

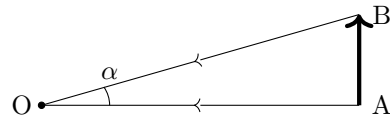
# Lentilles

## Grandeurs algébriques

### Entraînement 1.1 — Diamètre apparent.



On considère le schéma suivant, montrant l'angle  $\alpha$ , appelé diamètre apparent, sous lequel est vu un objet AB depuis un point O.



a) Exprimer le diamètre apparent  $\alpha$ , en radians, en fonction de OA et AB .....

b) Exprimer le diamètre apparent  $\alpha$ , en degrés, en fonction de OA et AB .....

Un observateur situé à la surface de la Terre observe des astres, caractérisés par les données suivantes :

	Soleil	Lune
<b>Diamètre</b>	$1,4 \cdot 10^6$ km	$3,5 \cdot 10^3$ km
<b>Distance à la Terre</b>	$150\,600 \cdot 10^3$ km	$384\,400$ km

Pour simplifier les calculs, on pourra utiliser que, quand  $\alpha$  est un angle petit et exprimé en radians, on dispose de l'approximation des petits angles :  $\alpha \approx \tan(\alpha)$ .

c) Calculer le diamètre apparent de la Lune  $\alpha_L$  en degrés .....

d) Calculer le diamètre apparent du Soleil  $\alpha_S$  en degrés .....

e) Que vérifient les valeurs numériques  $\alpha_S$  et  $\alpha_L$  ?

(a)  $\alpha_S > \alpha_L$

(b)  $\alpha_S \approx \alpha_L$

(c)  $\alpha_S < \alpha_L$

.....

f) Quel phénomène astronomique la comparaison de  $\alpha_L$  et  $\alpha_S$  permet d'expliquer ?

(a) Les éclipses

(b) Les saisons

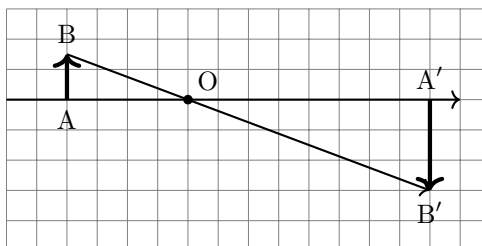
(c) Les marées

.....

**Entraînement 1.2 — Configuration de Thalès et grandissement.**



On considère la situation représentée sur le schéma ci-dessous.



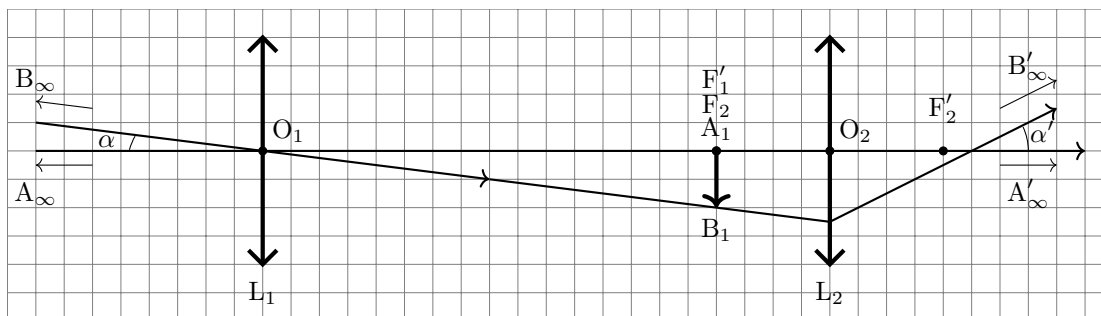
On note  $\bar{x}$  la valeur algébrique de la longueur  $x$  et on définit le grandissement  $\gamma$  par la relation :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

a) Donner la relation reliant  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OA'}$ ,  $\overline{AB}$  et  $\overline{A'B'}$  .....

b) Déterminer la valeur numérique de  $\gamma$  .....

**Entraînement 1.3 — Schéma optique d'une lunette astronomique afocale.**



Le schéma ci-dessus modélise une lunette astronomique afocale, où un carreau correspond à une longueur réelle de 2,5 cm.

Calculer les distances algébriques suivantes :

a)  $\overline{O_1F'_1}$  .....

b)  $\overline{O_2F_2}$  .....

c)  $\overline{O_2O_1}$  .....

