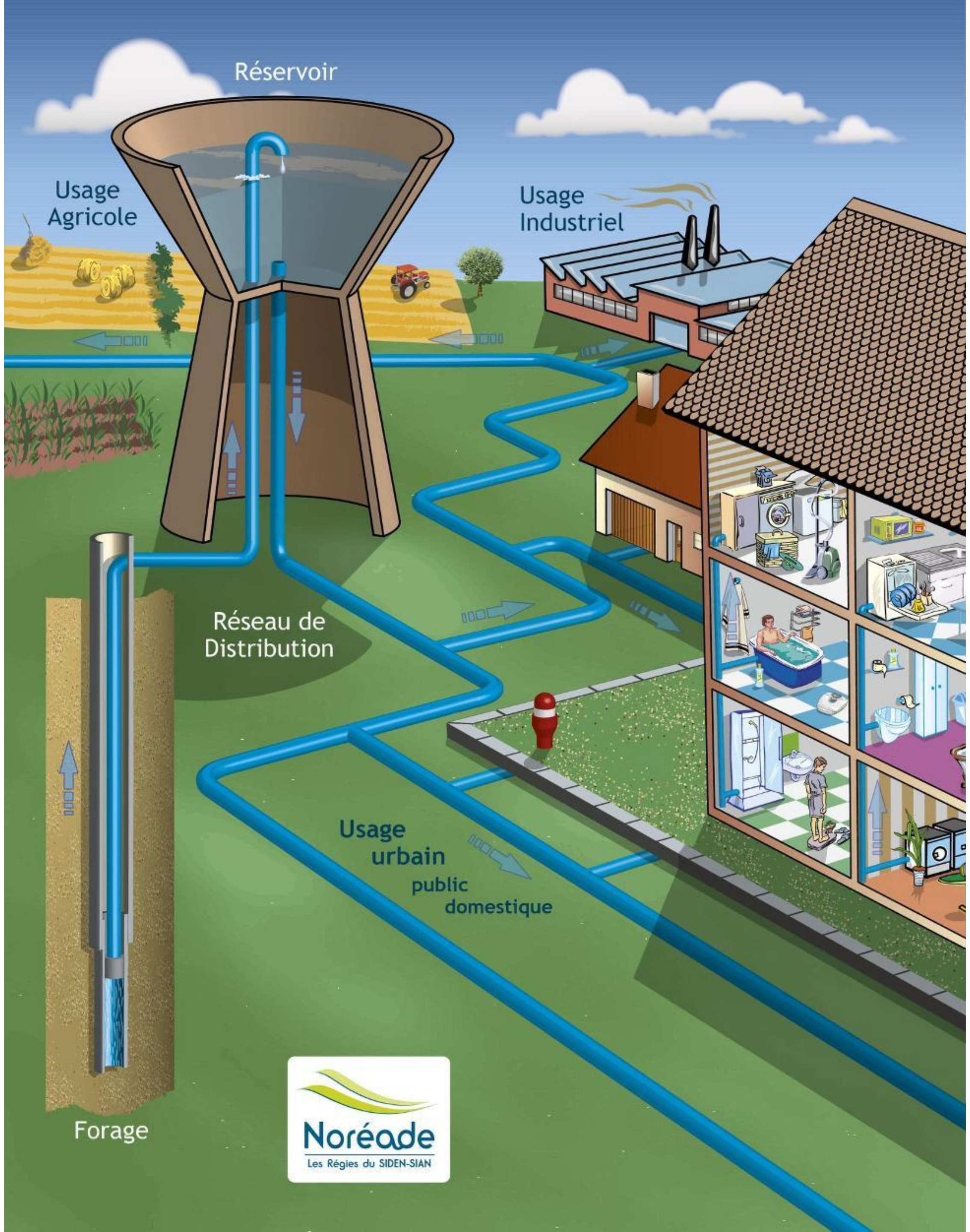
MECANIQUE DES FLUIDES

Introduction :

