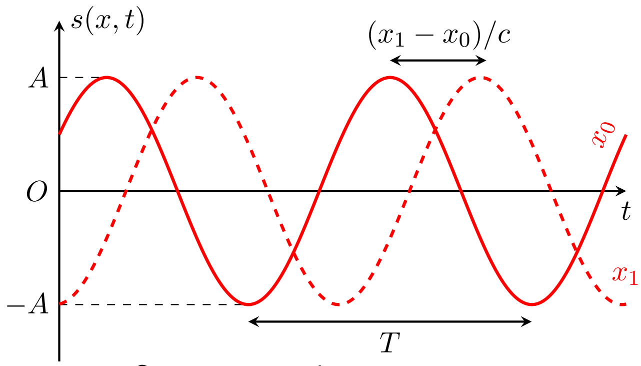
• Une **onde progressive harmonique** OPH (ou sinusoïdale) est caractérisée par un signal initial sinusoïdal : $s(x=0,t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ où A est l'amplitude de l'onde, ω la pulsation et φ la phase à l'origine.

• Pour une onde se propageant dans le sens $+x$ (OPH$\oplus$), on a $s(x,t) = A\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right)$ ou encore $\boxed{s(x,t) = A\cos\left(\omega t - kx + \varphi\right)}$ où l'on introduit le **module d'onde** $\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$. Sa dimension est l'inverse d'une longueur, on l'exprime en m^{-1}. Il s'agit d'une "pulsation spatiale".

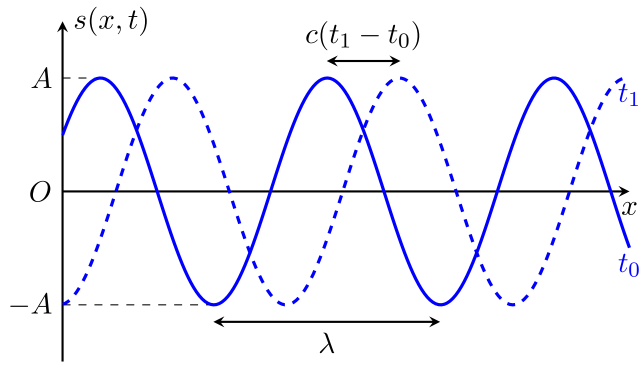
• Pour une onde se propageant dans le sens $-x$ (OPH$\ominus$), on obtient $\boxed{s(x,t) = A\cos\left(\omega t + kx + \varphi\right)}$.

Remarques : Pour des ondes plus réalistes, il faudrait considérer une atténuation de l'amplitude $A(x)$ de l'onde lorsqu'elle s'éloigne de l'émetteur.

Pour un OPH, le profil à t donné et le signal mesuré en x donné ont tous deux la forme d'un sinusoïde.



Signaux mesurés en x_0 et $x_1 > x_0$



Profils à deux instants t_0 et $t_1 > t_0$

Propriété – Double périodicité spatio-temporelle

• Une OPH possède une double périodicité spatial et temporelle :

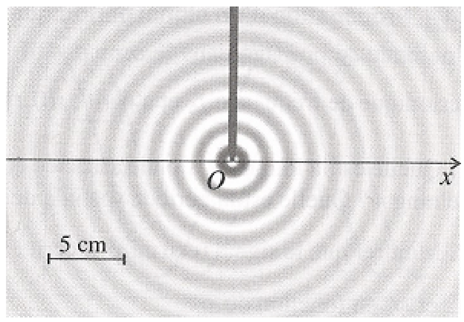
– la période temporelle vaut $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et la fréquence temporelle vaut $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$.

– la période spatiale, appelée **longueur d'onde**, vaut $\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$. Il s'agit d'une longueur qui s'exprime en m.

La fréquence spatiale, appelée **nombre d'onde**, vaut $\boxed{\sigma = \frac{k}{2\pi} = \frac{1}{\lambda}}$. Il s'agit de l'inverse d'une longueur.

• De plus, on a la relation $k = \frac{\omega}{c}$. On en déduit un lien entre les deux périodes : $\boxed{\lambda = cT = \frac{c}{f}}$ et $\sigma = \frac{f}{c}$.