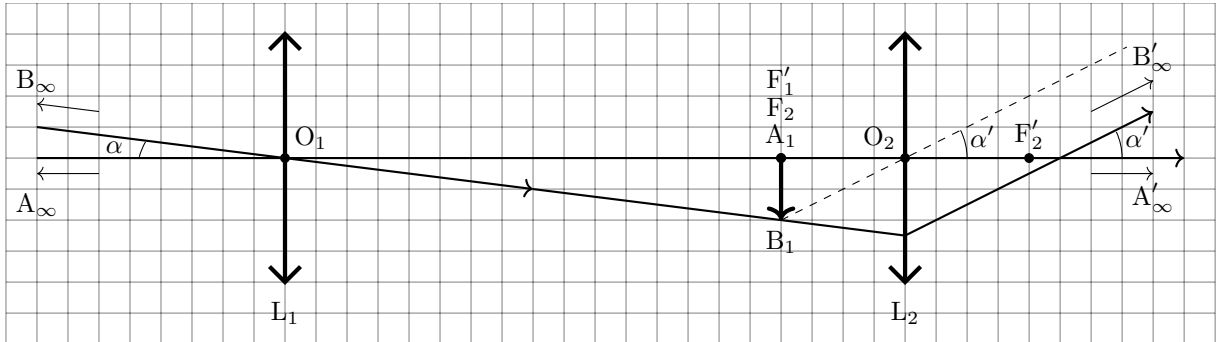
d)  $\overline{A_1F'_2}$  .....

**Entraînement 1.4 — Grossissement d'une lunette astronomique afocale.**



On considère la lunette astronomique afocale schématisée dans l'entraînement précédent.

Elle est constituée d'un objectif (lentille convergente  $L_1$ ) et d'un oculaire (lentille convergente  $L_2$ ) alignés sur le même axe optique.



On introduit les grandeurs suivantes :

- la distance focale image de l'objectif, notée  $f'_1$
- la distance focale image de l'oculaire, notée  $f'_2$
- l'objet lointain observé par la lunette, noté  $\overline{A_\infty B_\infty}$
- l'image intermédiaire de l'objet par l'objectif, notée  $\overline{A_1 B_1}$
- l'image à l'infini de l'image intermédiaire par l'oculaire, notée  $\overline{A'_\infty B'_\infty}$
- le diamètre apparent  $\alpha$  de l'objet
- le diamètre apparent  $\alpha'$  de l'image

On définit le grossissement de la lunette, noté  $G$ , comme le rapport du diamètre apparent de l'objet observé à la lunette sur le diamètre apparent réel de l'objet.

Autrement dit, on pose

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

*Dans cet entraînement, les angles ne seront pas orientés et on travaillera avec des longueurs plutôt que des valeurs algébriques.*

a) Exprimer  $\alpha$  en fonction de  $A_1 B_1$  et d'une distance focale.

.....

b) Exprimer  $\alpha'$  en fonction de  $A_1 B_1$  et d'une distance focale.

.....

c) Exprimer  $G$  en fonction de  $f'_1$  et de  $f'_2$ .

.....

d) Déterminer la valeur de  $G$ .

.....

# Modèle de la lentille mince

## Entraînement 1.5 — Conditions de Gauss.



Parmi les situations suivantes concernant les rayons lumineux issus d'un objet et traversant une lentille mince, indiquer celle qui ne permet pas de se placer dans les conditions de Gauss.

- (a) peu inclinés par rapport à l'axe optique.     
  (b) passant par les bords de la lentille.     
  (c) passant près du centre optique.

.....

## Entraînement 1.6 — Déviation de rayons lumineux.

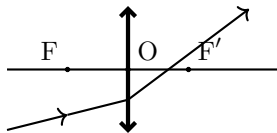


On rappelle les propriétés suivantes :

- Un rayon passant par le centre optique de la lentille n'est pas dévié.
- Un rayon incident dont la direction passe par le foyer objet émerge parallèle à l'axe optique principal.
- Un rayon parallèle à l'axe optique principal émerge avec une direction passant par le foyer image.

