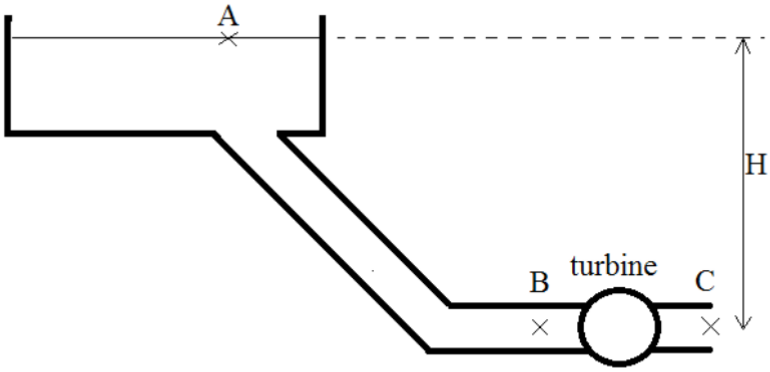
CCINP2

1 Travail récupéré par une turbine



Une turbine est alimentée par une conduite de section constante $S = 0,5 \text{ m}^2$ reliée à un réservoir situé en altitude ($H = 500$ m). La vitesse de l'eau dans la conduite est $v_0 = 2$ m/s , et le fluide est à la pression atmosphérique à la sortie de la conduite. L'écoulement est considéré parfait et incompressible.

1. Quelle serait la valeur de la vitesse du fluide dans la conduite en l'absence de la turbine ?

   Réponse :
   L'écoulement est parfait, incompressible, stationnaire. La relation de Bernoulli appliquée entre l'entrée et la sortie, en l'abscence de turbine, donne

   $$P_A + \rho \frac{v_A^2}{2} + \rho g z_A = P_C + \rho \frac{v_C^2}{2} + \rho g z_C$$

   La relation se simplifie, avec $v_A = 0$ et $z_A - z_C = H$, $P_A = P_C = P_0$.

   $$V_C = \sqrt{2gH} = 100 \text{ m/s}$$

---

2. Estimer la puissance recupérée par la turbine.

   Réponse :
   La relation de Bernoulli est modifiée, en ajoutant un terme supplémentaire du à la turbine,

   $$\Delta \left(\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz \right) = w_c + w_i$$

   avec w_c le travail du aux pertes de charges, négatif, et w_i le travail fourni par la turbine au fluide, négatif également : $w_i = -\mathcal{P}_i / D_v$ où $\mathcal{P}_i$ est la puissance recherchée.
   On a donc :

   $$P_C + \rho \frac{v_C^2}{2} + \rho g z_C - \left(P_A + \rho \frac{v_A^2}{2} + \rho g z_A \right) = -\frac{\mathcal{P}_i}{D_v}$$

   $$P_0 + \rho \frac{v_0^2}{2} - (P_0 + \rho g H) = -\frac{\mathcal{P}_i}{v_0 S}$$

   $$\mathcal{P}_i = v_0 S \left(\rho g H - \rho \frac{v_0^2}{2} \right) = 2 \times 0.5 \times (10^3 \times 10 \times 500 - 10^3 \times 2) = 500 \text{ kW}$$
