

Programme de colle — Semaine 20 — du 17 au 21 mars

Thèmes traités en classe

- Chapitre 23 : Nombres réels.
 - Ensembles de nombres. Définitions, inclusions. Révisions sur les démonstrations par l'absurde.
 - Majorant/minorant, borne supérieure/inférieure, maximum/minimum.
 - Intervalles.→ Exercices corrigés en classe : 1 à 6.
- Chapitre 24 : Généralités sur les suites numériques. (*Pour rappel : les suites arithmétiques et géométriques n'ont pas encore fait l'objet de révisions spécifiques.*)
 - Définition, par terme général ou récurrence. Tracé graphique.
 - Majoration, minoration ; suite bornée.
 - Variations, monotonie. Méthodes pour étudier les variations d'une suite.
 - Opérations sur les suites, extraction.→ Exercices corrigés en classe : 1 à 4.

Automatismes (nouveaux et/ou révisions)

46. Soit $f : x \mapsto \frac{\exp(x^2)}{x}$. On admet que le tableau ci-dessous décrit les variations de f sur $\mathbb{R}_+^*$.

x	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
f	$+\infty$	$\sqrt{2}e$	$+\infty$

Donner une définition, même informelle, des termes « majorant », « minorant », « maximum global », « minimum global », « borne supérieure », « borne inférieure ». Puis donner, s'ils existent pour la fonction f sur $\mathbb{R}_+^*$: trois majorants, trois mineurs, le maximum global, le minimum global, la borne supérieure, la borne inférieure.

65. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par $u_1 = \frac{1}{2}$ et pour tout entier $n \geq 1$, $u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n}$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0$.

66. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 2$, $u_1 = 3$ et pour tout entier $n \geq 0$, $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 1 + 2^n$.

73. Déterminer deux réels a et b tels que : $\forall k \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{k(k+1)} = \frac{a}{k} + \frac{b}{k+1}$. En déduire la valeur de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$.

74. Définir le nombre « factorielle de n » et le nombre « coefficient binomial de k parmi n » (pour $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$). Donner, sans justification, la formule du binôme de Newton et la formule de factorisation de $a^n - b^n$ (lorsque a et b sont réels ou complexes, avec $n \in \mathbb{N}^*$).

93. Soient $E \subset \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{R}$ et $M \in \mathbb{R}$. Donner, sans justifier, les définitions quantifiées des assertions suivantes :

- (a) m est un minorant de E ;
- (b) E est majorée;
- (c) $M = \sup E$;
- (d) $m = \min E$.

94. Soit v , définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = v_n + v_n^2$. Montrer que (v_n) est une suite strictement croissante.

95. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \sqrt{u_n}$. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in]0, 4[$.

À savoir faire

- Déterminer si une partie de $\mathbb{R}$ est majorée, minorée ou non.
- Trouver les éventuelles bornes inférieure et supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$; les éventuels extremums.
- Déterminer les variations d'une suite.
- Montrer qu'une suite est majorée, minorée, bornée.

La semaine prochaine ...

Généralités sur les suites numériques
Polynômes