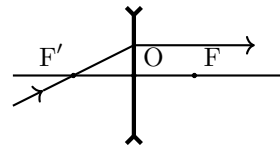
Pour chacun des schémas suivants, préciser s'ils sont corrects ou incorrects.

a)



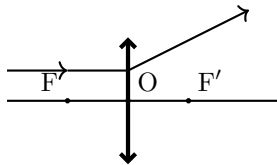
.....

c)



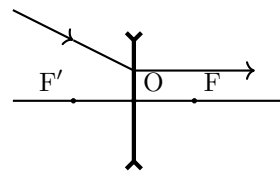
.....

b)



.....

d)

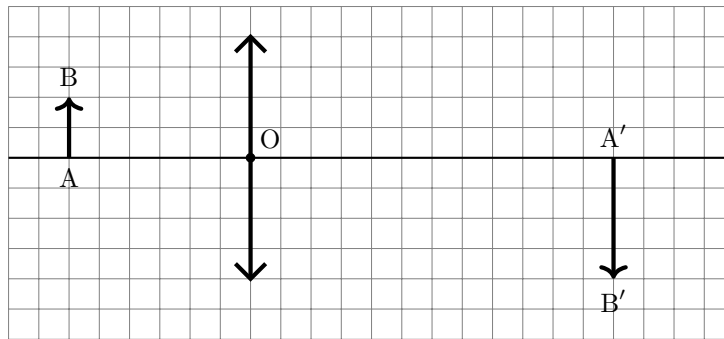


.....

**Entraînement 1.7 — Construction de rayons lumineux.**



On considère le schéma suivant montrant un objet  $\overline{AB}$  et son image  $\overline{A'B'}$  par une lentille convergente.



On donne l'échelle du schéma : 8 carreaux sur le schéma correspondent à 10 cm en réalité.

- a) Déterminer graphiquement la distance focale de la lentille .....
- b) Calculer la vergence de la lentille .....

**Entraînement 1.8 — Batailles de convergence.**



Quelle est la lentille la plus convergente ?

- (a) une lentille de vergence +8,0 δ
- (b) une lentille de focale image +8,0 cm
- (c) une lentille de focale objet -10,0 cm
- (d) une lentille de focale image -8,0 cm

.....

## Conjugaison par une lentille mince

**Entraînement 1.9 — Relation de conjugaison au centre optique.**



Un objet lumineux est placé au point A, à 15,0 cm devant une lentille mince convergente de centre optique O et de distance focale  $f' = 4,0$  cm.

On rappelle la relation de conjugaison aux sommets de Descartes qui permet de faire le lien entre la position  $\overline{OA}$  de l'objet et la position  $\overline{OA'}$  de l'image :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

- a) Exprimer  $\overline{OA'}$  en fonction de  $\overline{OA}$  et  $f'$  .....
- b) Exprimer  $\overline{OA}$  en fonction de  $\overline{OA'}$  et  $f'$  .....
- c) Exprimer  $f'$  en fonction de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  .....

d) L'image est-elle située avant ou après le centre optique O? .....

**Entraînement 1.10 — Grandissement.**



Un système optique donne d'un objet, une image dont le grandissement est le suivant :  $\gamma = -2,0$ .

a) Par rapport à l'objet, cette image est :

Ⓐ rétrécie

Ⓑ agrandie

b) Par rapport à l'objet, cette image est :

Ⓐ droite

Ⓑ renversée

.....

.....

**Entraînement 1.11 — Projecteur de cinéma.**



Un projecteur de cinéma contient une lentille convergente de distance focale  $f' = 50,0$  mm.

L'écran se situe à 15,0 m de la lentille et on dispose d'une pellicule dont les vignettes sont de dimensions 36,0 mm  $\times$  24,0 mm.

a) À quelle distance algébrique de la lentille doit-on placer la pellicule? .....

b) Quelles sont les dimensions de l'image d'une vignette sur l'écran? .....

**Entraînement 1.12 — Objets et images à l'infini.**



a) Un objet lumineux très éloigné, comme une étoile, peut être considéré comme étant situé à l'infini.

Où se situe l'image d'un tel objet par une lentille?

Ⓐ dans son plan focal image

Ⓑ dans son plan focal objet

Ⓒ à l'infini

.....

b) Un œil « normal » (emmétrope) n'accomode pas lorsqu'il observe une image à l'infini. Dans ce but, on souhaite projeter à l'infini, l'image d'un objet en utilisant une lentille.

Où doit-on placer l'objet?

Ⓐ dans son plan focal image

Ⓑ dans son plan focal objet

Ⓒ à l'infini

.....

