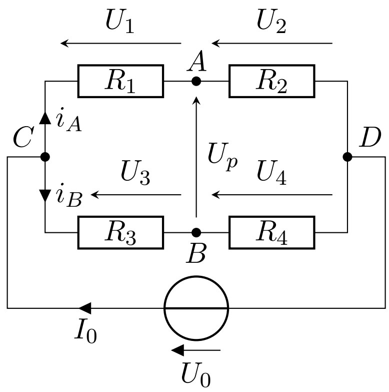
I Réalisation d'un capteur de pression – d'après PT 2016

I.1 Jauge de contrainte et résistance

1. Comme $\left[\frac{\ell}{S}\right] = \mathbf{L^{-1}}$, le terme $\rho\frac{\ell}{S}$ s'exprime en $\underline{\Omega.\mathrm{m.m}^{-1} = \Omega}$. Il s'agit bien d'une **résistance**.

   On calcule $\underline{R =}\ 2,0.10^{-8} \times \frac{2,0.10^{-2}}{4 \times (10^{-6})^2}\ \underline{= 100\ \Omega}$.
2. On développe : $s + \delta s = ab + a\delta b + b\delta a + \delta a \delta b$. En négligeant le dernier terme, en simplifiant $s = ab$ et en divisant l'égalité par s, on obtient bien $\boxed{\frac{\delta s}{s} = \frac{\delta a}{a} + \frac{\delta b}{b}.}$
3. On remplace et on factorise : $\boxed{\frac{\delta s}{s} = -2\nu\frac{\delta \ell}{\ell}.}$
4. Comme $V = s \times \ell$, on a $\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta s}{s} + \frac{\delta \ell}{\ell} = (1-2\nu)\frac{\delta \ell}{\ell}$ donc $\boxed{\frac{\delta \rho}{\rho} = C(1-2\nu)\frac{\delta \ell}{\ell}.}$ D'après les résultats précédents, chaque terme est proportionnel à $\frac{\delta \ell}{\ell}$ et on trouve bien $\boxed{\frac{\delta R}{R} = [C(1-2\nu) + 1 + 2\nu]\frac{\delta \ell}{\ell}.}$
5. Pour le cuivre, $\underline{K = 2}$. Pour le silicium, $\underline{K = 41,8}$. Pour une même déformation relative $\frac{\delta \ell}{\ell}$, la variation relative de résistance est $20\times$ plus importante pour le silicium.

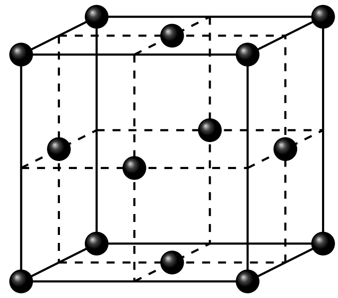
I.2 Capteur de pression et circuit de conditionnement



6. Voir ci-contre.
7. Deux résistances en série s'ajoutent : $R_1 + R_2$ et $R_3 + R_4$. Les inverses de deux résistances en parallèle s'ajoutent : $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} \Leftrightarrow$ $\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{(R_1 + R_2) \times (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.}$

   Comme $R_1 + R_2 = R_3 + R_4 = 2R$, on obtient $\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{2R \times 2R}{4R} = R.}$
8. Le circuit équivalent est simplement la résistance R_{eq} reliée au générateur de f.é.m. E. La **loi des mailles** donne $U_0 - R_{\text{eq}} I_0 = 0$, donc $\boxed{I_0 = \frac{U_0}{R}.}$
9. Diviseur de tension : $U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}E$ et $U_3 = \frac{R_3}{R_3 + R_4}U_0$. Dans la maille CBA, on obtient $U_p + U_1 - U_3 = 0 \Leftrightarrow$ $\boxed{U_p = \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)U_0.}$
10. On a $U_p = 0$ à condition que $\frac{R_3}{R_3 + R_4} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow (R_1 + R_2)R_3 = (R_3 + R_4)R_1 \Leftrightarrow \boxed{R_2 R_3 = R_1 R_4.}$
    En l'absence de déformation, toutes les résistances sont égales donc la relation est vérifiée.
11. On remplace les expressions avec ε : $\boxed{U_p =} U_0\left(\frac{R(1-\varepsilon)}{2R} - \frac{R(1+\varepsilon)}{2R}\right) = U_0\frac{-2\varepsilon R}{2R} \boxed{= -\varepsilon U_0.}$
12. On a $\varepsilon = \frac{\delta R}{R} = K\frac{\delta \ell}{\ell}$ et $\frac{\delta \ell}{\ell} = \frac{eSL}{8EI}P$ donc $\varepsilon = \frac{KeSL}{8EI}P$ et, finalement, $\boxed{U_p = -\frac{KeSLU_0}{8EI}P.}$ où la fraction correspond au coefficient α.
13. On calcule : $\underline{\alpha = 4.10^{-6}\ \mathrm{V.Pa^{-1}}}$. Pour $P = 50\ \mathrm{kPa}$, on obtient $\underline{U_p = 0,2\ \mathrm{V}}$.