Exemple ou exercice d'application – *Célérité d'une onde à la surface de l'eau*



`http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/propagation_onde_circulaire.php`

La figure ci-contre représente la surface d'une cuve à onde éclairée en éclairage stroboscopique. L'onde est engendrée par un vibreur de fréquence $f = 18$ Hz. L'image est claire là où la surface de l'eau est convexe, foncée là où elle est concave.

1. Déterminer la célérité c de l'onde.

3.b Méthode expérimentale : mesure de la célérité par déphasage

Expérience ou animation – *Méthode de mesure de la célérité par les déphasages*

http://www.pccl.fr/physique_chimie_college_lycee/lycee/terminale_TS/onde_progressive_corde_double_periodicite_temps_espace_longueur_d_onde_periode_ACTIVITE.htm

Exemple ou exercice d'application – *Déphasage et mesure de la célérité*

On considère un émetteur positionné en $x = 0$ et orienté dans la direction $+x$. Celui-ci émet un signal sonore de fréquence f de la forme $s(t) = s_0 \cos(\omega t)$.

1. Donner l'expression de l'onde sonore $s(x,t)$ $\forall x, t$ puis exprimer la phase à l'origine $\varphi(x_0)$ du signal mesuré par un micro positionné en x_0.
2. On positionne deux micros en positions x_0 et $x_1 > x_0$. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi$ entre les signaux mesurés en x_1 et x_0. Retrouver l'expression du décalage temporel Δt séparant les signaux en x_1 et x_0.
3. De quelle distance faut-il séparer les micros au minimum pour que les signaux mesurés soient en opposition de phase ? En phase ? En déduire une méthode de mesure de la longueur d'onde puis de la célérité de l'onde.

Propriété – Propagation, retard et déphasages

• Lorsqu'une onde parcourt une distance supplémentaire d, elle accumule un retard temporel $\Delta t = d/c$ et le déphasage (ou retard de phase) entre les deux signaux mesurés vaut $\boxed{\Delta\varphi = -\omega\Delta t = -\dfrac{2\pi d}{cT}.}$

• Deux points x_1 et x_2 en lesquels les signaux mesurés sont **en phase** ($\Delta\varphi = 2n\pi$) sont séparés d'un nombre entier n de fois la longueur d'onde $x_2 - x_1 = n\lambda$.

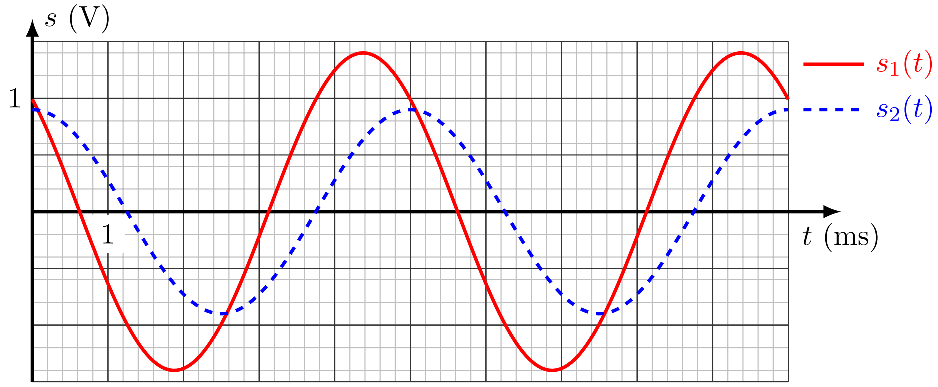
• Deux points x_1 et x_2 en lesquels les signaux mesurés sont **en opposition de phase** ($\Delta\varphi = 2n\pi + \pi$) sont séparés d'un nombre entier n de fois la longueur d'onde plus une demi longueur d'onde $x_2 - x_1 = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$.

Remarque : comme les sinusoïdes sont 2π-périodiques, la valeur du déphasage calculée est valable à un multiple entier de 2π.

Exemple ou exercice d'application – *Mesure d'un déphasage*

On donne les enregistrements des tensions s_1 et s_2 acquises à la sortie de microphones placés en x_1 et x_2.

