

Programme de colle — Semaine 7 — du 12 au 15 novembre

Thèmes traités en classe

- Chapitre 7 : Généralités sur les fonctions.
→ *Exercices traités en classe : 1 à 8.*
- Chapitre 8 : Géométrie euclidienne dans le plan.
 - Produit scalaire. Définition géométrique, interprétation géométrique. Traduction de l'orthogonalité de deux vecteurs. Carré scalaire, symétrie, bilinéarité. Développement de $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$. Décomposition d'un vecteur dans une base orthonormée. Formule du produit scalaire avec les coordonnées dans une base orthonormée.
 - Déterminant. Définition géométrique, interprétation géométrique. Traduction du caractère lié d'une famille de deux vecteurs. Déterminant d'une base directe. Antisymétrie et bilinéarité. Formule du déterminant avec les coordonnées dans une base orthonormée directe.
 - Droites. Équation cartésienne, système d'équations paramétriques. Vecteur directeur, vecteur normal. Passer d'un mode de définition d'une droite à un autre. Projeté orthogonal sur une droite, distance d'un point à une droite. (**Aucune formule de distance d'un point à une droite ne figure au programme.**)
 - Cercles. Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.→ *Exercices traités en classe : 1 à 15.*
- Chapitre 9 : Variations des fonctions. (**Pas d'exercices sur ce thème cette semaine, uniquement questions de cours et/ou automatismes indiqués ci-dessous.**)
 - Monotonie d'une fonction. Stricte monotonie.
 - Majoration, minoration. Borne supérieure, borne inférieure. Maximum global, minimum global.
 - Continuité : définition à l'aide d'une limite, interprétation graphique. (**Pour rappel, la définition quantifiée de limite ne sera abordée qu'au second semestre.**)
 - Dérivabilité. Interprétation géométrique, équation de la tangente. Liens dérivée/variations. Maximum local, minimum local. Dérivées usuelles (monôme, inverse d'un monôme, racine carrée, cos, sin, tan, exp, ln, arccos, arcsin, arctan). Limites obtenues par taux d'accroissement : $\frac{\sin(x)}{x}$, $\frac{\ln(1+x)}{x}$ et $\frac{e^x - 1}{x}$ quand x tend vers 0. Opérations sur les dérivées.
 - Plan d'étude globale d'une fonction.→ *Aucun exercice traité en classe.*

Questions de cours

- Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$. Définir les assertions suivantes à l'aide de quantificateurs : « f est croissante », « f est décroissante », « f est strictement croissante », « f est strictement décroissante ». Donner un exemple de courbe correspondant à une fonction f dans chacune des situations suivantes : f est strictement croissante ; f est décroissante non-strictement ; f n'est pas monotone.
- Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ et soit $a \in I$. Montrer que si f est dérivable en a , alors f est continue en a .
- Soit $f : \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto x^2 \end{cases}$. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer l'expression de sa dérivée.

Automatismes

33. Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2, 0)$, $B(5, 3)$ et $C(2, 7)$. Déterminer une mesure de l'angle géométrique $\widehat{BAC}$.
34. Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur le réel m correspondant à l'alignement des points $A(1, 0)$, $B(4, 5)$ et $C(m-1, m+1)$.
35. Déterminer un système paramétrique et une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$ passant par $A(1, 2)$ et dirigée par $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.
36. Déterminer une équation cartésienne et un système paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ passant par $A(1, 2)$ et normale à $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.
37. Déterminer les coordonnées de l'éventuel point d'intersection des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ d'équations cartésiennes respectives $2x - y + 3 = 0$ et $-x + y - 2 = 0$.
38. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$ dont un système paramétrique est $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.
39. Soient $A(1, 3)$, $B(6, 8)$ et $C(0, 6)$. Déterminer la distance du point C à la droite (AB) .
40. Déterminer le centre et le rayon du cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$, puis en donner un système paramétrique.

42. Dans un tableau, lister sans démonstration la dérivée et l'ensemble de dérivabilité de chacune des fonctions suivantes : $\cos$, $\sin$, $\tan$, $\exp$, $\ln$, $\arccos$, $\arcsin$ et $\arctan$.

À savoir faire

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- Montrer qu'une fonction est paire/impaire.
- Montrer qu'une fonction est périodique.
- Calculer la composée de deux fonctions.
- Calculer une limite de fonction : à l'aide des opérations, des croissances comparées, et du théorème des gendarmes.
- Étudier les asymptotes d'une fonction.
- Calculer un produit scalaire ou un déterminant en utilisant la formule adaptée au problème.
- Utiliser un produit scalaire ou un déterminant : pour tester l'orthogonalité ou la colinéarité de deux vecteurs; pour calculer un angle.
- Déterminer une équation cartésienne d'une droite à partir : d'un point et un vecteur directeur; d'un point et un vecteur normal; de deux points.
- Trouver une représentation paramétrique d'une droite à partir d'une équation cartésienne et réciproquement.
- Vérifier si deux droites sont parallèles et trouver leur point d'intersection.
- Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite. Calculer la distance d'un point à une droite.
- Manipuler l'équation cartésienne et la représentation paramétrique d'un cercle.

La semaine prochaine ...

Généralités sur les fonctions (ensembles de définitions, parité, périodicité, limites, asymptotes)

Variations des fonctions

Nombres complexes