

Programme de colle — Semaine 18 — du 3 au 7 mars

Thèmes traités en classe

- Chapitre 11 : Rudiments de calcul intégral.
 - Primitives d'une fonction sur un intervalle. Définition. Deux primitives d'une même fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante. Les fonctions continues admettent des primitives (admis).
 - Tableau des primitives usuelles (monômes à exposant réel, $\cos$, $\sin$, $\frac{1}{\cos^2}$, $\exp$, $\tan$, $x \mapsto \frac{\pm 1}{\sqrt{1-x^2}}$, $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$). Formes à reconnaître quand on cherche une primitive ($u' \times u^\alpha$ avec $\alpha \neq -1$, $\frac{u'}{u}$, $u' \times v' \circ u$).
 - Intégrale d'une fonction continue sur un segment. Définition géométrique. Valeur moyenne. Calcul d'une intégrale à l'aide d'une primitive. Expression d'une primitive à l'aide d'une intégrale. Linéarité. Relation de Chasles.
→ Exercices traités en classe : 1 à 9.
- Chapitre 21 : Méthodes avancées de calcul intégral.
 - Fonction de classe $\mathcal{C}^1$.
 - Intégration par parties (sur un segment) : théorème, exemples.
 - Changement de variable (sur un segment) : théorème, exemples.
→ Exercices traités en classe : 1 à 9.

Questions de cours

- Énoncer et démontrer le théorème d'intégration par parties.
- Énoncer et démontrer le théorème de changement de variable.

Automatismes

51. Dans un tableau, lister sans démonstration une primitive et les intervalles de primitivation de chacune des fonctions suivantes :

$$x \mapsto \frac{1}{x}, \cos, \sin, \tan, \exp, x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, x \mapsto \frac{1}{1+x^2}.$$

52. Déterminer une primitive de $f : x \mapsto \sin(x) \cos(2x)$.

53. Déterminer toutes les primitives sur $\mathbb{R}$ de $f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

54. Calculer $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln(x)}$.

87. Calculer $\int_{-\pi}^{\pi} t \sin(t) dt$.

88. Calculer $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ à l'aide du changement de variable $t = \sqrt{1+x}$.

À savoir faire

- Connaître le tableau des primitives et savoir déterminer une primitive d'une fonction.
- Calculer une intégrale et l'interpréter comme une aire.
- Reconnaître une situation où l'on peut réaliser une intégration par parties ou un changement de variable.
- Savoir rédiger convenablement une intégration par parties ou un changement de variables : l'argument « fonction $\mathcal{C}^1$ » doit être employé, pour la (ou les) bonne(s) fonction(s), sur le bon intervalle.
- Faire preuve d'esprit critique lorsqu'on tente de calculer une intégrale, à l'aide d'une autre encore plus difficile à calculer...

La semaine prochaine ...

Dénombrement

Nombres réels