1. Déterminer le déphasage entre s_2 et s_1.
2. Sachant que $x_1 = 10$ cm et $x_2 = 13$ cm, déterminer la célérité c de l'onde.



II Interférences entre deux ondes synchrones

Définition – Interférences

On appelle **interférences** le phénomène par lequel la superposition de plusieurs ondes de même nature et de même fréquence produit, localement, une onde dont l'amplitude est différente de la somme des amplitudes individuelles.

II.1 Interprétation mathématique

Expérience ou animation – *Superposition de sinusoïdes*

`http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/somme.php`

Propriété – Superposition de sinusoïdes

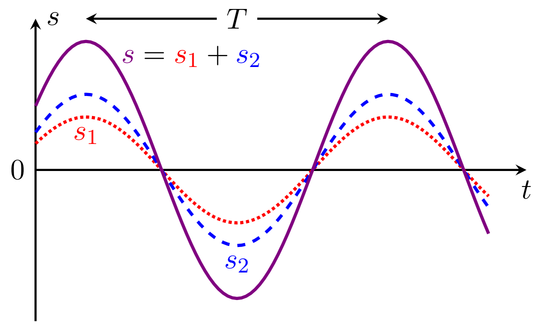
- Des signaux sinusoïdaux sont dits **synchrones** lorsqu'ils ont la **même fréquence**.
- La somme $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ de deux fonctions sinusoïdales synchrones $s_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ est une fonction sinusoïdale, de même fréquence, que l'on peut écrire $\boxed{s(t) = A\cos(\omega t + \psi).}$
- (HP) On peut montrer que l'amplitude A dépend du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ via la formule de Fresnel $\boxed{A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\varphi).}$ La phase ψ dépend également d

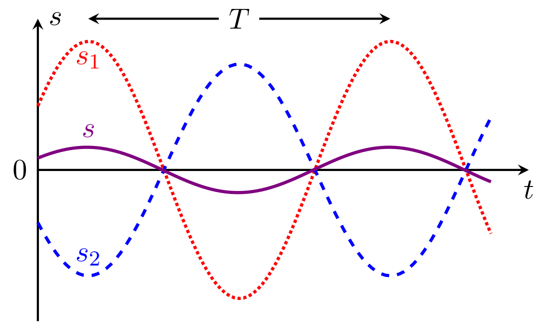
Remarque : Il est en particulier possible d'obtenir une sinusoïde d'amplitude nulle en sommant deux sinusoïdes d'amplitudes non nulles !

On considère désormais que A_1 et A_2 sont fixées et on souhaite étudier comment se comporte l'amplitude résultante A en fonction du déphasage.

Définition – Interférences constructives ou destructives

- L'amplitude A est **maximale** lorsque $\cos(\Delta\varphi) = +1$, c'est à dire $\boxed{\Delta\varphi = 0 + 2p\pi}$, $p \in \mathbb{Z}$. On dit que les signaux s_1 et s_2 sont **en phase** : les extrema sont atteints au mêmes instants.
Dans ce cas, l'amplitude vaut $\boxed{A = A_1 + A_2}$ et on dit que les interférences sont **constructives**.
- L'amplitude A est **minimale** lorsque $\cos(\Delta\varphi) = -1$, c'est à dire $\boxed{\Delta\varphi = \pi + 2p\pi}$, $p \in \mathbb{Z}$. On dit que les signaux sont **en opposition de phase** : l'un est maximal lorsque l'autre est minimal.
Dans ce cas, l'amplitude vaut $\boxed{A = |A_1 - A_2|}$ et on dit que les interférences sont **destructives**.





Remarque : le phénomène d'interférences est le plus "visible" lorsque les amplitudes A_1 et A_2 sont très proches, voire identiques. Dans ce cas, l'onde résultante est nulle lorsqu'il y a opposition de phase.

Exemple ou exercice d'application – *Superposition de deux signaux de même amplitude*

On considère deux signaux de même amplitude $s_1(t) = A_0\cos(\omega t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = A_0\cos(\omega t + \varphi_2)$.

