TD On2 : **Ondes progressives et phénomènes ondulatoires**

Questions et exercices de cours à savoir refaire

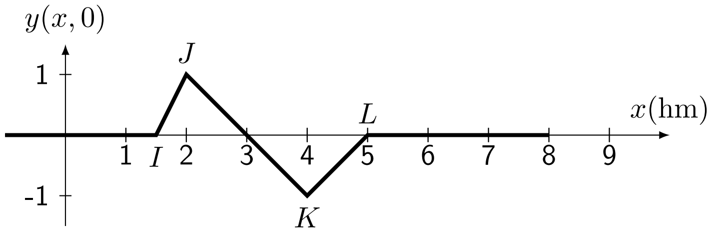
Onde progressive unidimensionnelle

Définir et manipuler la célérité d'une onde progressive. Principe de propagation $s(x,t) = s(x \pm d, t+\tau)$ avec $d = c\tau$. Connaitre les ordres de grandeurs usuels. Tracé du profil en un instant donné ou du signal mesuré en un point donné à partir d'une donnée de profil ou signal. (HP) Expression mathématique d'une onde progressive sous la forme $f(t - x/c)$ ou $F(x - ct)$.

Onde progressive harmonique (sinusoïdale) : double périodicité et longueur d'onde, représentation graphique, expression des déphasages.

1 Étude d'une vague

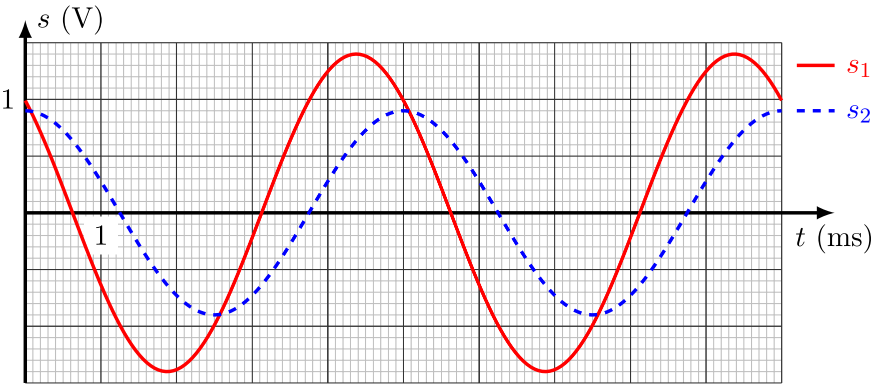
On considère une vague $y(x,t)$ se propageant sans déformation à la célérité $c = 20\ \mathrm{km.h^{-1}}$ selon la direction et le sens de l'axe Ox. À l'instant $t_0 = 0$, le profil de l'onde a l'allure suivante (on rappelle $1\mathrm{hm} = 10^2\mathrm{m}$).



1. Dessiner un schéma du profil à $t = 1,5$ min.
2. À quel instant l'onde arrive-t-elle au point A d'abscisse $x_A = 2,0$ km ?
3. On place un détecteur fixe à l'abscisse $x_D = 1,4$ km. Tracer l'allure, en fonction de t, de $y(x_D,t)$.
4. Déterminer la durée de la perturbation.

2 Mesure d'un déphasage

On donne les enregistrements des tensions s_1 et s_2 acquises à la sortie de microphones placés en x_1 et x_2.



1. Déterminer le déphasage entre s_2 et s_1.
2. Sachant que $x_1 = 10$ cm et $x_2 = 13$ cm, déterminer la célérité c de l'onde.

3 Déphasage et mesure de la célérité

On considère un émetteur positionné en $x = 0$ et orienté dans la direction $+x$. Celui-ci émet un signal sonore de fréquence f de la forme $s(t) = s_0 \cos(\omega t)$.

