Programme de colle — Semaine 9 — du 25 au 29 novembre

Thèmes traités en classe

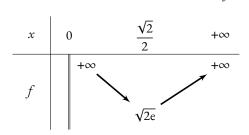
- Chapitre 7 : Généralités sur les fonctions.
 - → Exercices traités en classe : 1 à 8.
- Chapitre 9 : Variations des fonctions.
 - → Exercices traités en classe : 1 à 7.
- Chapitre 10 : Nombres complexes.
 - Définitions : i, C, forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire.
 - Opérations réalisées sur les nombres complexes en forme algébrique : addition, soustraction, multiplication, conjugaison,
 - Point de vue géométrique : affixe d'un point, d'un vecteur; point-image d'un complexe. Affixe d'un vecteur dont on connaît les affixes des extrémités, affixe d'un barycentre, d'un milieu, d'un symétrique (par rapport à l'origine, par rapport à l'axe des abscisses).
 - Module d'un nombre complexe. Définition et propriétés. Interprétation géométrique du module de la différence. Inégalité triangulaire (avec cas d'égalité) et corollaire. Disque fermé, disque ouvert, cercle.
 - Cercle trigonométrique. Description des éléments de U, notation exponentielle. Formules d'Euler et de Moivre.
 - Arguments d'un nombre complexe. Forme trigonométrique et forme exponentielle d'un nombre complexe. Propriétés calculatoires.
 - → Exercices traités en classe : 1 à 11.

Questions de cours

- Compléter et démontrer la proposition suivante : $\forall a,b \in \mathbb{R}, \ \mathrm{e}^{\mathrm{i}a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}b}=\mathrm{e}^{(???)}.$
- Énoncer et démontrer les formules d'Euler.

Automatismes

- **41.** Soient $f, g \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Montrer que si f et g sont strictement décroissantes, alors $f \circ g$ est strictement croissante.
- 42. Dans un tableau, lister sans démonstration la dérivée et l'ensemble de dérivabilité de chacune des fonctions suivantes : cos, sin, tan, exp, ln, arccos, arcsin et arctan.
- **43.** Soit $g: x \mapsto \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$. Justifier que g est dérivable sur]-1,7[, puis déterminer une expression factorisée de sa dérivée.
- **44.** Soit $f: x \mapsto \frac{\exp(x^2)}{x}$. Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R}^* , puis déterminer une expression factorisée de sa dérivée. **45.** Soit $f: x \mapsto \frac{\exp(x^2)}{x}$. On admet que f est définie et dérivable sur \mathbb{R}^* , et que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = \frac{2x^2 1}{x^2} \exp(x^2)$. Dresser le tableau de variations de f (on ne demande pas les valeurs en début et fin de flèche).
- **46.** Soit $f: x \mapsto \frac{\exp(x^2)}{x}$. On admet que le tableau ci-dessous décrit les variations de f sur \mathbb{R}_+^* .



Donner une définition, même informelle, des termes « majorant », « minorant », « maximum global », « minimum global », « borne supérieure », « borne inférieure ». Puis donner, s'ils existent pour la fonction f sur \mathbb{R}_+^* : trois majorants, trois minorants, le maximum global, le minimum global, la borne supérieure, la borne inférieure.

- 47. Déterminer la partie réelle, la partie imaginaire, le module et un argument du nombre complexe $z = \frac{1+i}{(2+i)^2}$. On pourra utiliser la fonction arctan pour l'expression d'un argument.
- **48.** En utilisant une formule d'Euler, retrouver les formules de linéarisation de $\cos(x)^2$ et de $\sin(x)^2$, où x est un réel.
- **49.** Soient p et q deux réels. Factoriser $e^{ip} + e^{iq}$, puis $\cos(p) + \cos(q)$.
- 50. Dans le plan complexe, on considère les points O (d'affixe 0), A (d'affixe 2 + 4i) et B (d'affixe 4 + 3i). Montrer que le triangle OAB est rectangle en A.

À savoir faire

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- Montrer qu'une fonction est paire/impaire.
- Montrer qu'une fonction est périodique.
- Calculer la composée de deux fonctions.
- Calculer une limite de fonction : à l'aide des opérations, des croissances comparées, des taux d'accroissement et du théorème des gendarmes.
- Étudier les asymptotes d'une fonction.
- Connaître le tableau des dérivées.
- Calculer la dérivée d'une fonction.
- Dresser le tableau de signes de la dérivée et en déduire le tableau de variations de la fonction.
- Mener en autonomie l'étude globale d'une fonction.
- Déterminer la forme algébrique ou exponentielle d'un complexe. Déterminer le module et l'argument d'un complexe. Passer de la forme algébrique à la forme exponentielle et vice versa.
- Utiliser les formules d'Euler pour linéariser une expression trigonométrique.
- Utiliser la factorisation par l'angle moitié.
- Utiliser la formule de Moivre.
- Utiliser les nombres complexes pour traiter des problèmes de géométrie plane.

La semaine prochaine ...

Nombres complexes Rudiments de calcul intégral