**Entraînement 1.13 — Loupe.**



Une loupe est une lentille convergente utilisée dans des conditions particulières. Dans cet exercice, la lentille utilisée a une distance focale de 10,0 cm. On place un objet  $\overline{AB} = 2,0$  cm à une distance de 6,0 cm en avant de la loupe.

a) Calculer la position de l'image formée par la loupe .....

b) Donner la nature de l'image .....

c) Calculer la taille de l'image formée par la loupe .....

d) Cette image est-elle droite ou renversée? .....

# Fiche n° 1. Lentilles

## Réponses

- 1.1 a) .....  $\arctan\left(\frac{AB}{OA}\right)$
- 1.1 b) ...  $\arctan\left(\frac{AB}{OA}\right) \times \frac{180}{\pi}$
- 1.1 c) .....  $0,52^\circ$
- 1.1 d) .....  $0,53^\circ$
- 1.1 e) .....  $(b)$
- 1.1 f) .....  $(a)$
- 1.2 a) .....  $\frac{OA'}{OA} = \frac{A'B'}{AB}$
- 1.2 b) .....  $-2$
- 1.3 a) .....  $40 \text{ cm}$
- 1.3 b) .....  $-10 \text{ cm}$
- 1.3 c) .....  $-50 \text{ cm}$
- 1.3 d) .....  $20 \text{ cm}$
- 1.4 a) .....  $\frac{A_1 B_1}{f'_1}$
- 1.4 b) .....  $\frac{A_1 B_1}{f'_2}$
- 1.4 c) .....  $\frac{f'_1}{f'_2}$
- 1.4 d) .....  $4$
- 1.5 .....  $(b)$
- 1.6 a) .....  $\text{Correct}$
- 1.6 b) .....  $\text{Incorrect}$
- 1.6 c) .....  $\text{Incorrect}$
- 1.6 d) .....  $\text{Correct}$
- 1.7 a) .....  $5,0 \text{ cm}$
- 1.7 b) .....  $+20 \delta$
- 1.8 .....  $(b)$
- 1.9 a) .....  $\frac{OA \times OF'}{OA + OF'}$
- 1.9 b) .....  $\frac{OA' \times f'}{f' - OA'}$
- 1.9 c) .....  $\frac{OA \times OA'}{OA - OA'}$
- 1.9 d) .....  $\text{après}$
- 1.10 a) .....  $(b)$
- 1.10 b) .....  $(b)$
- 1.11 a) .....  $OA = -5,02 \text{ cm}$
- 1.11 b) .....  $10,8 \text{ m} \times 7,2 \text{ m}$
- 1.12 a) .....  $(a)$
- 1.12 b) .....  $(b)$
- 1.13 a) .....  $OA' = -15 \text{ cm}$
- 1.13 b) .....  $\text{virtuelle}$
- 1.13 c) .....  $5,0 \text{ cm}$
- 1.13 d) .....  $\text{droite}$

## Corrigés

1.1 a) Dans le triangle rectangle OAB, on a  $\tan(\alpha) = \frac{AB}{OA}$ . Comme l'angle  $\alpha$  est entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ , on a  $\alpha = \arctan\left(\frac{AB}{OA}\right)$  pour un objet lointain.

1.1 b) On effectue une conversion radian-degré du résultat précédent :  $\alpha = \arctan\left(\frac{AB}{OA}\right) \times \frac{180}{\pi}$ .

1.1 c) Dans le triangle rectangle OAB, on a  $OA \gg AB$ . Donc, on a  $\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{3,5 \cdot 10^3 \text{ km}}{384\,400 \text{ km}} \times \frac{180}{\pi} = 0,52^\circ$ .

1.1 d) Dans le triangle rectangle OAB, on a  $OA \gg AB$ . Donc, on a

$$\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{1,4 \cdot 10^6 \text{ km}}{150\,600 \cdot 10^3 \text{ km}} \times \frac{180}{\pi} = 0,53^\circ.$$

1.1 e) Même si les valeurs ne sont pas strictement égales, elles sont proches d'un point de vue physique, l'écart relatif entre elles valant  $\frac{\alpha_S - \alpha_L}{\alpha_L} = 1,9\%$ .

Les diamètres angulaires de la Lune et du Soleil pour un observateur situé sur Terre sont proches.