1. Donner l'expression de l'onde sonore $s(x,t)$ puis exprimer la phase à l'origine $\varphi(x_0)$ du signal mesuré par un micro positionné en x_0.
2. On positionne deux micros en positions x_0 et $x_1 > x_0$. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi$ entre les signaux mesurés en x_1 et x_0. Retrouver l'expression du décalage temporel τ séparant les signaux en x_1 et x_0.
3. De quelle distance faut-il séparer les micros au minimum pour que les signaux mesurés soient en opposition de phase ? En phase ? En déduire une méthode de mesure de la longueur d'onde puis de la célérité de l'onde.

Interférences entre signaux synchrones

Appréhender le phénomène d'interférences entre ondes acoustiques de même fréquence. Superposition de deux signaux synchrones et influence du déphasage. Interférences constructives et destructives.

Aspect spatial du phénomène d'interférences. Différence de marche pour deux émetteurs espacés. Franges d'interférences et interfrange.

4 Superposition de deux signaux de même amplitude

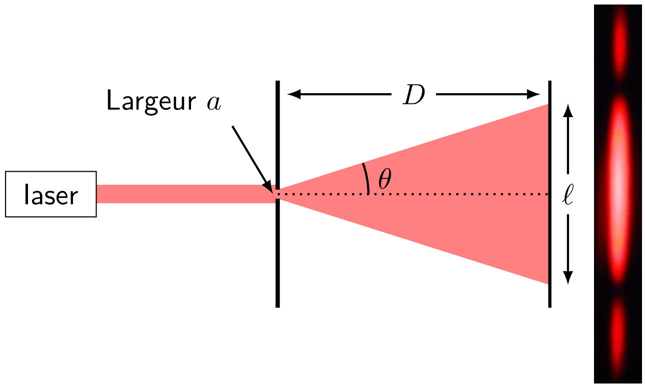
On considère deux signaux de même amplitude $s_1(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $s_2(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_2)$.

1. En utilisant la formule trigonométrique $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$, montrer que la superposition des signaux s_1 et s_2 se met sous la forme $s(t) = A(\Delta\varphi)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)$ où l'amplitude $A(\Delta\varphi)$ est une fonction dépendant de $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ et A_0
2. Retrouver les conditions d'interférences constructives et destructives concernant le déphasage $\Delta\varphi$.

Diffraction

Décrire le phénomène de la diffraction et utiliser la relation $\sin\theta = \frac{\lambda}{a}$ pour quantifier la taille du phénomène.

5 Diamètre d'un cheveu



Avec un laser rouge ($\lambda = 633$ nm), on éclaire une fente de largeur a. La taille du faisceau est suffisante pour éclairer la largeur de la fente. On observe l'éclairement sur un écran situé à une distance D de la fente. On note ℓ la largeur de la tâche de diffraction obtenue.

1. Déterminer la relation géométrique entre θ, D et ℓ.
2. En supposant que $\ell \ll D$ et $\lambda \ll a$, déterminer l'expression de a en fonction de ℓ, D et λ.

La figure de diffraction d'un cheveu d'épaisseur a est identique à celle produite par une fente de même largeur.

3. Calculer l'épaisseur d'un cheveu produisant une tache de largeur $\ell = 2$ cm à une distance $D = 2$ m

Exercices

6 Position et date d'un séisme (*)

Un séisme produit deux types d'ondes sismiques : les ondes P, longitudinales, qui se propagent avec la célérité c_P et les ondes S, transversales, qui se propagent avec la célérité $c_S < c_P$.

1. Lors d'un séisme, on commence à détecter les premières à l'instant t_P et les secondes à l'instant t_S. Montrer qu'on peut en déduire, connaissant c_P et c_S, la distance Δ entre le foyer du séisme et l'appareil de mesure ainsi que la date du début du séisme.
2. Pour un séisme, on mesure les distances Δ_1, Δ_2 et Δ_3 entre le foyer du séisme et trois stations de mesures. Sans faire de calcul, montrer que cette information permet de localiser le foyer du séisme à l'intérieur de la Terre. Quel système très connu fonctionne sur ce même principe ?

