CCS2 Punching-ball

1 Mouvement d'un punching ball

On s'intéresse ici à l'étude du mouvement d'un punching-ball ci-contre, utilisé lors des entraînements des boxeurs. Le mouvement du punching-ball peut-être décrit à l'aide de l'angle θ que forme la barre métallique reliant le socle immobile à la zone frappée, par rapport à la verticale. Ce punching-ball constitue un pendule inversé, maintenu autour de sa position d'équilibre verticale grâce à un couple de rappel proportionnel à l'angle θ . Il subit en outre un couple de frottement fluide proportionnel à sa vitesse de rotation. Lorsqu'un boxeur frappe la partie supérieure du punching-ball, celui-ci oscille plusieurs fois avant de se stabiliser à nouveau.

Propriété : si le mouvement d'un système autour d'une position d'équilibre est régi par une équation du type :

$$\alpha f''(t) + \beta f'(t) + \gamma f(t) = \delta$$

(où α , β , γ et δ sont des constantes réelles). Alors, pour que la position d'équilibre de ce système soit stable, il faut que α , β et γ soient de même signe.

1. Schématiser le punching-ball. En introduisant les grandeurs et hypothèses nécessaires, montrer que l'angle θ est soumis, juste après la frappe du joueur, à une équation du type :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + b\frac{d\theta}{dt} + c\theta = d \sin \theta$$

où on exprimera b , c et d en fonction des paramètres introduits.

2. Proposer ainsi des conditions initiales cohérentes avec la situation physique étudiée.
3. Montrer que la position d'équilibre initiale du pendule n'est stable que si le coefficient de rappel k est supérieur à une certaine valeur dont on donnera l'expression.

Le programme python joint permet de résoudre cette équation et de tracer le portrait de phase $\frac{d\theta}{dt} = f(\theta)$ du punching-ball. v est la vitesse initiale communiquée au punching-ball.

- La fonction `portrait(v)` traite le cas où la position initiale est stable.
- La fonction `portrait2(v)` traite le cas où la position initiale est instable.

4. Tracer ces portraits de phases dans plusieurs situations et commenter les courbes obtenues.

En réalité, suite à une frappe du boxeur, les oscillations du punching-ball restent limitées à des angles « faibles ». Toutefois, si le frappeur répète sa frappe régulièrement, l'amplitude des oscillations peut alors parfois considérablement augmenter.

5. Comment s'appelle ce phénomène ? Donner une expression de l'ordre de grandeur de la durée entre deux frappes pour qu'il se produise.