1.1 f) La Lune et le Soleil ont la même taille apparente sur le ciel. Si la Lune, plus proche de la Terre, se place entre la Terre et le Soleil, celle-ci va dissimuler complètement le Soleil : on parle d'éclipse solaire. Les diamètres apparents n'ont rien à voir avec l'alternance des saisons, liée à l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre, ni avec l'effet de marée, lié à l'attraction gravitationnelle de la Lune et du Soleil sur les océans et la croûte terrestre.

1.2 a) Par application du théorème de Thalès, on a  $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ .

1.2 b) Par lecture graphique, on constate que  $\overline{OA'} = 8$  unités horizontales et  $\overline{OA} = -4$  unités horizontales. D'après la relation déterminée dans la question précédente, on a  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{8 \text{ carreaux}}{-4 \text{ carreaux}} = -2$ .

1.3 a) Le sens positif est le sens de propagation de la lumière. Le point  $F'_1$  est après  $O_1$  donc  $\overline{O_1F'_1} = 40$  cm.

1.3 b) Le point  $F_2$  est en avant de  $O_2$  donc  $\overline{O_2F_2} = -10$  cm.

1.3 c) Le point  $O_1$  est en avant de  $O_2$  donc  $\overline{O_2O_1} = -50$  cm.

1.3 d) Le point  $A_1$  est en avant de  $F'_2$  donc  $\overline{A_1F'_2} = 20$  cm.

1.4 a) Dans le triangle rectangle  $O_1A_1B_1$ , on a  $\tan(\alpha) = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1}$ . Comme l'objet est très éloigné, l'angle  $\alpha$  est petit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation  $\alpha \approx \tan(\alpha)$ .

1.4 b) Dans le triangle rectangle  $O_2A_1B_1$ , on a  $\tan(\alpha') = \frac{A_1B_1}{O_2F'_2}$ . Comme l'objet est très éloigné, l'angle  $\alpha'$  est petit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation  $\alpha' \approx \tan(\alpha')$ .

1.4 c) En utilisant les deux expressions trouvées pour  $\alpha$  et  $\alpha'$ , on trouve

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

1.4 d) Graphiquement, on lit  $f'_1 = 16$  carreaux et  $f'_2 = 4$  carreaux. Donc, on a  $G = \frac{f'_1}{f'_2} = 4$ . Un objet lointain observé à travers cette lunette apparaîtra sous un diamètre 4 fois plus important qu'à l'œil nu.

**1.5** Pour se placer dans les conditions de Gauss (stigmatisme approché et aplanétisme), les rayons lumineux issus d'un objet doivent passer près du centre optique et être peu inclinés par rapport à l'axe optique principal.

**1.6 a)** Ce schéma est correct car un rayon parallèle au rayon incident passant par le centre optique de la lentille sans être dévié couperait le rayon émergent dans le plan focal image de la lentille convergente.

**1.6 b)** Ce schéma est incorrect car le foyer image  $F'$  d'une lentille convergente est situé au delà de la lentille et non en avant (par rapport au sens de propagation de la lumière). Ce schéma serait correct si la lentille était divergente.

**1.6 c)** Ce schéma est incorrect car un rayon lumineux qui ressort d'une lentille parallèle à l'axe optique principal, a une direction incidente passant par le foyer objet  $F$ . Ce qui n'est pas le cas ici puisque le rayon incident passe par le foyer image  $F'$ .

**1.6 d)** Ce schéma est correct car un rayon incident dont la direction passe par le foyer objet  $F$  ressort parallèle à l'axe optique de la lentille.

**1.7 a)** On ajoute un rayon incident issu de  $B$  parallèle à l'axe optique principal et émergent en  $B'$ .

On trouve la position du foyer image principal  $F'$  à l'intersection entre l'axe optique principal et le rayon tracé.

En mesurant la distance  $\overline{OF'}$  sur le schéma et en tenant compte de l'échelle du document (8 carreaux sur le document correspondent à 10 cm en réalité), on trouve :  $\overline{OF'} = 5,0 \text{ cm}$ .

**1.7 b)** En utilisant la définition de la vergence, on a  $V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,05 \text{ m}} = +20 \delta$ .

**1.8** Pour comparer les lentilles, il faut comparer soit leurs distances focales images  $f'$ , soit leurs distances focales objets  $f = -f'$ , soit leurs vergences  $V = \frac{1}{f'}$ .