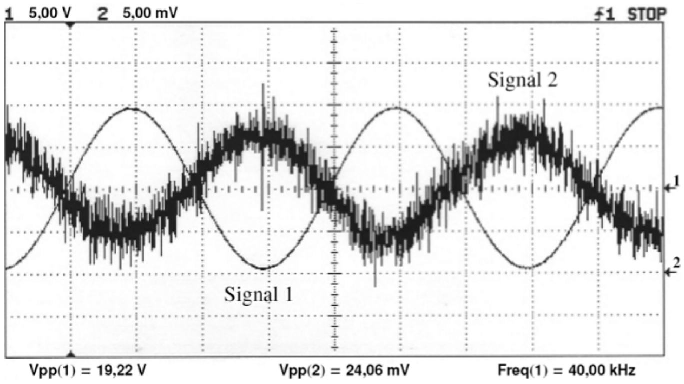
7 Effet Doppler avec émetteur en mouvement (**)

Un émetteur, repéré par sa position x sur un axe, émet une série de "bips" sonores espacés d'une durée T dans la direction d'un récepteur fixe en O. Chaque onde sonore se propage dans la direction $-x$ à la célérité c. L'émetteur se déplace à la vitesse constante $\overrightarrow{v} = v\,\overrightarrow{u_x}$ et sa position initiale est $OE = \ell_0$.

1. Exprimer les dates t'_1 et t'_2 de réception par le récepteur des deux premier "bips".
2. En déduire l'expression, en fonction de T, v et c, de la période T' mesurée par le récepteur.
3. À quelle condition sur v la période T' perçue par le récepteur est plus faible que T ? Plus importante ? Ces résultats vous semblent-ils cohérents ?

8 Principe de la télémétrie (*)

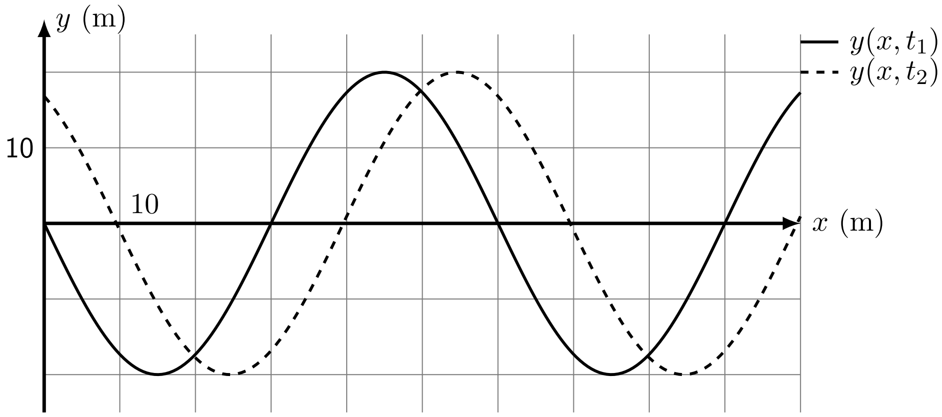
On place un émetteur et un récepteur à ultrasons côte à côte. Ce bloc est appelé le télémètre. À la distance D, on place un obstacle réfléchissant les ondes sonores, que nous appellerons la cible. Une onde sinusoïdale, de période T, est émise par l'émetteur, elle se réfléchit sur la cible et est détectée par le récepteur. Sur l'écran d'un oscilloscope, on visualise simultanément deux signaux : celui capté (par un dispositif non décrit) en sortie de l'émetteur et celui du récepteur.



1. Pourquoi les deux signaux sont-ils si différents ? Identifier, selon toute vraisemblance, le signal en sortie de l'émetteur et celui reçu par le récepteur.
2. On appelle temps de vol, noté t_v, la durée du trajet aller-retour de l'onde entre le télémètre et la cible. L'exprimer à l'aide des données du problème.
3. Pour illustrer le principe de la mesure, on colle la cible au télémètre puis on l'éloigne lentement en comptant le nombre de coïncidences de phase entre les deux signaux. On se place dans le cas où on a compté exactement un nombre n de coïncidences. Exprimer alors D en fonction de n et de la longueur d'onde des ondes ultrasonores.
4. Lors du recul de la cible, on compte 50 coïncidences avant d'observer les signaux tels que visibles sur la figure à l'écran de l'oscilloscope. En utilisant les données de l'enregistrement, calculer la distance séparant le télémètre de la cible. On prendra pour la célérité des ondes sonores $c = 340\mathrm{m.s}^{-1}$.