1. En utilisant la formule trigonométrique $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$, montrer que la superposition des signaux s_1 et s_2 se met sous la forme $s(t) = A(\Delta\varphi)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)$ où l'amplitude $A(\Delta\varphi)$ est une fonction dépendant de $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ et A_0.
2. Retrouver les conditions d'interférences constructives et destructives concernant le déphasage $\Delta\varphi$.

II.2 (HP) Démonstration dans le cas général

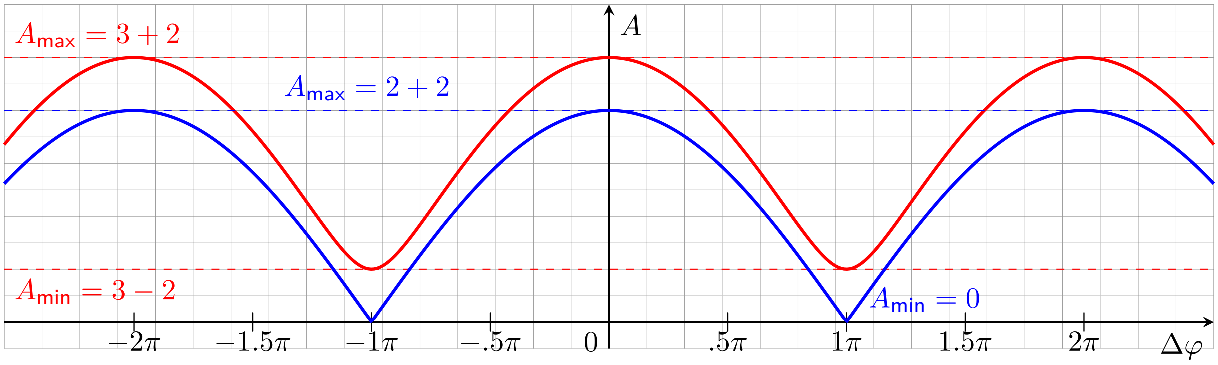
Lançons nous dans le calcul :

$$\begin{aligned} s(t) &= s_1(t)+s_2(t) = A_1\cos(\omega t+\varphi_1)+A_2\cos(\omega t+\varphi_2) \\ &= [A_1\cos\varphi_1\cos\omega t - A_1\sin\varphi_1\sin\omega t]+[A_2\cos\varphi_2\cos\omega t - A_2\sin\varphi_2\sin\omega t] \\ &= \underbrace{(A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2)}_{a}\cos\omega t - \underbrace{(A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2)}_{b}\sin\omega t \end{aligned}$$

Nous avons vu qu'un signal de la forme $s(t) = a\cos\omega t - b\sin\omega t$ peut également être mis sous la forme $A\cos(\omega t+\psi)$ où $A^2 = a^2+b^2$ On en déduit l'expression de l'amplitude :

$$\begin{aligned} A^2 &= (A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2)^2+(A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2)^2 \\ &= (A_1^2\cos^2\varphi_1+A_2^2\cos^2\varphi_2+2A_1A_2\cos\varphi_1\cos\varphi_2)+(A_1^2\sin^2\varphi_1+A_2^2\sin^2\varphi_2+2A_1A_2\sin\varphi_1\sin\varphi_2) \\ &= A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1) \end{aligned}$$

On a utilisé les formules trigonométriques $\cos^2 a+\sin^2 a = 1$ et $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$.

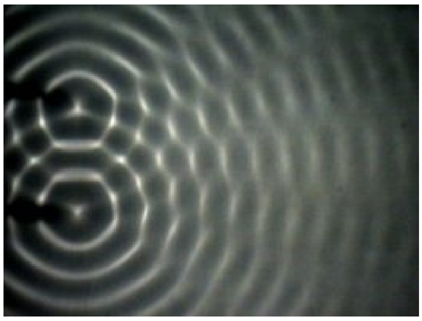


Exemples dans les cas où $(A_1 = 3, A_2 = 2)$ et $(A_1 = A_2 = 2)$

II.3 Interférence entre deux ondes et différence de marche

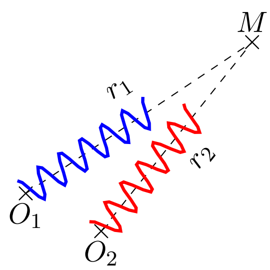
Expérience ou animation – *Cuve à ondes avec deux vibreurs*

