

Programme de colle — Semaine 6 — du 4 au 8 novembre

Thèmes traités en classe

- Chapitre 7 : Généralités sur les fonctions.
 - Vocabulaire : fonction, image, antécédent, ensemble de définition, courbe représentative.
 - Opérations sur les fonctions : addition, produit, multiplication par une constante, composition.
 - Conséquences graphiques d'opérations sur les images ou sur les antécédents (addition, multiplication, valeur absolue).
 - Périodicité, parité, imparité : définition et conséquences graphiques.
 - Limites. **La définition quantifiée de limite n'est pas au programme ce semestre. La notion de limite est ici introduite uniquement dans un but technique : des considérations plus théoriques seront abordées au second semestre.** Limites usuelles : x^n avec $n \in \mathbb{Z}$, \sqrt{x} , $\ln(x)$, e^x , avec x tendant vers $-\infty$, 0 ou $+\infty$. Opérations sur les limites (formes indéterminées). Composition de limites. Théorème des gendarmes. Limites obtenues par croissance comparée de l'exponentielle, des monômes, du logarithme népérien. **Les limites obtenues par taux d'accroissement n'ont pas été abordées pour le moment, et apparaîtront dans le chapitre 9.**
 - Asymptotes : verticales, horizontales, obliques. Méthode générale de détermination d'asymptotes.
→ Exercices traités en classe : 1 à 8.
- Chapitre 8 : Géométrie euclidienne dans le plan.
 - Produit scalaire. Définition géométrique, interprétation géométrique. Traduction de l'orthogonalité de deux vecteurs. Carré scalaire, symétrie, bilinéarité. Développement de $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$. Décomposition d'un vecteur dans une base orthonormée. Formule du produit scalaire avec les coordonnées dans une base orthonormée.
 - Déterminant. Définition géométrique, interprétation géométrique. Traduction du caractère lié d'une famille de deux vecteurs. Déterminant d'une base directe. Antisymétrie et bilinéarité. Formule du déterminant avec les coordonnées dans une base orthonormée directe.
→ Exercices traités en classe : 1 à 7.

Questions de cours

- Rappeler la définition géométrique du produit scalaire. Rappeler et démontrer la formule avec les coordonnées.
- Rappeler et démontrer l'identité remarquable associée à la quantité $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$, où \vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs du plan.
- Rappeler la définition géométrique du déterminant. Rappeler et démontrer la formule avec les coordonnées.

Automatismes

26. Justifier que $f : x \mapsto \sqrt{5 + x + x^3}$ est bien définie sur $[-1, +\infty[$. Est-elle définie sur \mathbb{R} ?
27. Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \frac{\sqrt{\arcsin(x)}}{x}$.
28. Montrer que la fonction $f : t \mapsto \sin(t)e^{\cos(t)}$ est impaire et 2π -périodique.
29. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x^2 - 2x + 1)^3}{(1 - 2x)(1 - x)^5}$.
30. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin x}{1 - x^2}$.
31. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x + e^x)}{x}$.
32. Montrer que la droite d'équation $y = -x + 4$ est asymptote en $+\infty$ et en $-\infty$ à la courbe de la fonction $f : x \mapsto \frac{-x^2 + 6x - 5}{x - 2}$.
33. Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2, 0)$, $B(5, 3)$ et $C(2, 7)$. Déterminer une mesure de l'angle géométrique \widehat{BAC} .
34. Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur le réel m correspondant à l'alignement des points $A(1, 0)$, $B(4, 5)$ et $C(m - 1, m + 1)$.

À savoir faire

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- Montrer qu'une fonction est paire/impaire.
- Montrer qu'une fonction est périodique.

- Calculer la composée de deux fonctions.
- Calculer une limite de fonction : à l'aide des opérations, des croissances comparées, et du théorème des gendarmes.
- Étudier les asymptotes d'une fonction.
- Calculer un produit scalaire ou un déterminant en utilisant la formule adaptée au problème.
- Utiliser un produit scalaire ou un déterminant : pour tester l'orthogonalité ou la colinéarité de deux vecteurs ; pour calculer un angle.

La semaine prochaine ...

Généralités sur les fonctions (ensembles de définitions, parité, périodicité, limites, asymptotes)

Géométrie euclidienne dans le plan

Variations des fonctions