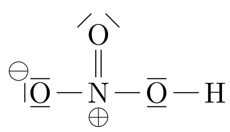
I.3 Matériau constituant la jauge de contrainte



14. Voir la structure ci-contre. Il y a $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$ atomes par maille.
15. Le contact entre atome intervient sur la diagonale d'une face. On en déduit la relation $\boxed{a\sqrt{2} = 4R.}$
16. Si $R = 111$ pm, on calcule $a = \frac{4}{\sqrt{2}}R = 314$ pm.
    La masse d'un atome de silicium est $m = \dfrac{M}{\mathcal{N}_A} = 4,67.10^{-26}$ kg. On en déduit l'expression de la masse volumique $\boxed{\mu = \dfrac{4 \times m}{a^3}} = 6,03.10^3$ kg.m^{-3}.
17. La masse volumique calculée est plus importante qu'en réalité. L'empilement c.f.c. étant le plus compact possible, on peut en déduire que la structure réelle est moins dense.
    Sur la maille proposée, on ajoute les 4 atomes des sites tétraédriques occupés aux 4 atomes de la maille c.f.c. La maille contient ainsi 8 atomes.
    L'expression de la masse volumique est alors $\mu = \dfrac{8m}{a^3}$ et on en déduit $\boxed{a = \sqrt[3]{\dfrac{8m}{\mu}}} = 543$ pm.
18. La grande diagonale d'un sous-cube mesure $\sqrt{3}\frac{a}{2}$. S'il y a contact entre un atome au sommet et un atome au centre, sur la demi-grande diagonale, on doit avoir la relation $2R = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}\frac{a}{2}$ donc $\boxed{R = \dfrac{\sqrt{3}a}{8}} = 117$ pm, ce qui est le bon ordre de grandeur.

III Procédé Haber de synthèse de l'ammoniac – d'après CCP TSI 2013

1. L'hydrogène ($Z = 1$) ne possède qu'un électron de valence : $\mathrm{H}\bullet$
2. L'azote possède **5 électrons de valence** et 2 électrons de cœur. Ainsi : $|\dot{\underset{\bullet}{\mathrm{N}}}\bullet$
3. On cherche à former des **doublets liants** avec les électrons célibataires afin de vérifier la **règle de l'octet** (ou du duet pour l'hydrogène) : $\mathrm{H{-}H}$ $\quad |\mathrm{N{\equiv}N}| \quad$ $\mathrm{H{-}\overline{N}{-}H}$ (avec un H lié sous N)
4. On a $\boxed{\mathrm{N_2 + 3H_2 = 2NH_3}}$. Pour former une mole d'ammoniac, il faut faire réagir $0,5$ mol de diazote et $1,5$ mol de dihydrogène.
5. On commence par calculer la masse molaire de l'ammoniac : $M(\mathrm{NH_3}) = 3M(\mathrm{H}) + M(\mathrm{N}) = 17$ g.mol^{-1}. On en déduit la quantité de matière $\boxed{n(\mathrm{NH_3}) = \dfrac{m}{M}} = 7,1.10^{12}$ mol.
    La synthèse requiert la **moitié** de cette quantité de diazote $\mathrm{N_2}$.
6. On utilise la loi des GP : $PV = nRT$ donc $\boxed{V = \dfrac{nRT}{P}.}$ À température $T = 300$ K et pression $P = 1,0$ bar $=$ 10^5 Pa ambiantes, on obtient $V = 8,8.10^{10}$ m^3.
7. Le volume d'air correspondant est $\boxed{V_{\text{air}} = \dfrac{V}{0,8}} = 1,1.10^{11}$ m^3.
    On calcule $V_{\text{atmo}} = 1,5.10^{19}$ m^3. Le prélèvement correspond à une fraction $\dfrac{V_{\text{air}}}{V_{\text{atmo}}} = 7,1.10^{-9}$ soit $7,1$ milliardièmes, ou encore une couche d'épaisseur $0,2$ mm à la surface du globe.
8. L'oxygène possède donc 6 électrons de valence : $|\dot{\underline{\mathrm{O}}}\bullet$
    Acide nitrique $\mathrm{HNO_3}$: $n_v = 5 + 3 \times 6 + 1 = 24$ e^- à placer, soit 12 doublets. La formule est :



$q_f(\mathrm{N}) = 5 - 4 = +1$ et $q_f(\mathrm{O}) = 6 - 7 = -1$.

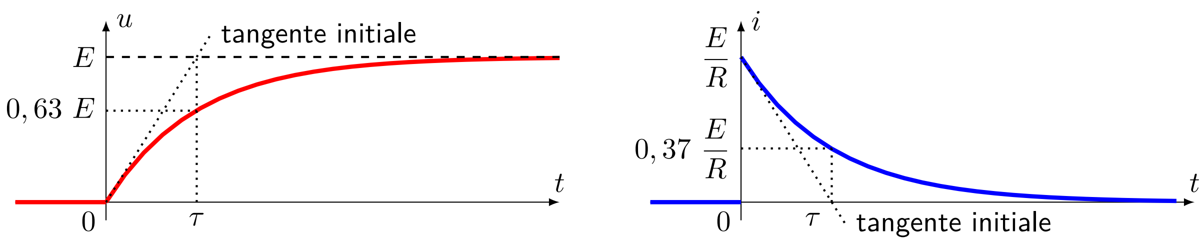
II Défibrillateur – d'après École de l'air MP 2004