Les deux vibreurs sont alimentés par le même générateur, ils émettent des ondes circulaires de même fréquence, de même amplitude et sont parfaitement synchronisées (les ondes sont émises en phase). Un système optique permet de visualiser facilement les creux (qui apparaissent en noir) et les bosses (qui apparaissent en blanc).
`http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/interference_ondes_circulaires.php`



On considère deux ondes progressives harmoniques synchrones $s_1(M,t)$ et $s_2(M,t)$ issues de deux émetteurs O_1 et O_2. Lorsque l'on place un détecteur en un point M, ce dernier mesure la **superposition** des ondes s_1 et s_2. Le signal mesuré sera la somme des deux signaux incidents $s(M,t) = s_1(M,t)+s_2(M,t)$.

Dans le cas d'ondes progressives harmoniques de la forme $s_1 = A_1\cos(\omega t - kr_1+\varphi_{1i})$, la phase initiale $\varphi_1(M) = \varphi_{1i} - kr_1$ dépend de la distance $r_1 = O_1M$ séparant la source O_1 et le point M où se situe la capteur. Les grandeurs spatiales vont donc intervenir dans le phénomène d'interférences.



Définition – Différence de marche

- Dans le cas d'OPH, le déphasage s'exprime $\Delta\varphi = -k(r_2-r_1)+(\varphi_{2i}-\varphi_{1i})$. On appelle **différence de marche** la grandeur $\boxed{\delta(M) = O_2M - O_1M = r_2 - r_1}$ correspondant à la différence des distances parcourues par les deux ondes pour rejoindre le point M.
- Si les signaux sont initialement en phase ($\varphi_{2i} = \varphi_{1i}$), on obtient $\boxed{\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}\delta.}$

Remarques :

• Les zones d'amplitudes égales sont appelées **franges d'interférences**. Par analogie avec l'optique, on parle de franges **brillantes** lorsque les interférences sont constructives et de franges **sombres** lorsqu'elles sont destructives. La distance séparant deux franges de même nature est appelée **interfrange**.

• On peut interpréter le déphasage comme étant dû à un **retard de l'onde** 2 **sur l'onde** 1. Si on note $t_k = r_k/c$ le temps de trajet de l'onde de O_k vers M, le retard de 2 sur 1 vaut $\Delta t = t_2 - t_1$. On en déduit le déphasage via la formule $\Delta\varphi = -\omega\Delta t$.

Propriété – Interférences constructives et destructives

• Les interférences seront **constructives** si $\Delta\varphi = 2n\pi,\ n \in \mathbb{Z}$ donc si $\boxed{\delta = n\lambda.}$

• Les interférences seront **destructives** si $\Delta\varphi = (2n+1)\pi,\ n \in \mathbb{Z}$ donc si $\boxed{\delta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda.}$

Remarque : les surfaces $\{M \in \mathbb{R}^3 | O_1M - O_2M = p\lambda\}$ forment des hyperboloïdes de révolution.

II.4 (HP) Cas des ondes lumineuses – amplitude et intensité

Dans le cas des ondes lumineuses (et plus hautes fréquences), **le signal varie beaucoup plus rapidement que le temps de réponse des capteurs**. En effet, les fréquences optiques sont de l'ordre de 10^{14} Hz, ce qui suppose un temps de réponse du capteur inférieur à 10^{-14} s pour pouvoir observer les variations du signal. Un tel temps de réponse est bien trop faible, même pour un capteur contemporain. Par exemple, le temps de réponse de l'œil humain et d'environ $1/20$ s. Par conséquent, si nos détecteurs mesuraient le signal $s(M,t)$, nous n'observerions en réalité que **sa moyenne**. Or, pour des signaux sinusoïdaux, $\langle s \rangle = 0$ et nous ne verrions que les composantes continues...