Remarquons que la lentille (d) est exclue d'office, car  $f'_d = -8,0 \text{ cm} < 0$  donc il s'agit d'une lentille divergente ( $f' < 0$ ) et non convergente ( $f' > 0$ ).

Calculons les vergences des trois lentilles qui sont encore à considérer. On a

- pour la lentille (a) :  $V_a = +8,0 \delta$  ;
- pour la lentille (b) :  $V_b = \frac{1}{f'_b} = \frac{1}{0,080 \text{ m}} = +12,5 \delta$  ;
- et pour la lentille (c) :  $V_c = \frac{1}{f'_c} = -\frac{1}{f} = -\frac{1}{-0,100 \text{ m}} = +10,0 \delta$ .

On a  $V_b > V_c > V_a$  ; donc, c'est la lentille (b) qui est la plus convergente.

**1.9 a)** On déduit de la relation  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$  que  $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$ .

**1.9 b)** On déduit de la relation  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$  que  $\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \times \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'}}$ . Ainsi,  $\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \times f'}{f' - \overline{OA'}}$ .

**1.9 c)** On déduit de la relation  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$  que  $f' = \overline{OF'} = \frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$ .

**1.9 d)** On a montré que  $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$ . Or, on a  $\overline{OA} = -15 \text{ cm}$  et  $\overline{OF'} = 4,0 \text{ cm}$ .

L'application numérique donne  $\overline{OA'} = \frac{-15 \text{ cm} \times 4,0 \text{ cm}}{-15 \text{ cm} + 4,0 \text{ cm}} = 5,5 \text{ cm}$ .

Comme  $\overline{OA'} > 0$ , l'image  $\overline{A'B'}$  se situe après la lentille.

**1.10 a)** Par définition du grandissement, l'image est agrandie car  $|\gamma| > 1$ .

**1.10 b)** L'image est renversée car  $\gamma < 0$ .

**1.11 a)** On a  $\overline{OA'} = 15 \text{ m}$  et  $f' = 5,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . D'après la relation de conjugaison de Descartes, on a

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

On en déduit que  $\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \times \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'}}$ . Donc, on a  $\overline{OA} = \frac{15,0 \text{ m} \times 5,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{5,02 \cdot 10^{-2} \text{ m} - 15 \text{ m}} = -5,02 \cdot 10^{-2} \text{ m} = -5,02 \text{ cm}$ .

**1.11 b)** Le grandissement  $\gamma$  vaut

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{15 \text{ m}}{-0,0502 \text{ m}} = -299.$$

Ainsi, la largeur de l'image sur l'écran vaut  $299 \times 36 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 10,8 \text{ m}$ . De plus, la hauteur de l'image sur l'écran vaut  $299 \times 24 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 7,18 \text{ m}$ .

Finalement, les dimensions de l'image sur l'écran sont :  $10,8 \text{ m} \times 7,2 \text{ m}$ .

**1.12 a)** On sait que  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ . Ici, on a  $\overline{OA} \rightarrow -\infty$  donc  $\frac{1}{\overline{OA}} \rightarrow 0^-$ . Finalement, on a  $\overline{OA'} \rightarrow \overline{OF'}$ .

**1.12 b)** On sait que  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ . Ici, on souhaite que  $\overline{OA'} \rightarrow +\infty$ ; donc on souhaite que  $\frac{1}{\overline{OA'}} \rightarrow 0^+$  et donc que  $\overline{OA} \rightarrow -\overline{OF'} = \overline{OF}$ .

**1.13 a)** On a  $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$ . Or, on a  $\overline{OA} = -6,0 \text{ cm}$  et  $\overline{OF'} = 10,0 \text{ cm}$ . Donc, on a

$$\overline{OA'} = \frac{-6,0 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}{-6,0 \text{ cm} + 10 \text{ cm}} = -15 \text{ cm}.$$

**1.13 b)** L'image se situe en avant de la lentille. On l'observera directement à travers la lentille, en regardant dans la direction de l'objet.

**1.13 c)** Sa taille se calcule à l'aide de la formule du grandissement :  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ . Ici, on a

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \times \overline{AB} = \frac{-15 \text{ cm}}{-6,0 \text{ cm}} \times 2,0 \text{ cm} = 5,0 \text{ cm}.$$

**1.13 d)** Le grandissement est positif : il s'agit d'une image droite.

.....