9 Houle et mouettes (**)

La houle est un mouvement ondulatoire de la surface de la mer formé par un vent lointain. Pour simplifier, nous l'assimilerons ici à une onde harmonique se propageant le long d'un axe Ox. Nous notons $y(x,t)$ l'ordonnée du point de la surface de la mer qui se trouve en x à l'instant t. La fonction $y(x,t)$ est représentée sur la figure à deux instants différents $t_1 = 0,0$ s et $t_2 = 1,0$ s. Nous admettons que t_2 est inférieur à la période T de l'onde.



1. Dans quel sens se propage l'onde ?
2. Déterminer sa longueur d'onde λ, sa période T et sa vitesse propagation c puis proposer une écriture de $y(x,t)$.
3. Emportées par la houle, deux mouettes se trouvent aux abscisses $x_1 = 0,0$ m et $x_2 = 5,0$ m à la surface de l'eau. Peut-on dire que la houle les éloigne l'une de l'autre ? Représenter sur le même graphe l'évolution de l'ordonnée de deux mouettes (assimilées à deux points sur la surface de l'eau) en fonction du temps.

10 Signal et profil d'une onde à partir d'une fonction F (**)

Une OP⊕ se déplaçant à $c = 2$ m.s^{-1} est caractérisée par $s(x,t=0) = F(x)$ où :

$$F(u) = \begin{cases} 2u+2 & -1 < u < 0 \\ -u+2 & 0 < u < 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Tracer les profils $s(x,t)$ en fonction de x à $t = 0$ puis à $t = 3$ s.
2. Tracer les signaux $s(x,t)$ en fonction de t à $x = 0$ puis en $x = 4$ m.

11 Effet Doppler avec récepteur en mouvement (**)

Un haut parleur émet une onde sinusoïdale de fréquence f se propageant à la célérité c dans la direction $+x$. Un observateur O' muni d'un micro se déplace avec une vitesse $\overrightarrow{v} = v\,\overrightarrow{u_x}$ le long de l'axe d'émission de l'onde. Pour l'observateur en mouvement, un point d'abscisse x de l'axe (Ox) se trouve à une distance $x' = x - vt$ sur l'axe $(O'x)$ qui se déplace avec l'observateur (référentiel de l'observateur).

1. Donner l'expression du signal $s(x,t)$ de l'onde.
2. Que devient l'expression du signal $s(x',t)$ dans le référentiel de l'observateur ?
3. En déduire l'expression (en fonction de f, v et c) de la fréquence f' "ressentie" dans le référentiel de l'observateur. L'effet est-il le même que lorsque c'est l'émetteur qui se déplace ?
4. Retrouver ce résultat en raisonnant sur la conservation de la longueur d'onde dans les deux référentiels.

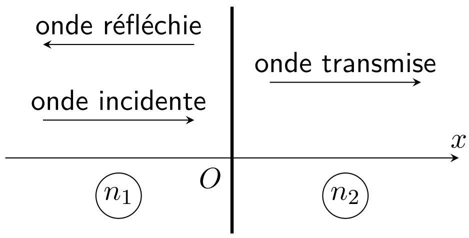
12 Réflexion d'une onde sur une corde attachée à un mur (***)

On considère une onde $s(x,t) = F(x - ct)$ sur une corde dont une extrémité est attaché à un mur en $x = D$. Elle est émise depuis $x = 0$ par un opérateur.

1. Quelle est la condition limite imposée par le point d'attache ? Cette condition est-elle compatible avec une unique onde progressive ?
2. On considère une onde progressive réfléchie $s_r(x,t)$. Quelle sera sa célérité ? Écrire la condition limite en $x = D$ avec les deux ondes et en déduire l'expression de $s_r(D,t)$ en fonction de F.
3. Dans quel sens doit-elle se propager pour que la condition en D soit vérifiée ? En déduire l'expression de $s_r(x,t)$ de fonction F, x, t et D.