La distribution d’eau potable

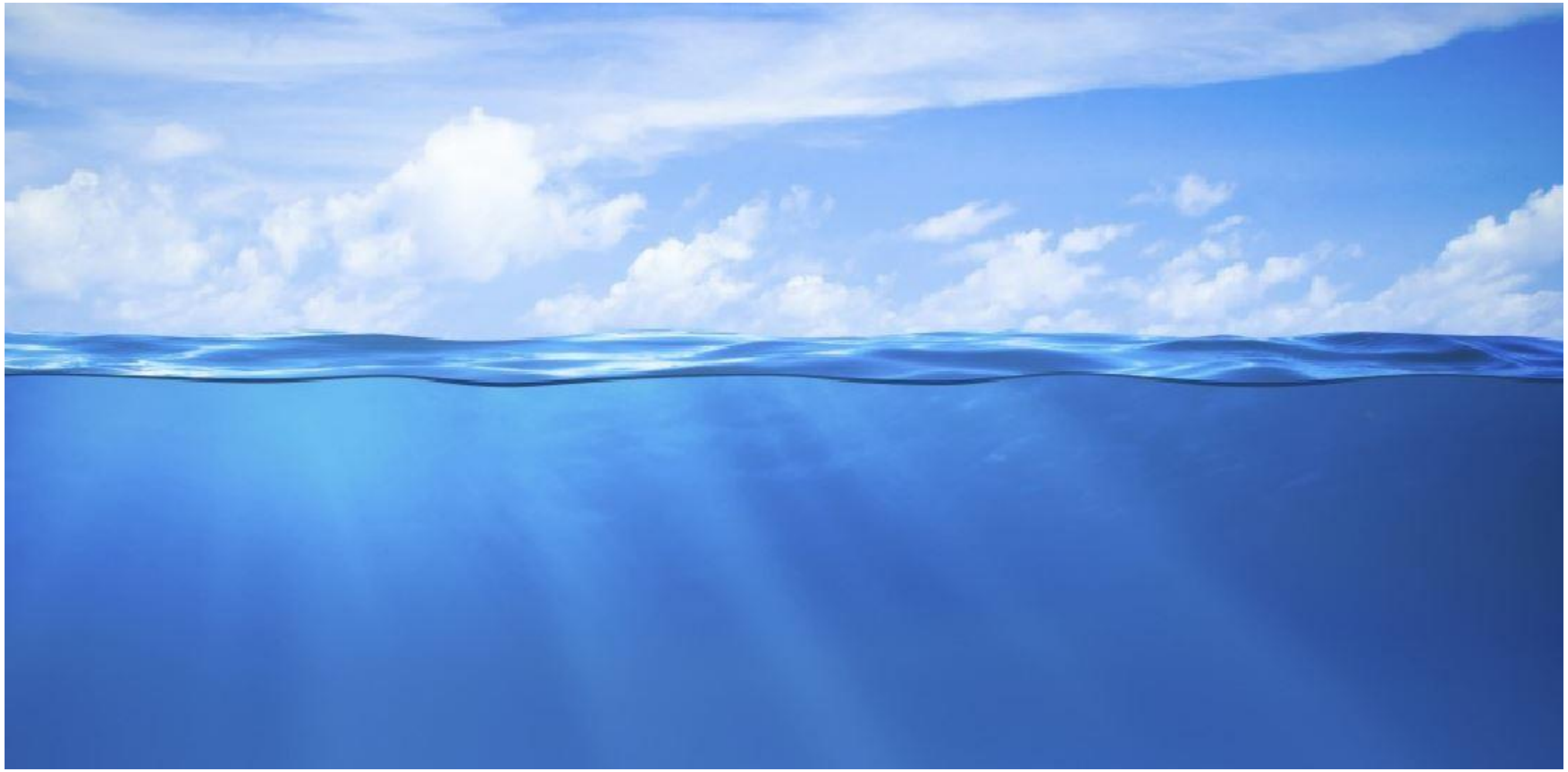


STATIQUE DES FLUIDES

1. Fluides « au repos »
2. Masse volumique d’un fluide
3. Forces de pression
4. Principe fondamental de la statique des fluides
5. Statique des liquides
6. Pression dans l’atmosphère
7. Poussée d’Archimède
8. Retour sur les forces de pression

1. Fluides au repos

Fluide = liquide ou gaz, où mélange des deux..



Sur la photo ci-dessus, l’air et l’eau sont-ils au repos ?

- ➢ pas parfaitement car il y a du vent, des vagues, des courants.., mais dans ce chapitre, ces phénomènes ne seront pas pris en compte.

2. Masse volumique

- Définition : masse de fluide par unité de volume

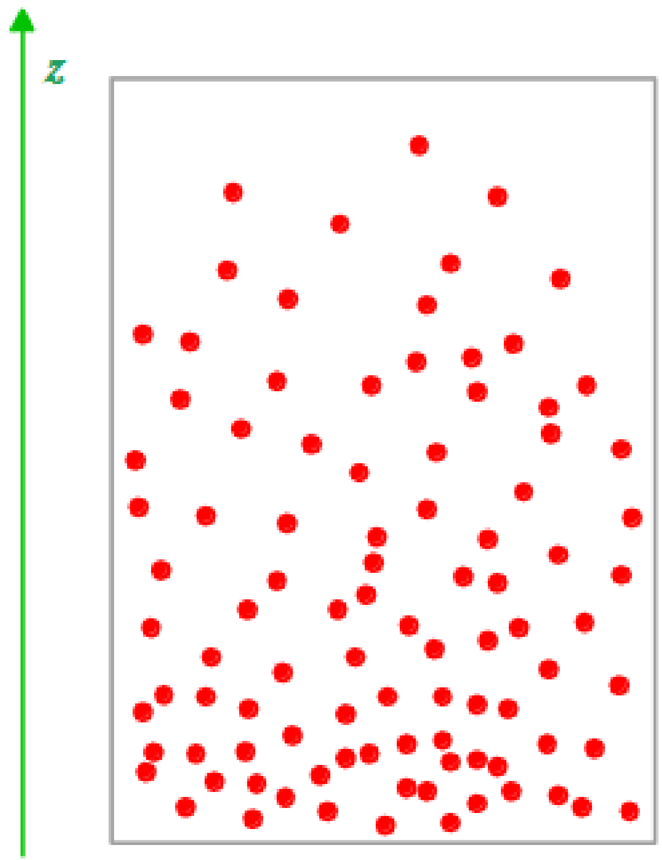
- Notation : ρ ou μ

- Formule : $\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$

- Unité SI : $kg{\cdot}m^{-3}$

- Grandeur intensive, locale.

- Si le fluide n’est pas homogène, la masse volumique varie dans l’espace.



Compressibilité

Pour les liquides, ρ dépend très peu des conditions extérieures

> modèle incompressible et homogène : $\boxed{\rho = cte}$

Pour les gaz, ρ dépend plus sensiblement de la température et de la pression.

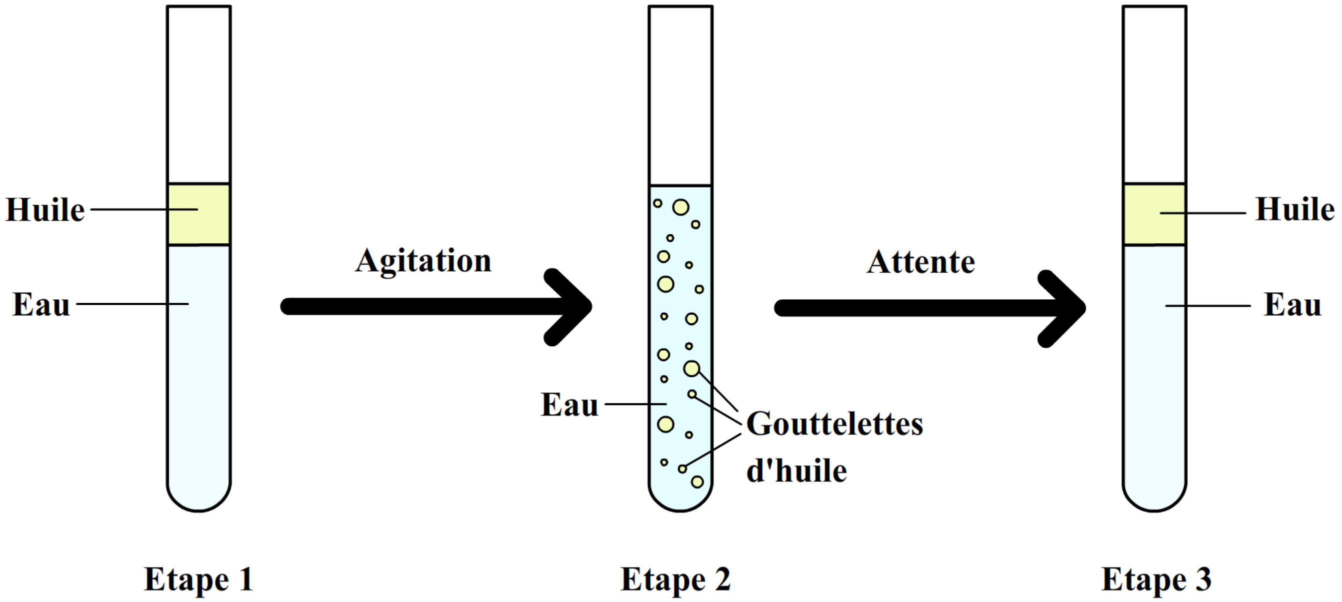
> modèle du gaz parfait $\boxed{\rho = \frac{PM}{RT}}$