1. La caractéristique du condensateur est, en convention récepteur, $\boxed{i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}}$, celle de la résistance $\boxed{u = Ri.}$

   On applique la loi des mailles au circuit : $\boxed{e = Ri + u.}$ En remplaçant : $e = RC\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u$ soit $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u}{\tau} = \dfrac{e}{\tau}}$ où $\boxed{\tau = RC}$ est le temps caractéristique du circuit.
2. La tension au bornes d'un condensateur est une grandeur <u>continue</u>. L'énoncé indique que le condensateur est initialement déchargé, donc $u(t<0) = 0$. Par continuité, on obtient $\boxed{u(t = 0^+) = 0.}$

   Résolvons l'équation différentielle pour $t \geqslant 0$:

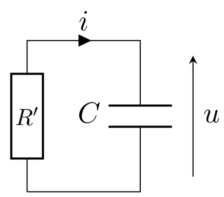
   SP : $u_p(t) = E$ fonctionne pour $t \geqslant 0$. **SH :** $u_h(t) = Ae^{-t/\tau}$. **SC :** $u(t) = E + Ae^{-t/\tau}$.

   CI : $u(0^+) = E + A \overset{\text{c.i.}}{=} 0$ donc $A = -E$. Finalement, $\boxed{u(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right).}$
3. Au maximum, $\boxed{U_{\text{max}} = E.}$ On peut considérer que le régime permanent est atteint au bout de $\boxed{\Delta t = 5\tau.}$
4. On utilise le fait que $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ donc $\boxed{i(t) = \dfrac{E}{R}e^{-t/\tau}}$ lors de la charge. Cette grandeur est discontinue puisque $i(t<0) = 0$ $\boxed{i(t = 0^+) = \dfrac{E}{R} = I_{\text{max}}.}$
5. 

6. LdM $\times i$: $Ei = u_R i + ui \Leftrightarrow \boxed{Ei = Ri^2 + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}Cu^2\right)} \Leftrightarrow \mathcal{P}_{\text{gén}}^{\text{fournie}} = \mathcal{P}_R^{\text{reçue}} + \mathcal{P}_C^{\text{reçue}}$.

   Toutes ces puissance tendent vers zéro puisque le courant tend vers zéro.
7. On identifie l'énergie stockée dans le condensateur : $\mathcal{E}_{\text{C}} = \frac{1}{2}Cu^2$ qui vaut $\boxed{E_{\text{élec}} = \dfrac{1}{2}CE^2}$ à la fin de la charge.
8. Si $\mathcal{E}_{\text{élec}} = 150$ J, alors $\boxed{C = \dfrac{2\mathcal{E}_{\text{élec}}}{E^2}}$ $\underline{= 3,7\ \text{F}}$. Comme $\Delta t = 5RC$, on en déduit $\boxed{R = \dfrac{\Delta t}{5C}}$ $\underline{= 1,08\ \Omega}$.

   Il s'agit d'une capacité élevée et d'une résistance faible par rapport aux TP, ou l'on a plutôt des capacités de l'ordre du μF et des résistances de l'ordre de la centaine de Ω.
9. Voir le circuit ci-contre. On applique la loi des mailles au circuit : $0 = R'i + u$. Donc $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u}{\tau'} = 0}$ avec $\boxed{\tau' = R'C.}$



10. Il s'agit de l' équation homogène donc **SC = SH :** $u(t) = Ae^{-t/\tau'}$. La **CI** impose $A = U_0$. Ainsi, $\boxed{u(t) = U_0 e^{-t/\tau'}}$. On calcule ensuite $\boxed{i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{U_0}{R'}e^{-t/\tau'}.}$
11. On calcule la puissance fournie $\boxed{\mathcal{P}_C(t) = -u \times i = \dfrac{U_0^2}{R'}e^{-2t/\tau'}.}$
12. On identifie $\dfrac{U_0}{R'} = 32$ A donc $\underline{R' =}\ \dfrac{9\ \text{V}}{32\ \text{A}}\ \underline{= 0,28\ \Omega}$.

    La puissance initiale fournie vaut $\boxed{\mathcal{P}_C(t=0) = \dfrac{U_0^2}{R'}}$ $\underline{= 288\ \text{W}}$ et le régime transitoire dure $\boxed{\Delta t = 5R'C}$ $\underline{= 5,2\ \text{s}}$.

    La résistance est très faible et la décharge est plutôt longue : on est loin de l'impulsion. Le courant crête ne doit pas être exactement le courant initial.
13. Dans ce cas, la puissance reçue par la résistance vaut $\mathcal{P} = RI^2 = 51,2$ kW. Si cette puissance est constante, la durée de l'impulsion vaut $\boxed{T = \dfrac{\mathcal{E}}{\mathcal{P}}}$ $\underline{= 2,9.10^{-3}\ \text{s} = 2,9\ \text{ms}}$. On est plus proche de l'impulsion.