Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

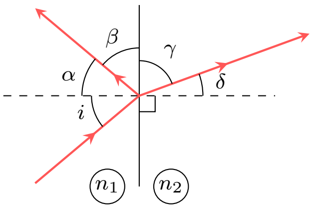
Lois de Snell-Descartes

Entraînement 1.1 — Un rayon incident sur un dioptre.

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif n_1 et n_2.

Ce rayon fait un angle i avec la normale au dioptre.

Tous les angles figurant sur le schéma sont non orientés.



Exprimer chacun des angles suivants en fonction de i et/ou de n_1 et n_2 (en radians) :

a) α ....

b) β ....

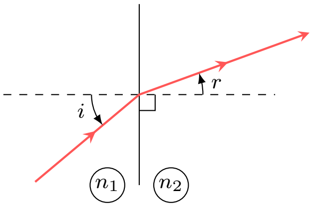
c) δ ....

d) γ ....

Entraînement 1.2 — Un autre rayon incident sur un dioptre.

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif n_1 et n_2. Ce rayon fait un angle i avec la normale au dioptre alors que le rayon réfracté fait un angle r.

On donne $n_1 = 1{,}00$ et $n_2 = 1{,}45$.



a) Pour $i = 24{,}0°$, que vaut r en degré ? ....

b) Pour $i = 6{,}74 \times 10^{-1}$ rad, que vaut r en degré ? ....

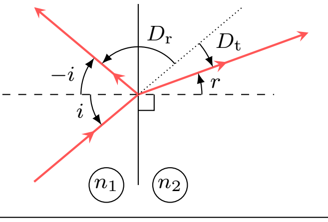
c) Pour $r = 15{,}0°$, que vaut i en degré ? ....

Entraînement 1.3 — Déviation introduite par un dioptre.

On considère un rayon incident arrivant sur un dioptre séparant deux milieux d'indice respectif n_1 et n_2.

Les angles définis sur le schéma ci-contre sont tous orientés.

On définit D_r la déviation entre le rayon incident et le rayon réfléchi, et D_t la déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté.



a) Exprimer D_t en fonction de i et r. ....

b) Déterminer D_r. ....

Autour des réflexions totales

Entraînement 1.4

On considère un dioptre séparant deux milieux d'indices respectifs $n_1 = 1{,}5$ et $n_2 = 1{,}3$. Un rayon lumineux arrive sur ce dioptre en formant un angle i par rapport à sa normale.

On rappelle qu'il y a réflexion totale si $\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i) > 1$.

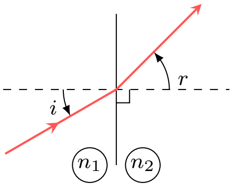
a) Pour $i = 44°$, y a-t-il réflexion totale ? ....

b) Donner, en degrés, l'angle i_ℓ tel qu'il y a réflexion totale si $i > i_\ell$. ....

Entraînement 1.5

On considère un rayon lumineux incident sur le dioptre n_1/n_2, faisant un angle i avec la normale à ce dioptre et le rayon réfracté un angle r.

On donne $n_1 = 1{,}37$ et on rappelle qu'il y a réflexion totale si $\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i) > 1$.



a) Pour $i = 20{,}0°$ et $r = 22{,}0°$, que vaut n_2 ? ....

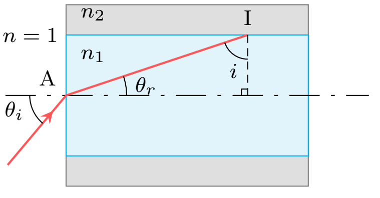
b) Pour $i = 60{,}0°$, quelle est la valeur maximale de n_2 donnant lieu à une réflexion totale ? ...

c) On suppose que $i = 40{,}0°$. Peut-on observer un phénomène de réflexion totale ? ....

Entraînement 1.6 — Condition de propagation dans une fibre optique.

Un rayon lumineux arrive sur un dioptre séparant l'air d'un milieu d'indice n_1 au point A (voir schéma ci-contre). On a donc :

$$\sin(\theta_i) = n_1 \sin(\theta_r). \qquad (1)$$



Le rayon se propagera dans la fibre à condition qu'il y ait réflexion totale au point I situé à l'intersection du rayon lumineux et du dioptre n_1/n_2 (avec $n_1 > n_2$).

On donne la relation correspondante :

$$\frac{n_1 \sin(i)}{n_2} > 1 \qquad (2)$$

a) À l'aide de (1), exprimer $\cos(\theta_r)$ en fonction de n_1 et de $\sin(\theta_i)$. ....

b) À quelle condition portant sur $\cos(\theta_r)$ équivaut (2) ? . . . .

c) En déduire à quelle condition sur $\sin(\theta_i)$ équivaut (2). . . . .

Sources lumineuses

Entraînement 1.7 — Propagation de la lumière.

Un laser vert émet une radiation lumineuse de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\,\mathrm{nm}$. Calculer :

a) La fréquence de l'onde . . . .

b) L'énergie d'un photon . . . .

Entraînement 1.8

Une radiation lumineuse de longueur d'onde λ_0 passe du vide vers un milieu transparent d'indice n.

Quelles quantités sont inchangées ?

(a) La longueur d'onde

(b) L'énergie d'un photon

(c) La vitesse de propagation

(d) La fréquence de l'onde

. . . .

Entraînement 1.9 — Propagation dans un milieu.

Un laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\,\mathrm{nm}$ se propage dans de l'eau, assimilée à un milieu transparent d'indice optique $n = 1{,}33$.