Ordres de grandeur à connaitre

> $\rho_{eau} = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg·m^{-3}

> air à 20°C sous pression atmosphérique $\rho_{air} = 1{,}2$ kg·m^{-3}

Mélange de fluides non miscibles



$$\rho_{huile} = 0{,}8\ kg \cdot m^{-3}$$
$$\rho_{eau} = 1\ kg \cdot m^{-3}$$

Densité d'un liquide :

$$d = \frac{\rho_{liquide}}{\rho_{eau}}$$

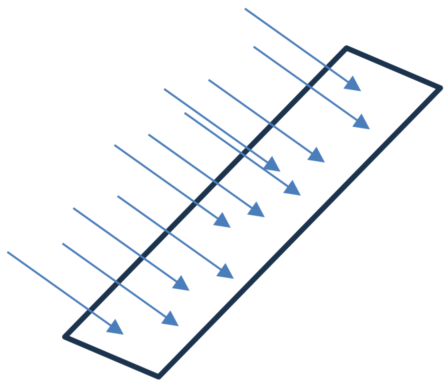
physique-chimie-college.fr

Le liquide le plus dense est dans la phase du bas

2. Masse volumique

3. Forces de pression

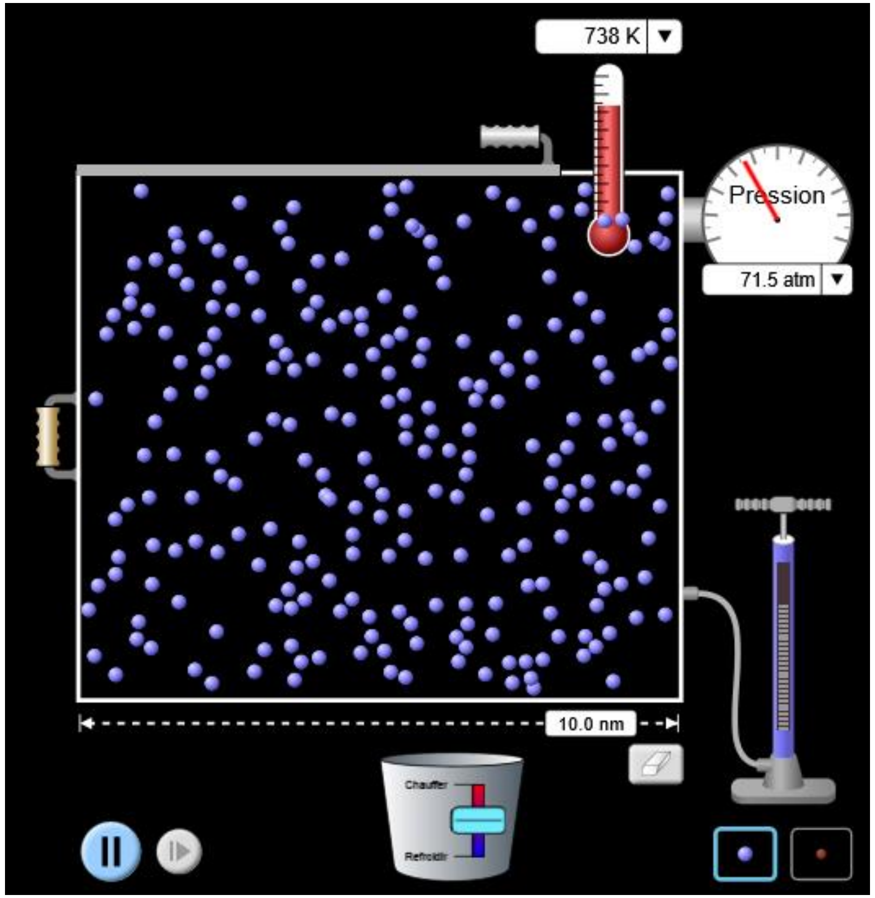
Vidéo de Paul OLIVIER :
 expression de la force de pression



$$\boxed{\vec{F} = PS\,\vec{n}_{fluide \to paroi}}$$

P pression du fluide en Pascal Pa
S surface de la paroi en m²
$\vec{F}$ force de pression exercée par le fluide sur la paroi. Sa norme est exprimée en Newton N
$\vec{n}_{fluide \to paroi}$ normale à la surface S, orientée du fluide vers la paroi.

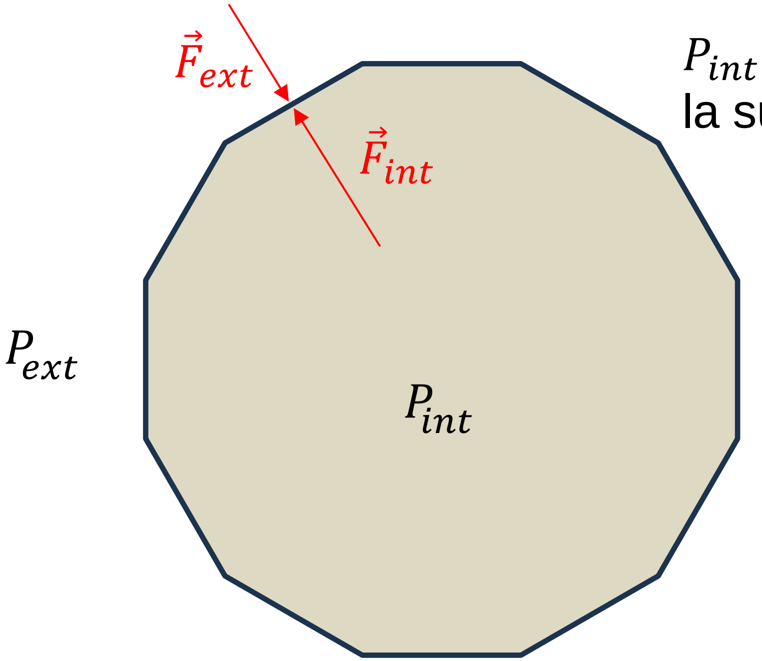
Animation :
interprétation microscopique de la pression



Ballon de football

Extrait des règles officielles du football

« Caractéristiques du ballon : il est sphérique, en cuir ou dans une autre matière adéquate, a une circonférence de 70 cm au plus et de 68 cm au moins, a un poids de 450 g au plus et de 410 g au moins, au début du match, et a une surpression se situant entre 0,6 et 1,1 bar »