Heureusement pour nous, **les détecteurs optiques (œil compris) sont sensibles à la puissance lumineuse** et sont donc quadratiques, c'est-à-dire qu'ils mesurent une grandeur proportionnelle à $\langle s^2 \rangle$.

Propriété – Capteurs optiques

• Les capteurs optiques mesurent des **intensités lumineuses** $I(M)$ qui sont proportionnelles au carré des amplitudes $A^2(M)$.

• La formule de Fresnel devient $\boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi).}$ Le phénomène d'interférences perdure.

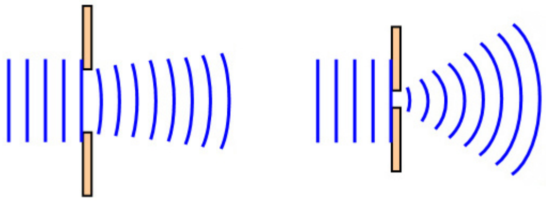
Expérience ou animation – *Expérience des fentes d'Young*

`http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/lumiere/interference_lumiere.php`

III Diffraction d'une onde

Définition – Diffraction

On observe un phénomène de **diffraction** lorsqu'une onde progressive unidimensionnelle rencontre un obstacle. Si la longueur d'onde λ est similaire à la dimension de l'obstacle, l'onde subit un changement de direction de propagation, sans modification de longueur d'onde.

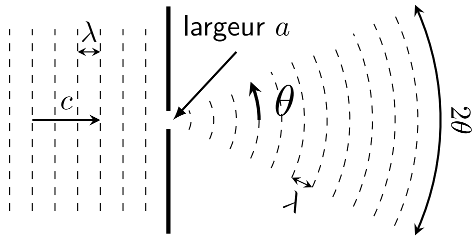


Plus l'ouverture est large, moins le phénomène de diffraction est notable.

Remarque : La figure de diffraction dépend de la forme de l'ouverture (fente, trou, ...).

Propriété – Ouverture angulaire de la tâche principale

• Le phénomène de diffraction est principalement observable dans une zone géométrique caractérisée par un **demi-angle d'ouverture** θ.
• Si on note a la taille caractéristique de l'obstacle et λ la longueur d'onde, on a la relation $\boxed{\sin\theta = \frac{\lambda}{a}}$.



Conséquences :

— Si $a \ll \lambda$ (très petit obstacle), il n'y a pas d'onde diffractée puisque $\sin\theta \in [-1, 1]$.

— Si $a \simeq \lambda$, il y a une onde diffractée bien visible.

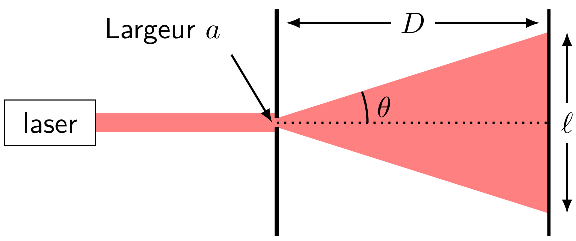
— Si $a \gg \lambda$, l'angle θ est très petit et on n'observe presque pas de diffraction, sauf légèrement sur les bords.

Exemple ou exercice d'application – *Quelques odg*

Déterminer l'angle principal de diffraction de la lumière par une pupille d'œil, du son par une porte ouverte ou des ondes radio FM par des immeubles.

Exemple ou exercice d'application – *Diamètre d'un cheveu*

Avec un laser rouge ($\lambda = 633$ nm), on éclaire une fente de largeur a. La taille du faisceau est suffisante pour éclairer la largeur de la fente. On observe l'éclairement sur un écran situé à une distance D de la fente. On note ℓ la largeur de la tâche de diffraction obtenue.



1. Déterminer la relation géométrique entre θ, D et ℓ.
2. En supposant que $\ell \ll D$ et $\lambda \ll a$, déterminer l'expression de a en fonction de ℓ, D et λ.

La figure de diffraction d'un cheveu d'épaisseur a est identique à celle produite par une fente de même largeur.

3. Calculer l'épaisseur d'un cheveu produisant une tache de largeur $\ell = 2$ cm à une distance $D = 2$ m