Donner la valeur numérique dans l'eau de :

a) La vitesse de la lumière. . . . .

b) La longueur d'onde. . . . .

Fiche n° 1. Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Réponses

1.1 a) .... $\boxed{i}$

1.1 b) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - i}$

1.1 c) .... $\boxed{\arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

1.1 d) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

1.2 a) .... $\boxed{16{,}3°}$

1.2 b) .... $\boxed{25{,}5°}$

1.2 c) .... $\boxed{22{,}0°}$

1.3 a) .... $\boxed{r - i}$

1.3 b) .... $\boxed{\pi - 2i}$

1.4 a) .... $\boxed{\text{Non}}$

1.4 b) .... $\boxed{60°}$

1.5 a) .... $\boxed{1{,}25}$

1.5 b) .... $\boxed{1{,}18}$

1.5 c) .... $\boxed{\text{Non}}$

1.6 a) .... $\boxed{\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}}$

1.6 b) .... $\boxed{\cos(\theta_r) > \dfrac{n_2}{n_1}}$

1.6 c) .... $\boxed{\sin(\theta_i) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$

1.7 a) .... $\boxed{564\,\text{THz}}$

1.7 b) .... $\boxed{3{,}74 \times 10^{-19}\,\text{J}}$

1.8 .... $\boxed{\text{b et d}}$

1.9 a) .... $\boxed{2{,}26 \times 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$

1.9 b) .... $\boxed{400\,\text{nm}}$

Corrigés

1.1 a) On a $\alpha = i$. Il s'agit de la loi de Snell-Descartes pour la réflexion.

1.1 b) On a $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ et $\alpha = i$, donc $\beta = \dfrac{\pi}{2} - i$.

1.1 c) Loi de Snell-Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(\delta)$. Donc $\delta = \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$.

1.2 a) Loi de Snell Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$. On obtient pour r :

$$r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(i)\right) \text{ et donc } r = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}45} \times \sin(24{,}0)\right) = 16{,}3°.$$

Attention à bien régler la calculatrice en degré ou à convertir l'angle en radians.

1.2 b) Si la calculatrice est réglée en degré, on a : $r = \arcsin\left(\dfrac{1}{1{,}45}\sin(0{,}674 \times \dfrac{180}{\pi})\right) = 25{,}5°$.

1.2 c) On a $i = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\sin(r)\right)$ donc $i = \arcsin\left(\dfrac{1{,}45}{1}\sin 15{,}0\right) = 22{,}0°$.

1.3 a) On a $D_t = r - i$. Attention, i et r sont orientés dans le sens trigonométrique, alors que D_t est orienté dans le sens horaire.

1.3 b) On a $D_r - (-i) + i = \pi$ donc $D_r = \pi - 2i$.

1.4 a) On a $\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i) = \dfrac{1{,}5}{1{,}3}\sin(44°) = 0{,}8 < 1$. Il existe un rayon réfracté, il n'y a donc pas réflexion totale.

1.4 b) Comme n_1 est supérieur à n_2, il existe un tel angle limite, qui est $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1{,}3}{1{,}5}\right) = 60°$.

1.5 a) D'après la loi de Snell-Descartes, on a $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$. Donc,

$$n_2 = n_1 \frac{\sin(i)}{\sin(r)} = 1{,}37 \times \frac{\sin(20{,}0°)}{\sin(22{,}0°)} = 1{,}25.$$

1.5 b) On observe une réflexion totale si $\frac{n_1}{n_2} \times \sin(i) > 1$ donc si $n_2 < n_1 \times \sin(i) = 1{,}37 \times \sin(60{,}0°) = 1{,}18$.

1.5 c) L'angle limite au-delà duquel il y a réflexion totale est $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$. Un milieu ne peut pas avoir un indice plus petit que 1 (cela signifierait que la lumière s'y propage plus rapidement que dans le vide, ce qui n'est pas possible). Donc, pour $n_1 = 1{,}37$, le plus petit angle limite de réflexion totale est

$$i_{\ell,min} = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}37}\right) = 46{,}9° > 40{,}0°.$$

Donc : non, il n'existe aucun milieu 2 qui permette d'observer une réflexion totale dans ces conditions.

1.6 a) On a $\cos(\theta_r) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta_r)} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}$.

1.6 b) Il s'agit d'un triangle rectangle, donc $i = \frac{\pi}{2} - \theta_r$. Donc la relation équivaut à $\frac{n_1 \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_r)}{n_2} > 1$, c'est-à-dire à $\frac{n_1 \cos(\theta_r)}{n_2} > 1$ et donc à $\cos(\theta_r) > \frac{n_2}{n_1}$.

1.6 c) On a $\sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}} > \frac{n_2}{n_1}$ donc $1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2} > \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ dont on déduit

$$\sin^2(\theta_i) < n_1^2\left(1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right) = n_1^2 - n_2^2.$$

Ainsi, on a $\sin(\theta_i) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

1.7 a) On a $f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{532\,\mathrm{nm}} = 5{,}64 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz} = 564\,\mathrm{THz}$.

1.7 b) On a $E = hf = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s} \times 5{,}64 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz} = 3{,}74 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

1.8 Au passage d'un dioptre, la fréquence et l'énergie d'un photon sont inchangées. En revanche, la vitesse de propagation de la lumière et la longueur d'onde dépendent de l'indice optique.

1.9 a) On a $v = \frac{c}{n} = \frac{3{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{1{,}33} = 2{,}26 \times 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

1.9 b) On a $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{532\,\mathrm{nm}}{1{,}33} = 400\,\mathrm{nm}$.