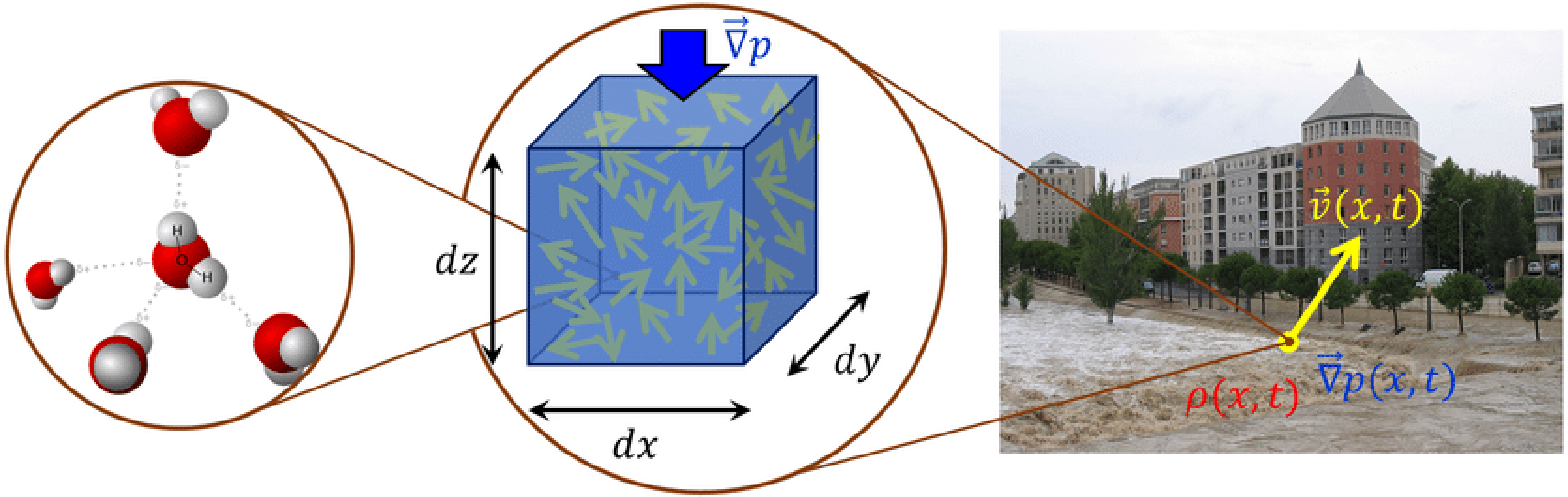
$P_{int} - P_{ext}$ est la surpression

Ballon de la coupe du monde 2022, et son accéléromètre embarqué.

3. Forces de pression

Particule de fluide

Illustration de la modélisation d'un fluide à 3 échelles. Source : research gate, Ludovic Godard-Cadillac



Research gate

microscopique ⇓ molécules

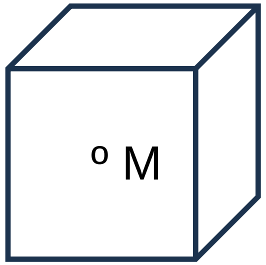
mésoscopique ⇓ particules de fluide

macroscopique ⇓ échelle humaine

Particule de fluide

Système fluide, de taille mésoscopique, contenant environ 1 milliard de molécules.

- très petit à échelle humaine (échelle macroscopique)
- très grand à l'échelle atomique (microscopique)



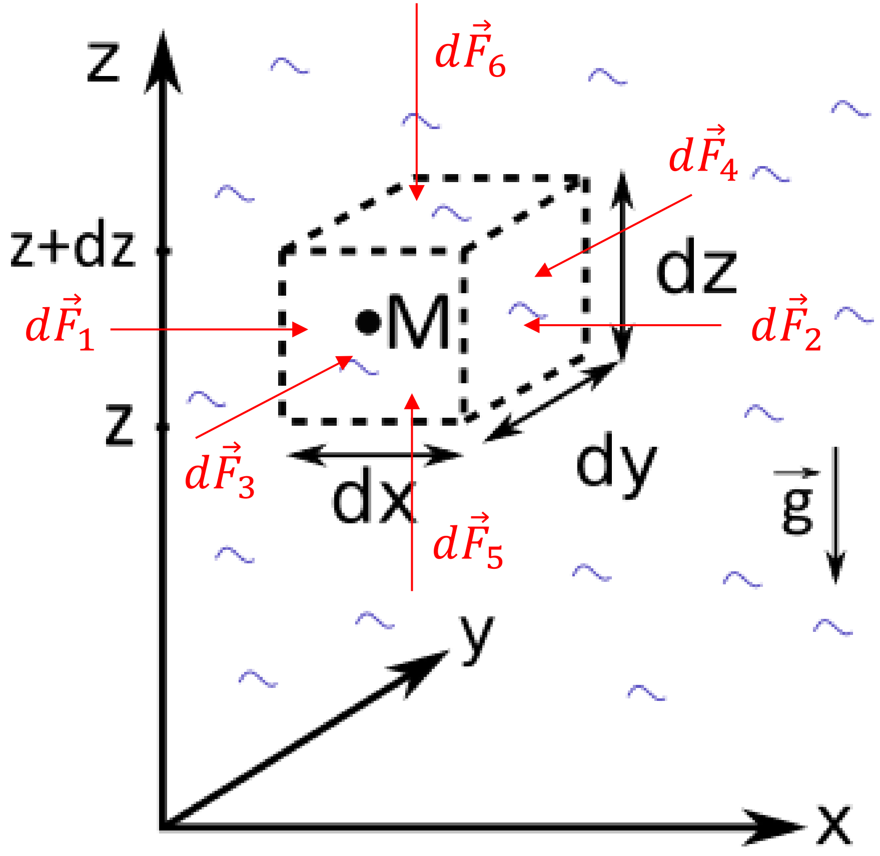
volume dV
masse dm

❖ Taille d'une particule de fluide pour de l'eau ?
Donnée : une molécule d'eau fait environ 1 nm.
- 10^9 molécules dans un cube, cela fait 10^3 molécules par côté, donc 1 µm de taille.

taille microscopique <<	taille mésoscopique <<	taille macroscopique
nanomètre <<	micromètre	<< centimètre

A l'échelle d'une particule de fluide,
- Les grandeurs extensives sont notées avec un préfixe d : volume dV, masse dm
- Les grandeurs intensives sont notées sans préfixe d, et dépendent de la position M de la particule de fluide. Exemple : $\rho(M) = \frac{dm}{dV}$

4. Principe fondamental de la statique des fluides



Sytème : particule de fluide

Bilan des forces :

- Poids $\overrightarrow{P} = dm\,\vec{g} = \rho(M)dV\,\vec{g} = -\rho(M)dxdydzg\,\vec{u}_z$
- Forces de pression selon x :

$$d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2$$

- Forces de pression selon y :

$$d\vec{F}_3 + d\vec{F}_4$$

- Forces de pression selon z :

$$d\vec{F}_5 + d\vec{F}_6 = P(z)dxdy\,\vec{u}_z - P(z+dz)dxdz\,\vec{u}_z$$

Principe de la statique : la somme de ces forces est nulle. On projette sur $\vec{u}_z$.

