

Programme de colle — Semaine 4 — du 7 au 11 octobre

Thèmes traités en classe

- Chapitre 3 : Assertions et quantificateurs.
→ Exercices traités en classe : 1 à 6.
- Chapitre 5 : Trigonométrie.
 - Cercle trigonométrique. Angle orienté.
 - Fonctions trigonométriques. Valeurs usuelles. Périodicité et symétries.
 - Formules trigonométriques : addition, soustraction, duplication, linéarisation, factorisation. **Connaître ou savoir retrouver les formules de linéarisation et de factorisation n'est pas exigible à ce stade de l'année. Si nécessaire, on les fournira pour en demander une démonstration.**
 - Définition des fonctions trigonométriques réciproques. Équations et inéquations trigonométriques.
 - Représentations graphiques des fonctions trigonométriques directes et réciproques.→ Exercices traités en classe : 1 à 10.
- Chapitre 6 : Ensembles.
 - Ensemble défini en extension, en compréhension.
 - Inclusion, égalité d'ensembles.
 - Ensemble des parties.
 - Intersection, réunion, complémentaire (noté $E \setminus A$, $\overline{A}$ ou A^c). Propriétés de ces opérations. Produit cartésien.→ Exercices traités en classe : 1 à 8.

Questions de cours

- Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$.
- Montrer que pour tout réel x non-congru à $\frac{\pi}{2}$ modulo π , on a : $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

Automatismes

13. Soient P et Q deux assertions, on considère l'implication $P \implies Q$. Quelle est la condition nécessaire, la condition suffisante ? Donner la contraposée, la réciproque et la négation de $P \implies Q$.
15. Dans un tableau, lister sans démonstration les valeurs prises par $\cos$, $\sin$ et $\tan$ aux angles $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.
16. Déterminer les valeurs de $\cos\left(\frac{32\pi}{3}\right)$, de $\sin\left(\frac{32\pi}{3}\right)$ et de $\tan\left(\frac{32\pi}{3}\right)$.
17. Sans justification, rappeler les formules d'addition donnant $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$, où a et b sont deux réels. En déduire la formule d'addition $\tan(a+b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$, lorsque ces quantités sont bien définies.
18. Sans justification, rappeler les formules de duplication donnant $\cos(2x)$ (3 formules attendues) et $\sin(2x)$ (1 formule attendue), où x est un réel. En déduire la formule de duplication $\tan(2x) = \frac{2 \tan(x)}{1 - \tan(x)^2}$, lorsque ces quantités sont bien définies.
19. En s'appuyant sur un croquis, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$. L'écriture de l'ensemble des solutions n'est pas exigée.
20. En s'appuyant sur un croquis, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sin(x) > \frac{\sqrt{3}}{2}$. L'écriture de l'ensemble des solutions n'est pas exigée.
21. Donner l'allure des courbes représentatives des fonctions $\cos$, $\sin$ et $\tan$. On veillera à ce que les valeurs remarquables (liées à l'ensemble de définition, aux extremums ou au croisement des axes) apparaissent clairement.
22. Donner l'allure des courbes représentatives des fonctions $\arccos$, $\arcsin$ et $\arctan$. On veillera à ce que les valeurs remarquables (liées à l'ensemble de définition, aux extremums ou au croisement des axes) apparaissent clairement.
23. Soient A et B deux ensembles de E . Rappeler les définitions de : $A \cap B$, $A \cup B$, $A \subset B$ et $A = B$.
24. On considère $E_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = (x+y)^2\}$, $E_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 2xy\}$ et $E_3 = \{(0, 0, 0)\}$. Montrer que $E_1 \cap E_2 = E_3$.
25. Soit E un ensemble. Montrer que : $\forall A, B, C \in \mathcal{P}(E), [A \subset B \implies A \cap C \subset B \cap C]$.

À savoir faire

- Connaître la signification des quantificateurs et des opérateurs logiques. Retranscrire un énoncé mathématique en français à l'aide de quantificateurs et opérateurs logiques et inversement. Savoir exprimer la négation d'une assertion.
- Déterminer la mesure principale d'un angle orienté.
- Connaître les valeurs usuelles des fonctions trigonométriques et pouvoir les utiliser pour retrouver d'autres valeurs sur le cercle.
- Connaître par cœur les formules d'addition. S'en servir pour retrouver les formules de soustraction et de duplication. S'en servir pour démontrer les formules de linéarisation et de factorisation. *(Ces dernières formules doivent pour le moment être rappelées par l'examineur qui peut en demander une démonstration.)*
- Résoudre une équation ou une inéquation trigonométrique.
- Connaître la signification des opérations usuelles sur les ensembles.
- Démontrer une égalité ou une inclusion d'ensembles.

La semaine prochaine

Trigonométrie

Ensembles

Généralités sur les fonctions (ensembles de définitions, parité, périodicité, limites, asymptotes)