13 Réflexion et transmission d'une onde lumineuse (*)

Lorsqu'une onde lumineuse se propageant dans un milieu transparent d'indice n_1 arrive à l'interface avec un autre milieu transparent d'indice n_2, cette onde - appelée onde incidente - donne naissance à une onde réfléchie qui revient dans le milieu d'indice n_1 et une onde transmise qui se propage dans le milieu d'indice n_2. On considère uniquement le cas de l'incidence normale : toutes les ondes se propagent dans la direction de l'axe (Ox), la surface de séparation entre les deux milieux transparents étant la surface $x = 0$.



L'onde incidente est monochromatique de fréquence f, ce qui sera également le cas des ondes transmises et réfléchies (les milieux sont linéaires).

1. Rappeler l'expression de la célérité v de la lumière dans un milieu d'indice n. Donner les expressions des longueurs d'onde λ_1 de l'onde incidente et λ_2 de l'onde réfléchie.
2. Proposer une expression mathématique pour l'onde progressive harmonique incidente $s_i(x,t)$. On précisera les noms et/ou expressions des grandeurs introduites.

On définit le coefficient de réflexion R comme la fraction de la puissance transportée par l'onde incidente qui part dans l'onde réfléchie. De même, le facteur de transmission T est la fraction de la puissance de l'onde incidente emportée dans l'onde transmise. La théorie électromagnétique permet d'établir les expressions :

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \text{ et } T = \frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2}.$$

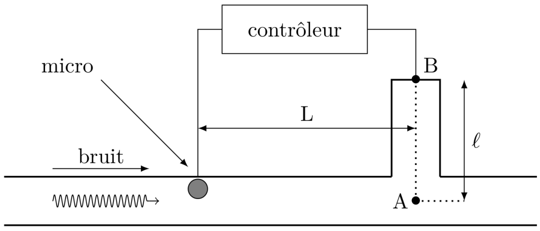
3. Que vaut $R + T$? Est-ce logique physiquement ? Calculer R et T dans le cas d'une lumière se propageant dans l'air d'indice $n_{\text{air}} = 1$ qui se réfléchit sur un verre d'indice $n_2 = 1,52$.

Le verre des lunettes d'un randonneur, qui marche avec le Soleil dans son dos, possède l'indice n_2. L'éclairement $\mathcal{E}_s$ venant du soleil est 10 fois supérieur à l'éclairement $\mathcal{E}_p$ venant du paysage : $\mathcal{E}_s = 10\mathcal{E}_p$.

4. Déterminer les expressions des éclairements $\mathcal{E}_a$ et $\mathcal{E}_b$ provenant (a) du reflet du Soleil sur la face intérieure de la lunette et (b) de la lumière transmise provenant du paysage, en fonction de $\mathcal{E}_p$, R et T.
5. Calculer leur rapport puis conclure sur ce que voit principalement le randonneur.

14 Contrôle actif du bruit dans une conduite (*)

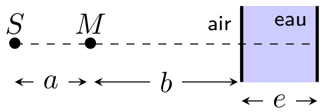
On s'intéresse à un système conçu pour éliminer un bruit indésirable transporté par une conduite. Le bruit est détecté par un premier micro dont le signal est reçu par un contrôleur électronique. Le contrôleur envoie sur un haut-parleur B la tension adéquate pour générer une onde de signal exactement opposé à celui du bruit de manière à ce que l'onde résultante au point A et en aval de A soit nulle.



1. Exprimer, en fonction de L, ℓ et de la célérité du son, le temps dont dispose le contrôleur pour le calcul du signal à envoyer sur le haut-parleur.
2. On suppose le bruit sinusoïdal de pulsation ω. On appelle φ_1 la phase initiale du signal détecté par le micro 1 et φ_{HP} la phase initiale du signal émis par le haut-parleur. Quelle expression doit avoir $\Delta\varphi = \varphi_{\text{HP}} - \varphi_1$ pour que les interférences soient destructives en A ?