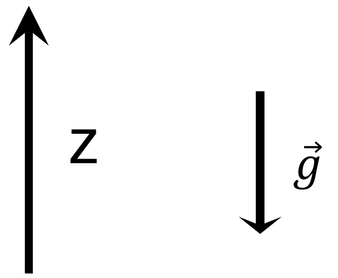
$$-\rho(M)dxdydz + P(z)dxdy - P(z+dz)dxdy = 0$$

$$\frac{P(z+dz) - P(z)}{dz} = -\rho(M)g$$

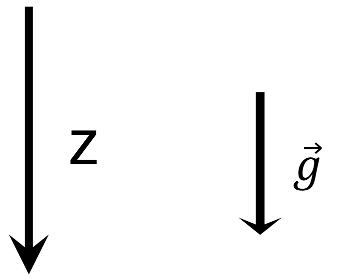
$$\frac{dP}{dz} = -\rho(M)g$$

Principe fondamental de la statique des fluides projeté sur z

- Si z vers le haut, $\frac{dP}{dz} = -\rho g$



- Si z vers le bas, $\frac{dP}{dz} = +\rho g$



La pression diminue lorsque l'altitude augmente,
La pression augmente lorsque la profondeur augmente

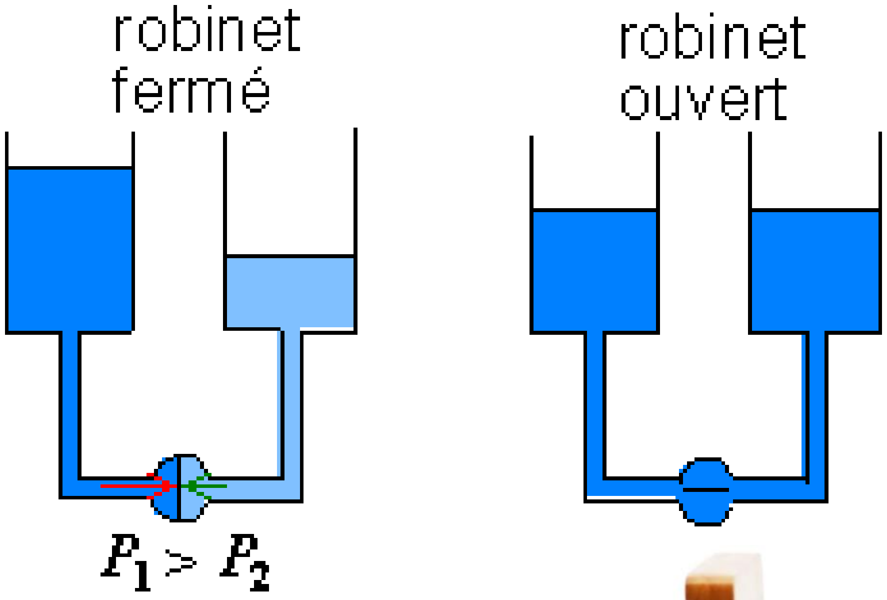
→ à checker systématiquement

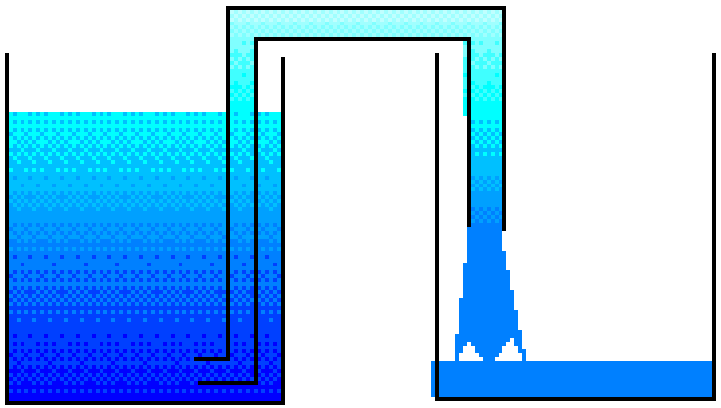
5. Statique des liquides

Calcul de la pression dans un liquide

Interprétation d’expériences, dont certaines sont étonnantes

Vases communicants





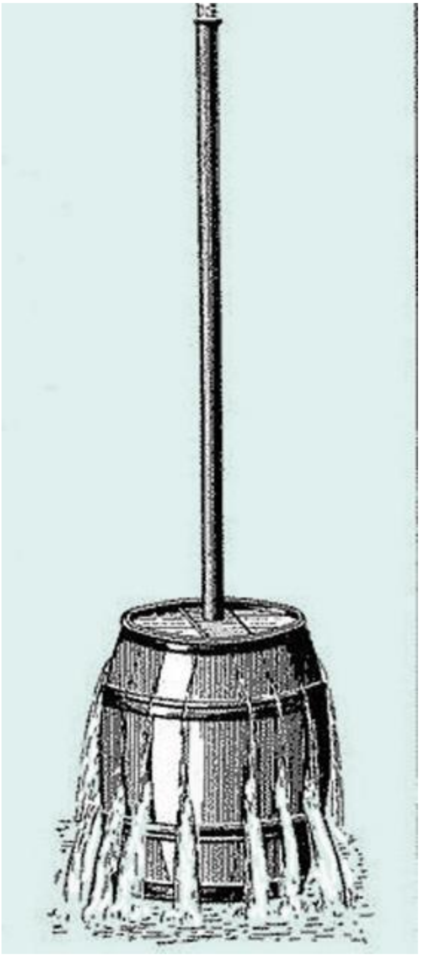
Deuns.chez

Equascience

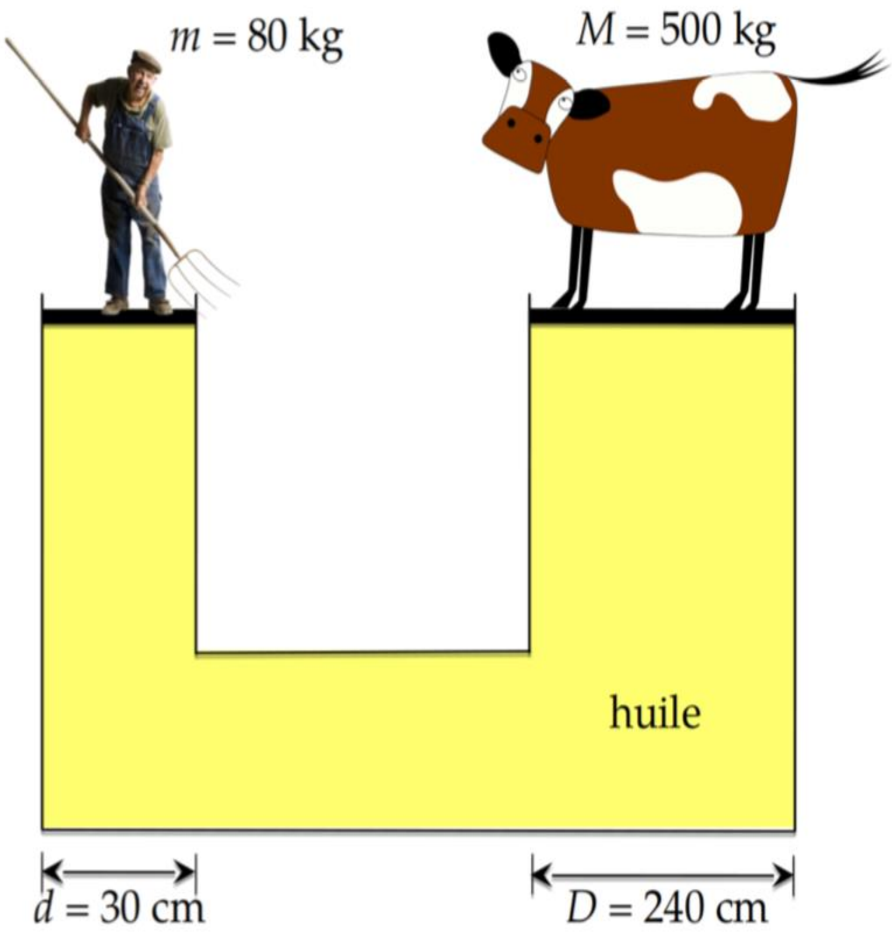
Théorème de Pascal

« Dans un liquide en équilibre de masse volumique uniforme, la pression est la même en tout point du liquide et cela aussi longtemps que ces points sont à la même profondeur. »

« Toute pression exercée sur un liquide se transmet par lui intégralement et dans toutes les directions. »



Wikipédia. Tonneau de Pascal



Principe de la presse hydraulique
CultureSciences Physique

Pression en fonction de la profondeur

Le principe de la statique des fluides a montré que la pression ne dépend pas des coordonnées horizontales.

