Programme de colle — Semaine 3 — du 30 septembre au 4 octobre

À partir de cette semaine, les notes obtenues en colle seront comptées dans la moyenne.

Thèmes traités en classe

- Chapitre 2 : Repérage dans le plan et dans l'espace.
  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 4.*
- Chapitre 3 : Assertions et quantificateurs.
  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 6.*
- Chapitre 4 : Rudiments d'arithmétique.
  ***Note aux colleurs.* Ce chapitre vise deux objectifs : d'une part, la révision du vocabulaire d'arithmétique élémentaire, afin de préparer la division euclidienne des polynômes au second semestre ; d'autre part, la découverte de la notion de congruence, pour pouvoir résoudre au prochain chapitre des équations aux congruences en trigonométrie. En conséquence, ce chapitre comporte peu de savoirs et de savoir-faire.**
  - Division euclidienne : présentation à l'aide d'une potence, traduction du résultat sous la forme d'une égalité. Quotient et reste.
  - Multiple, diviseur. Écriture générique des entiers pairs et des entiers impairs.
  - Congruences modulo un entier non-nul : présentation de diverses propriétés équivalentes.
  - Définition de la congruence modulo un réel non-nul.

  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 4.*
- Chapitre 5 : Trigonométrie. ***Automatismes uniquement cette semaine.***
  - Cercle trigonométrique. Angle orienté.
  - Fonctions trigonométriques. Valeurs usuelles. Périodicité et symétries.
  - Formules trigonométriques : addition, soustraction, duplication, linéarisation, factorisation. ***Connaître ou savoir retrouver les formules de linéarisation et de factorisation n'est pas exigible à ce stade de l'année.***
  - Définition des fonctions trigonométriques réciproques. Équations et inéquations trigonométriques.
  - Représentations graphiques des fonctions trigonométriques directes et réciproques.

Automatismes

8. Soit $ABCD$ un parallélogramme non-aplati de centre O. Faire une figure, puis déterminer les coordonnées de O dans les repères suivants, en s'appuyant sur une égalité vectorielle : $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(D, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$.

9. Dans la base de l'espace $\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$, on donne $\overrightarrow{i'}\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{j'}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{k'}\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$. On admet que $\left(\overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}, \overrightarrow{k'}\right)$ est une base. Exprimer dans $\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v}$ dont les coordonnées sont $\begin{pmatrix}2\\3\\-4\end{pmatrix}$ dans $\left(\overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}, \overrightarrow{k'}\right)$.

10. Dans le repère du plan $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, on considère $O'(1, -2)$, $\overrightarrow{i'}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{j'}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$. Justifier que $\left(O', \overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}\right)$ est un repère. Soit $D(1, 2)$ dont les coordonnées sont données dans le repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$. On note $D(x, y)$ ses coordonnées dans le repère $\left(O', \overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}\right)$. En écrivant sous deux formes un même vecteur, déterminer un système vérifié par x et y, puis le résoudre.

11. On considère A et B deux points fixés. Expliquer pourquoi le barycentre des points pondérés $(A, -3)$ et $(B, 7)$ existe, puis exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et expliquer enfin comment construire le point G.

12. Soient trois points A, B et G vérifiant : $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BG}$. Montrer que G est barycentre des points A et B, et déterminer leurs poids respectifs.

13. Soient P et Q deux assertions, on considère l'implication $P \implies Q$. Quelle est la condition nécessaire, la condition suffisante ? Donner la contraposée, la réciproque et la négation de $P \implies Q$.

14. Déterminer l'ensemble des réels θ tels que : $4\theta \equiv \theta + \dfrac{\pi}{2}\ [\pi]$.

15. Dans un tableau, lister sans démonstration les valeurs prises par cos, sin et tan aux angles 0, $\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{\pi}{3}$ et $\dfrac{\pi}{2}$.

16. Déterminer les valeurs de $\cos\left(\dfrac{32\pi}{3}\right)$, de $\sin\left(\dfrac{32\pi}{3}\right)$ et de $\tan\left(\dfrac{32\pi}{3}\right)$.

17. Sans justification, rappeler les formules d'addition donnant $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$, où a et b sont deux réels. En déduire la formule d'addition $\tan(a+b) = \dfrac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$, lorsque ces quantités sont bien définies.
18. Sans justification, rappeler les formules de duplication donnant $\cos(2x)$ (3 formules attendues) et $\sin(2x)$ (1 formule attendue), où x est un réel. En déduire la formule de duplication $\tan(2x) = \dfrac{2\tan(x)}{1-\tan(x)^2}$, lorsque ces quantités sont bien définies.
19. En s'appuyant sur un croquis, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(x) = \dfrac{1}{2}$. *L'écriture de l'ensemble des solutions n'est pas exigée.*
20. En s'appuyant sur un croquis, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sin(x) > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. *L'écriture de l'ensemble des solutions n'est pas exigée.*
21. Donner l'allure des courbes représentatives des fonctions cos, sin et tan. On veillera à ce que les valeurs remarquables (liées à l'ensemble de définition, aux extremums ou au croisement des axes) apparaissent clairement.
22. Donner l'allure des courbes représentatives des fonctions arccos, arcsin et arctan. On veillera à ce que les valeurs remarquables (liées à l'ensemble de définition, aux extremums ou au croisement des axes) apparaissent clairement.

À savoir faire

- Manipuler les vecteurs : techniques calculatoires usuelles, se servir de relations vectorielles pour construire une figure géométrique et inversement.
- Déterminer les coordonnées d'un point/d'un vecteur lors d'un changement de repère.
- Manipuler la définition de barycentre : pour obtenir une égalité vectorielle ou lorsqu'on dispose déjà d'une égalité vectorielle.
- Construire le barycentre d'un système d'au plus 4 points du plan.
- Connaître la signification des quantificateurs et des opérateurs logiques. Retranscrire un énoncé mathématique en français à l'aide de quantificateurs et opérateurs logiques et inversement. Savoir exprimer la négation d'une assertion.
- Maîtriser le vocabulaire de la division euclidienne. Traduire une division euclidienne « posée » par une égalité numérique.
- Traduire une congruence à l'aide d'une quantification existentielle et d'une égalité.

La semaine prochaine

Assertions et quantificateurs
Trigonométrie
Ensembles