# Programme de colle — Semaine 2 — du 23 au 27 septembre

*Les deux premières semaines, les notes obtenues en colle ne seront pas comptées dans la moyenne.*

## Thèmes traités en classe

- Chapitre 1 : Équations et inéquations polynomiales dans $\mathbb{R}$.
  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 14.*
- Chapitre 2 : Repérage dans le plan et dans l'espace.
  - Vocabulaire appliqué aux vecteurs du plan/de l'espace : « colinéaire », « famille liée », « linéairement indépendants », « famille libre ».
  - Définition de base du plan/de l'espace, de repère du plan/de l'espace ; « normé(e) », « orthogonal(e) », « orthonormé(e) », « (in)direct(e) ». Coordonnées d'un vecteur dans une base, d'un point dans un repère.
  - Changement de base/repère. Méthode générale d'obtention des coordonnées après un changement de base/repère.
  - Barycentre : définition, coordonnées. Trois points sont alignés ssi l'un des trois s'écrit comme barycentre des deux autres. Isobarycentre : définition, cas de l'isobarycentre de deux ou trois points. ***(Attention, l'associativité du barycentre est hors-programme en TSI1 et devra donc être démontrée ou admise si besoin.)***

  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 4.*
- Chapitre 3 : Assertions et quantificateurs.
  - Assertions. Négation. Quantificateurs existentiel et universel. Conjonction, disjonction, implication, équivalence. Condition nécessaire, condition suffisante.

  $\longrightarrow$ *Exercices traités en classe : 1 à 6.*

## Questions de cours

- Montrer qu'une famille de deux vecteurs est liée si, et seulement si, les deux vecteurs sont colinéaires.
- Soit $\{(A_1, \alpha_1), ((A_2, \alpha_2), \dots, (A_n, \alpha_n)\}$ un système de points pondérés. Définir, lorsqu'il existe, son barycentre. Démontrer que la définition donnée permet effectivement de définir un unique point du plan ou de l'espace.
- Soient $A$, $B$ et $C$ trois points distincts, du plan ou de l'espace. Montrer que l'isobarycentre des points $A$, $B$ et $C$ est le centre de gravité du triangle $ABC$.

## Automatismes

**4.** Déterminer l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $(x+2)^4 = (x+2)^3(5x+4)$.
**5.** Déterminer l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $\dfrac{2-x}{x+2} < 2$.
**6.** Déterminer l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $t^4 - t^2 - 6 = 0$.
**7.** Déterminer une factorisation du polynôme $x^3 - 2x + 1$, sous la forme d'un produit d'un polynôme de degré 1 avec un polynôme de degré 2. *On pourra commencer par justifier que* 1 *est racine de ce polynôme.*
**8.** Soit $ABCD$ un parallélogramme non-aplati de centre $O$. Faire une figure, puis déterminer les coordonnées de $O$ dans les repères suivants, en s'appuyant sur une égalité vectorielle : $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(D, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$.
**9.** Dans la base de l'espace $\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$, on donne $\overrightarrow{i'}\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{j'}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{k'}\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$. On admet que $\left(\overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}, \overrightarrow{k'}\right)$ est une base. Exprimer dans $\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v}$ dont les coordonnées sont $\begin{pmatrix}2\\3\\-4\end{pmatrix}$ dans $\left(\overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}, \overrightarrow{k'}\right)$.
**10.** Dans le repère du plan $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, on considère $O'(1,-2)$, $\overrightarrow{i'}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{j'}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$. Justifier que $\left(O', \overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}\right)$ est un repère. Soit $D(1,2)$ dont les coordonnées sont données dans le repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$. On note $D(x,y)$ ses coordonnées dans le repère $\left(O', \overrightarrow{i'}, \overrightarrow{j'}\right)$. En écrivant sous deux formes un même vecteur, déterminer un système vérifié par $x$ et $y$, puis le résoudre.
**11.** On considère $A$ et $B$ deux points fixés. Expliquer pourquoi le barycentre des points pondérés $(A,-3)$ et $(B,7)$ existe, puis exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et expliquer enfin comment construire le point $G$.
**12.** Soient trois points $A$, $B$ et $G$ vérifiant : $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BG}$. Montrer que $G$ est barycentre des points $A$ et $B$, et déterminer leurs poids respectifs.
**13.** Soient $P$ et $Q$ deux assertions, on considère l'implication $P \implies Q$. Quelle est la condition nécessaire, la condition suffisante ? Donner la contraposée, la réciproque et la négation de $P \implies Q$.

## À savoir faire

- Factoriser/développer des expressions : maîtriser les identités remarquables, l'utilisation d'un facteur commun, la distributivité.
- Résoudre des équations/inéquations du premier degré et du second degré.
- Trouver la forme canonique et la forme factorisée d'un polynôme du second degré.
- Résoudre des inéquations produit/quotient avec un tableau de signes.
- Résoudre des équations/inéquations avec des valeurs absolues en utilisant la distance ou en étudiant les signes.
- Manipuler les intervalles : déterminer la réunion ou l'intersection de deux intervalles.
- Faire un encadrement simple.
- Résoudre une équation de degré supérieur (changement d'inconnue ou en utilisant une racine évidente).
- Résoudre une équation avec un paramètre.
- Manipuler les vecteurs : techniques calculatoires usuelles, se servir de relations vectorielles pour construire une figure géométrique et inversement.
- Déterminer les coordonnées d'un point/d'un vecteur lors d'un changement de repère.
- Manipuler la définition de barycentre : pour obtenir une égalité vectorielle ou lorsqu'on dispose déjà d'une égalité vectorielle.
- Construire le barycentre d'un système d'au plus 4 points du plan.
- Connaître la signification des quantificateurs et des opérateurs logiques. Retranscrire un énoncé mathématique en français à l'aide de quantificateurs et opérateurs logiques et inversement. Savoir exprimer la négation d'une assertion.

## La semaine prochaine

Repérage dans le plan et dans l'espace
Assertions et quantificateurs
Rudiments d'arithmétique