Supposons l'axe vertical z orienté vers le haut, z est alors appelée altitude, et $\frac{dP}{dz} = -\rho g$

Liquide ⇒ modèle incompressible et homogène ⇒ ρ est une constante

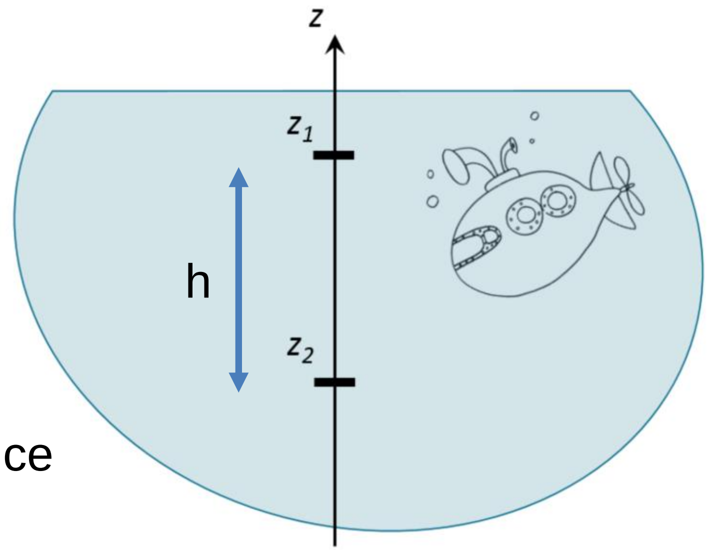
$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \Rightarrow P(z) = -\rho g\, z + cte \Rightarrow P + \rho g\, z = cte$$

$$P(z_1) + \rho g\, z_1 = P(z_2) + \rho g\, z_2$$

$$P(z_2) = P(z_1) + \rho g(z_1 - z_2)$$

$$P(z_2) - P(z_1) = \rho g h$$

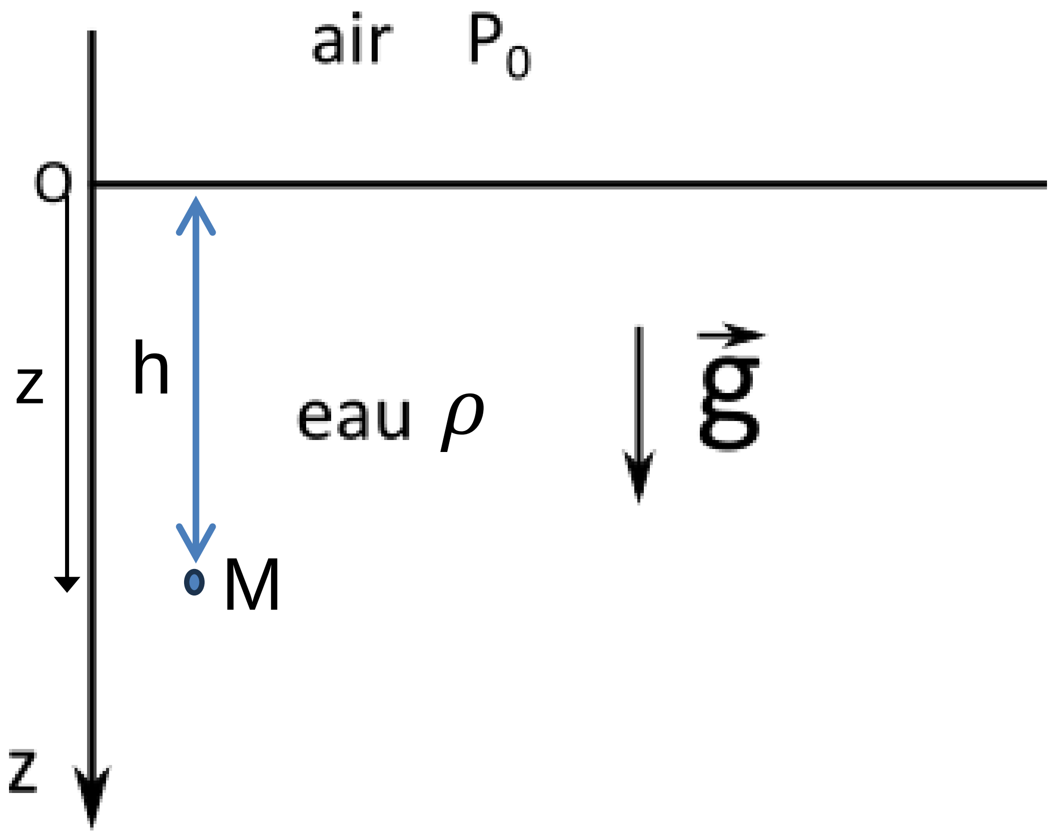
$$\boxed{« \Delta P = \rho g\, h »}$$



Culturescience physique

$\rho_{\mathrm{mer}} = 1\,024\ \mathrm{kg.m^{-3}}$

Pression dans l'eau



Exprimer la pression au point M, situé à la profondeur z dans l'eau.

