Programme de colle — Semaine 10 — du 2 au 6 décembre

Thèmes traités en classe

- Chapitre 10 : Nombres complexes.
→ Exercices traités en classe : 1 à 11.
- Chapitre 11 : Rudiments de calcul intégral. (**Attention, les méthodes d'intégration par parties et de changement de variable seront traitées plus tard dans l'année.**)
 - Primitives d'une fonction sur un intervalle. Définition. Deux primitives d'une même fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante. Les fonctions continues admettent des primitives (admis).
 - Tableau des primitives usuelles (monômes à exposant réel, $\cos$, $\sin$, $\frac{1}{\cos^2}$, $\exp$, $\tan$, $x \mapsto \frac{\pm 1}{\sqrt{1-x^2}}$, $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$). Formes à reconnaître quand on cherche une primitive ($u' \times u^\alpha$ avec $\alpha \neq -1$, $\frac{u'}{u}$, $u' \times v' \circ u$).
 - Intégrale d'une fonction continue sur un segment. Définition géométrique. Valeur moyenne. Calcul d'une intégrale à l'aide d'une primitive. Expression d'une primitive à l'aide d'une intégrale. Linéarité. Relation de Chasles.
→ Exercices traités en classe : 1 à 9.

Questions de cours

- Compléter et démontrer la proposition suivante : $\forall a, b \in \mathbb{R}, e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$.
- Énoncer et démontrer les formules d'Euler.

Automatismes

47. Déterminer la partie réelle, la partie imaginaire, le module et un argument du nombre complexe $z = \frac{1+i}{(2+i)^2}$. On pourra utiliser la fonction $\arctan$ pour l'expression d'un argument.
48. En utilisant une formule d'Euler, retrouver les formules de linéarisation de $\cos(x)^2$ et de $\sin(x)^2$, où x est un réel.
49. Soient p et q deux réels. Factoriser $e^{ip} + e^{iq}$, puis $\cos(p) + \cos(q)$.
50. Dans le plan complexe, on considère les points O (d'affixe 0), A (d'affixe $2 + 4i$) et B (d'affixe $4 + 3i$). Montrer que le triangle OAB est rectangle en A .
51. Dans un tableau, lister sans démonstration une primitive et les intervalles de primitivation de chacune des fonctions suivantes : $x \mapsto \frac{1}{x}$, $\cos$, $\sin$, $\tan$, $\exp$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$.
52. Déterminer une primitive de $f : x \mapsto \sin(x) \cos(2x)$.
53. Déterminer toutes les primitives sur $\mathbb{R}$ de $f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.
54. Calculer $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln(x)}$.

À savoir faire

- Déterminer la forme algébrique ou exponentielle d'un complexe. Déterminer le module et l'argument d'un complexe. Passer de la forme algébrique à la forme exponentielle et vice versa.
- Utiliser les formules d'Euler pour linéariser une expression trigonométrique.
- Utiliser la factorisation par l'angle moitié.
- Utiliser la formule de Moivre.
- Utiliser les nombres complexes pour traiter des problèmes de géométrie plane.
- Connaître le tableau des primitives et savoir déterminer une primitive d'une fonction.
- Calculer une intégrale et l'interpréter comme une aire.

La semaine prochaine ...

Tout le bloc « fonctions » : généralités, variations, rudiments de calcul intégral
Applications