15 Bulle de savon (**)

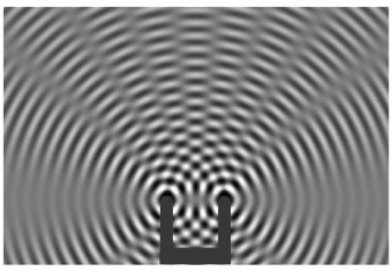
On considère une bulle de savon éclairée par une source S d'onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ. Localement, la bulle peut-être vue comme un film d'eau d'épaisseur e. Une partie de la lumière incidente est réfléchie à l'interface air-eau puis une seconde partie est réfléchie à l'interface eau-air. Lors de sa réflexion sur l'interface air-eau, l'onde subit un déphasage supplémentaire de π.

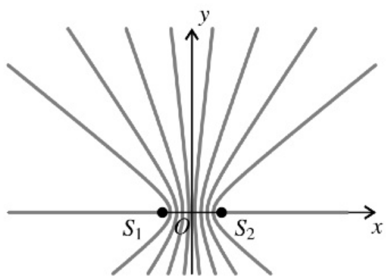


1. Justifier que l'on observe un phénomène d'interférences en M.
2. La célérité de la lumière dans l'eau vaut c/n où c est la célérité de la lumière dans le vide et n l'indice optique de l'eau. Combien vaut la longueur d'onde λ_e dans l'eau en fonction de λ sachant que la fréquence reste inchangée dans l'eau. Exprimer les modules d'onde dans l'air k_a et dans l'eau k_e en fonction de λ et n.
3. En raisonnant sur les chemins parcourus, montrer que les phases initiales des ondes se réfléchissant sur la première et sur la seconde interface sont données par : $\varphi_1 = (a + 2b)k_a + \pi$ et $\varphi_2 = (a + 2b)k_a + 2ek_e$.
   En déduire le déphasage $\Delta\varphi$ entre les deux ondes qui interfèrent en M.
4. Pour quelles longueurs d'ondes (dans le vide) obtient-on des interférences constructives ? destructives ?
5. A.N. : Pour $e = 0,25\ \mu\text{m}$ et $n = 1,4$, quelles sont les longueurs d'onde du spectre visibles pour lesquelles les interférences sont constructives ? destructives ? De quelle couleur apparaît la bulle ?
6. Expliquez qualitativement pourquoi une bulle plus épaisse ($e > 1\ \mu\text{m}$) apparaît blanche.

16 Interférences sur la cuve à ondes (**)

La figure ci-contre représente une cuve à ondes éclairée en éclairage stroboscopique. Deux pointes distantes de a frappent en même temps, à intervalles réguliers, la surface de l'eau, générant deux ondes qui interfèrent. La figure est claire là où la surface de l'eau est convexe et foncée là où elle est concave. L'amplitude d'oscillation est plus faible là où la figure est moins contrastée.





1. On suppose pour simplifier que des ondes sinusoïdales partent des deux points S_1 et S_2 où les pointes frappent la surface. En notant λ la longueur d'onde, donner la condition pour que l'interférence en un point M situé aux distances d_1 et d_2 respectivement de S_1 et S_2, soit destructrice. On introduira un entier m.
2. Pour chaque entier m, le lieu des points vérifiant cette condition est une courbe que l'on appelle dans la suite ligne de vibration minimale. Les lignes de vibration minimale sont représentées sur la figure de droite : ce sont des hyperboles. Les parties $x < -a/2$ et $x > a/2$ de l'axe (Ox) sont des lignes de vibration minimale. En déduire un renseignement sur le rapport a/λ.
3. Sur le segment S_1S_2, quel est l'intervalle de variation de $d_2 - d_1$? Déduire de la figure la valeur de $\frac{a}{\lambda}$.
4. Expliquer pourquoi l'image est bien contrasté au voisinage de l'axe (Oy).