Pour un fluide incompressible : $\Delta P = \rho g h$

On applique la relation entre la surface libre et M

ΔP et h doivent être positifs

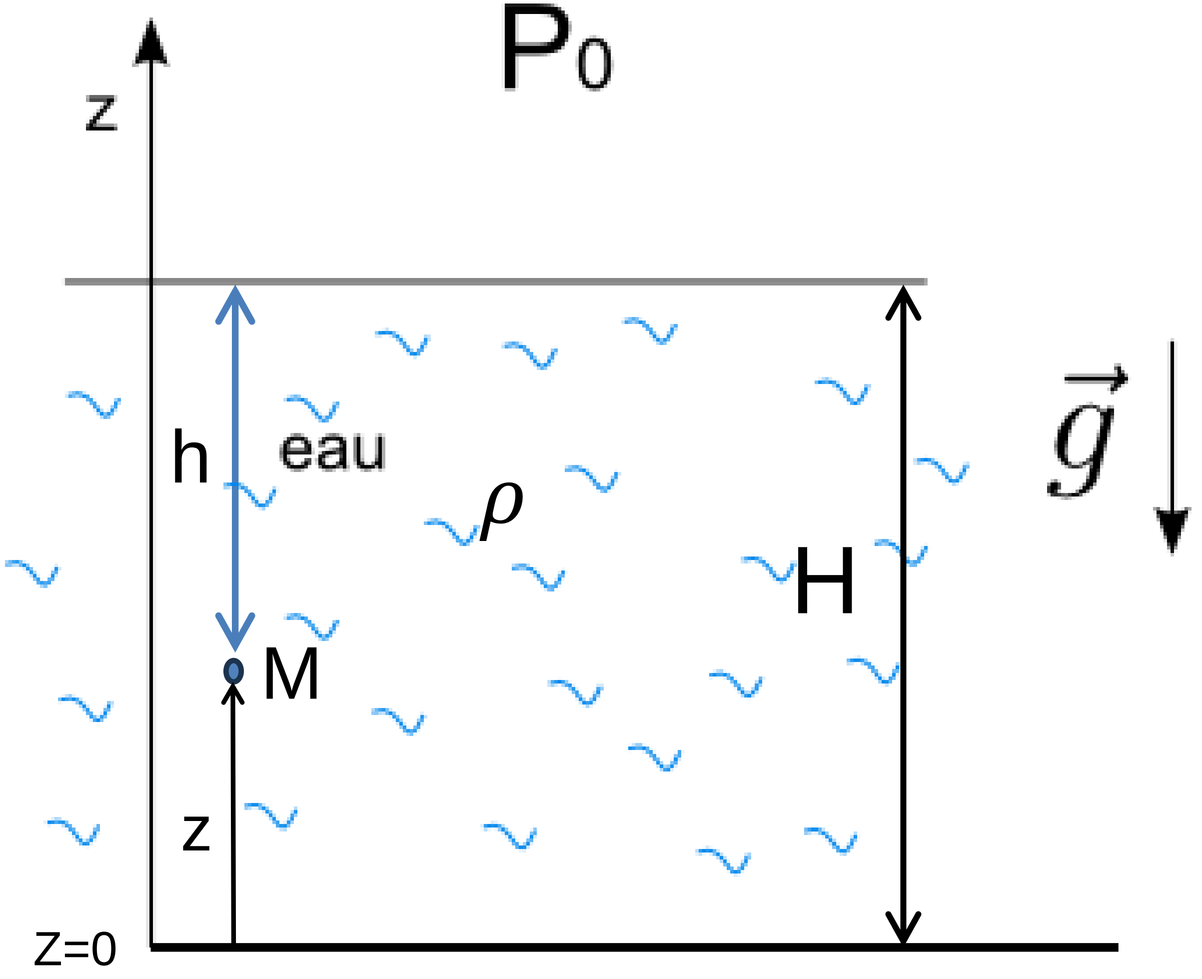
$$\Delta P = P_{bas} - P_{haut} = P(z) - P_0$$
$$h = z$$

$$P(z) - P_0 = \rho g z$$

$$\boxed{P(z) = P_0 + \rho g z}$$

Check : si on descend, z augmente, P augmente

Pression dans l'eau



$\vec{g}$

Exprimer la pression au point M, situé à la profondeur z dans l'eau.

Pour un fluide incompressible : $\Delta P = \rho g h$

On applique la relation entre la surface libre et M

ΔP et h doivent être positifs

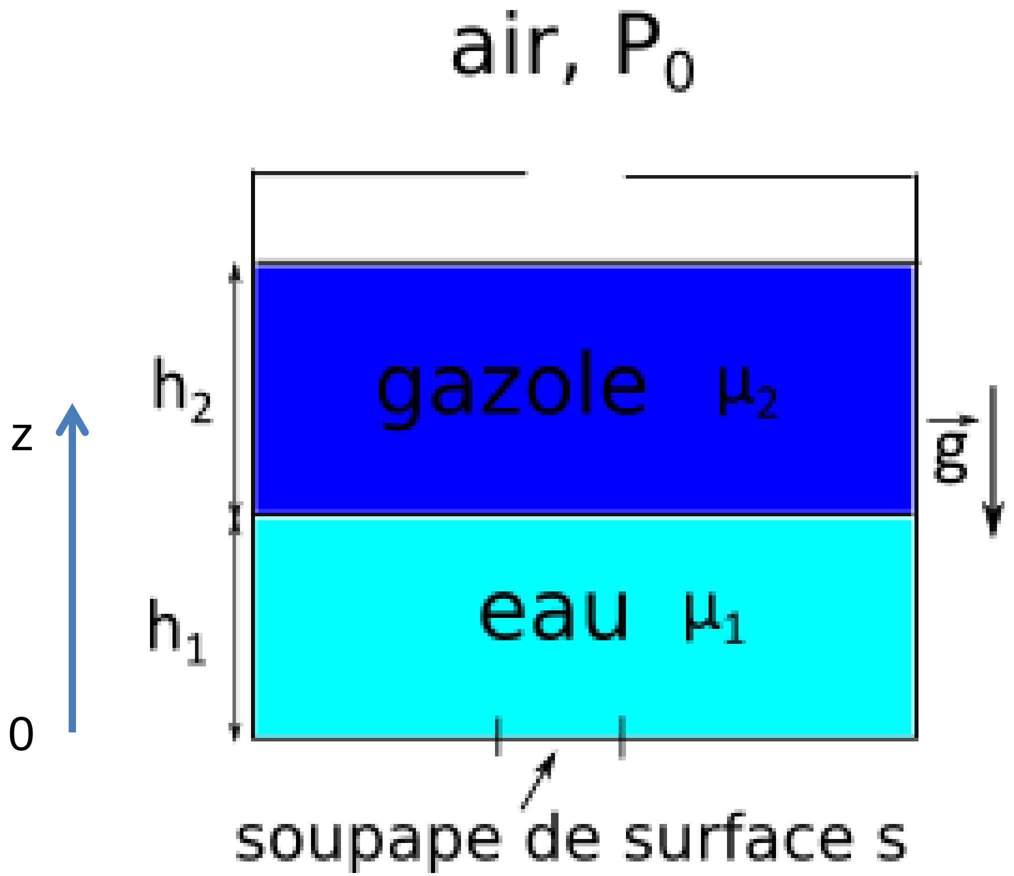
$$\Delta P = P_{bas} - P_{haut} = P(z) - P_0$$
$$h = \mathrm{H{-}z}$$

$$P(z) - P_0 = \rho g (H - z)$$

$$\boxed{P(z) = P_0 + \rho g (H - z)}$$

Check : si on descend, z diminue, P augmente

Pression dans un mélange de deux liquides non miscibles



- Exprimer la pression P_i à l'interface gazole-eau

- Le gazole est un liquide incompressible :

