Programme de colle — Semaine 16 — du 3 au 7 février

Thèmes traités en classe

- Chapitre 17 : Géométrie euclidienne dans l'espace.
  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 12.*
- Chapitre 18 : Fonctions usuelles.
  - Logarithme népérien : définition, variations, propriétés calculatoires, limites en 0, en $+\infty$, taux d'accroissement en 1. Exponentielle : définition, variations, propriétés calculatoires, limites en $-\infty$, en $+\infty$, taux d'accroissement en 0. Fonctions puissances d'exposant réel. Croissances comparées.
  - Compléments sur les fonctions trigonométriques (directes et réciproques) : démonstrations des formules de dérivation.
  - Fonction partie entière, fonction valeur absolue.
  - Représentations graphiques des fonctions usuelles.

  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1, 2 et 4 à 10. L'exercice 3 a été didactisé différemment lors d'un DS dont les copies corrigées n'ont toutefois pas encore été rendues.*

Questions de cours

- Démontrer que : $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*,\ \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$. On pourra, à y fixé, étudier la fonction $f : x \mapsto \ln(xy) - \ln(x) - \ln(y)$.
- Soit $x \in \mathbb{R}_+^*$. Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N},\ x^n = \mathrm{e}^{n\ln(x)}$.

Automatismes

76. Soient $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-3\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}1\\m\\m\end{pmatrix}$. Pour quelle(s) valeur(s) de m ces trois vecteurs forment-ils une base de l'espace ?

77. Soient $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}a\\1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2-a\\1\\a-2\end{pmatrix}$. Pour quelle(s) valeur(s) de a ces deux vecteurs sont-ils colinéaires ?

78. Soient $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}a\\1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2-a\\1\\a-2\end{pmatrix}$. Pour quelle(s) valeur(s) de a ces deux vecteurs sont-ils orthogonaux ?

79. Soient $A(1, 2, 3)$ et $\mathcal{P} : x + y + z = 0$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de A sur $\mathcal{P}$.

80. Résoudre l'équation suivante : $\ln(x+1) + \ln(x-1) = \ln(15)$.

81. Résoudre l'équation suivante : $2^{\left(x^3\right)} = 3^{\left(x^2\right)}$.

82. Dresser le tableau de variations sur $\mathbb{R}_+^*$ de $f : x \mapsto x^x$. *(On ne demande pas les valeurs au bout des flèches.)*

83. Calculer les quantités : $\arccos\left(\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\right)$; $\arcsin\left(\sin\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)\right)$; $\arctan\left(\tan\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)\right)$.

84. Soit $f : x \mapsto \arcsin\left(\sqrt{x} - 1\right)$. Justifier que f est dérivable sur $]0, 4[$, puis déterminer une expression factorisée de sa dérivée.

À savoir faire

- Calculer le produit scalaire/vectoriel/mixte de deux/deux/trois vecteurs et savoir à quoi ils servent.
- Passer d'une représentation d'un plan à une autre (un point et un vecteur normal ; un point et une base ; trois points ; équation cartésienne ; représentation paramétrique).
- Passer d'une représentation d'une droite à une autre (un point et un vecteur directeur ; deux points ; deux équations cartésiennes ; représentation paramétrique).
- Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur un plan ou sur une droite.
- Calculer la distance d'un point à un plan ou à une droite.
- Trouver une équation cartésienne d'une sphère.
- Retrouver les coordonnées du centre et le rayon d'une sphère à partir de son équation cartésienne.
- Déterminer l'intersection entre deux plans, deux droites, un plan et une droite, un plan et une sphère, une droite et une sphère.
- Connaître les fonctions usuelles (ln, exp, puissances, cos, sin, tan, arccos, arcsin, arctan) : ensemble de définition, propriétés calculatoires, dérivée, variations, limites/valeurs aux bornes de l'ensemble de définition. Maîtriser les méthodes abordées aux chapitres précédents sur le thème des fonctions.

La semaine prochaine …

Bilan sur les méthodes de démonstration
Systèmes linéaires