Programme de colle — Semaine 8 — du 18 au 22 novembre

Thèmes traités en classe

- Chapitre 7 : Généralités sur les fonctions.
  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 8.*
- Chapitre 9 : Variations des fonctions.
  - Monotonie d'une fonction. Stricte monotonie.
  - Majoration, minoration. Borne supérieure, borne inférieure. Maximum global, minimum global.
  - Continuité : définition à l'aide d'une limite, interprétation graphique. ***(Pour rappel, la définition quantifiée de limite ne sera abordée qu'au second semestre.)***
  - Dérivabilité. Interprétation géométrique, équation de la tangente. Liens dérivée/variations. Maximum local, minimum local. Dérivées usuelles (monôme, inverse d'un monôme, racine carrée, cos, sin, tan, exp, ln, arccos, arcsin, arctan). Limites obtenues par taux d'accroissement : $\dfrac{\sin(x)}{x}$, $\dfrac{\ln(1+x)}{x}$ et $\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{x}$ quand x tend vers 0. Opérations sur les dérivées.
  - Plan d'étude globale d'une fonction.

  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 7.*

Questions de cours

- Soit $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$. Définir les assertions suivantes à l'aide de quantificateurs : « f est croissante », « f est décroissante », « f est strictement croissante », « f est strictement décroissante ». Donner un exemple de courbe correspondant à une fonction f dans chacune des situations suivantes : f est strictement croissante ; f est décroissante non-strictement ; f n'est pas monotone.
- Soit $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ et soit $a \in I$. Montrer que si f est dérivable en a, alors f est continue en a.
- Soit $f : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer l'expression de sa dérivée.

Automatismes

41. Soient $f, g \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Montrer que si f et g sont strictement décroissantes, alors $f \circ g$ est strictement croissante.
42. Dans un tableau, lister sans démonstration la dérivée et l'ensemble de dérivabilité de chacune des fonctions suivantes : cos, sin, tan, exp, ln, arccos, arcsin et arctan.
43. Soit $g : x \longmapsto \sqrt{-x^2+6x+7}$. Justifier que g est dérivable sur $]-1, 7[$, puis déterminer une expression factorisée de sa dérivée.
44. Soit $f : x \longmapsto \dfrac{\exp\left(x^2\right)}{x}$. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$, puis déterminer une expression factorisée de sa dérivée.
45. Soit $f : x \longmapsto \dfrac{\exp\left(x^2\right)}{x}$. On admet que f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$, et que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = \dfrac{2x^2-1}{x^2}\exp\left(x^2\right)$. Dresser le tableau de variations de f (on ne demande pas les valeurs en début et fin de flèche).
46. Soit $f : x \longmapsto \dfrac{\exp\left(x^2\right)}{x}$. On admet que le tableau ci-dessous décrit les variations de f sur $\mathbb{R}_+^*$.

x	0		$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
f	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	$\sqrt{2\mathrm{e}}$	$\nearrow$	$+\infty$

Donner une définition, même informelle, des termes « majorant », « minorant », « maximum global », « minimum global », « borne supérieure », « borne inférieure ». Puis donner, s'ils existent pour la fonction f sur $\mathbb{R}_+^*$: trois majorants, trois minorants, le maximum global, le minimum global, la borne supérieure, la borne inférieure.

À savoir faire

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- Montrer qu'une fonction est paire/impaire.

- Montrer qu'une fonction est périodique.
- Calculer la composée de deux fonctions.
- Calculer une limite de fonction : à l'aide des opérations, des croissances comparées, des taux d'accroissement et du théorème des gendarmes.
- Étudier les asymptotes d'une fonction.
- Connaître le tableau des dérivées.
- Calculer la dérivée d'une fonction.
- Dresser le tableau de signes de la dérivée et en déduire le tableau de variations de la fonction.
- Mener en autonomie l'étude globale d'une fonction.

La semaine prochaine …

Fonctions : Généralités et variations
Nombres complexes