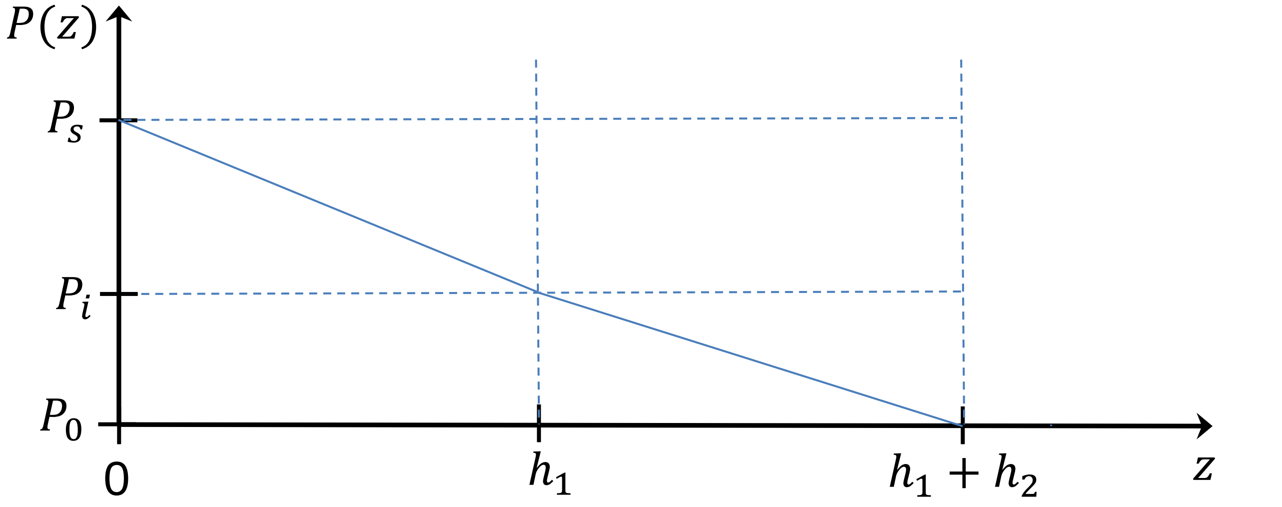
$$P_i - P_0 = \mu_2 g h_2 \Rightarrow \boxed{P_i = P_0 + \mu_2 g h_2}$$

- En déduire la pression P_s de l'eau au niveau de la soupape :

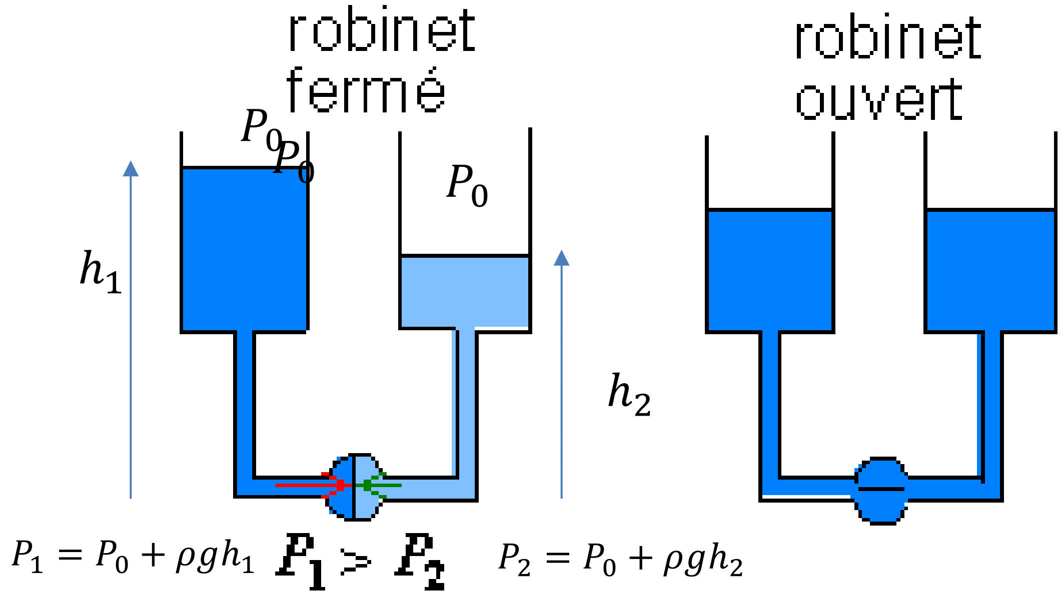
- L'eau est un liquide incompressible :

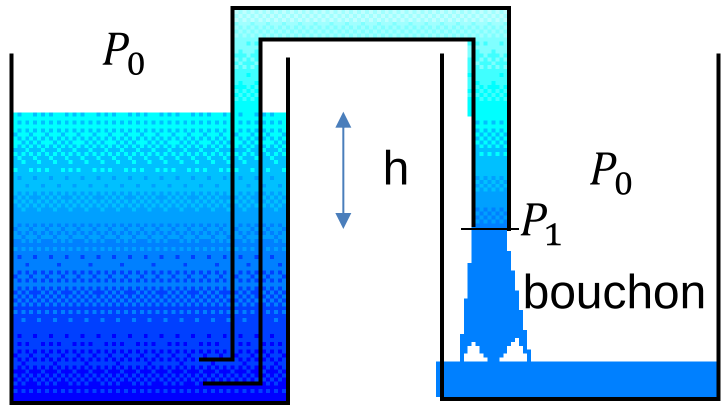
$$P_s - P_i = \mu_1 g h_1 \Rightarrow \boxed{P_s = P_i + \mu_1 g h_1}$$

- Tracer l'allure de la pression en fonction de l'altitude z

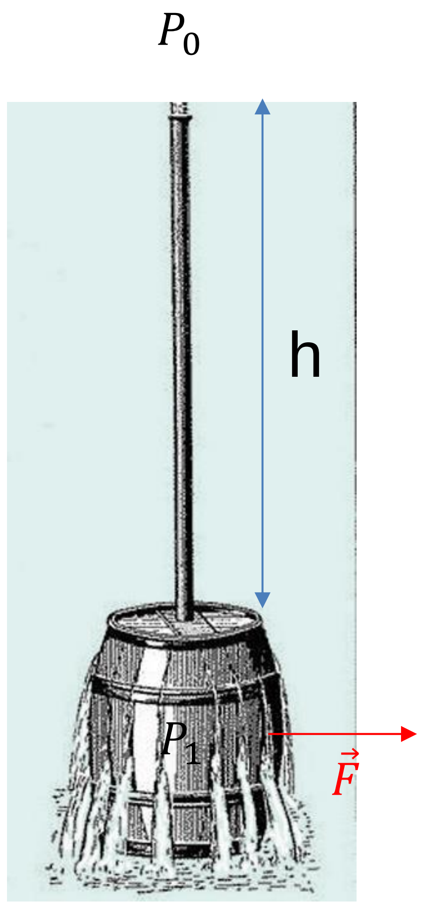


Retour sur les exemples introductifs

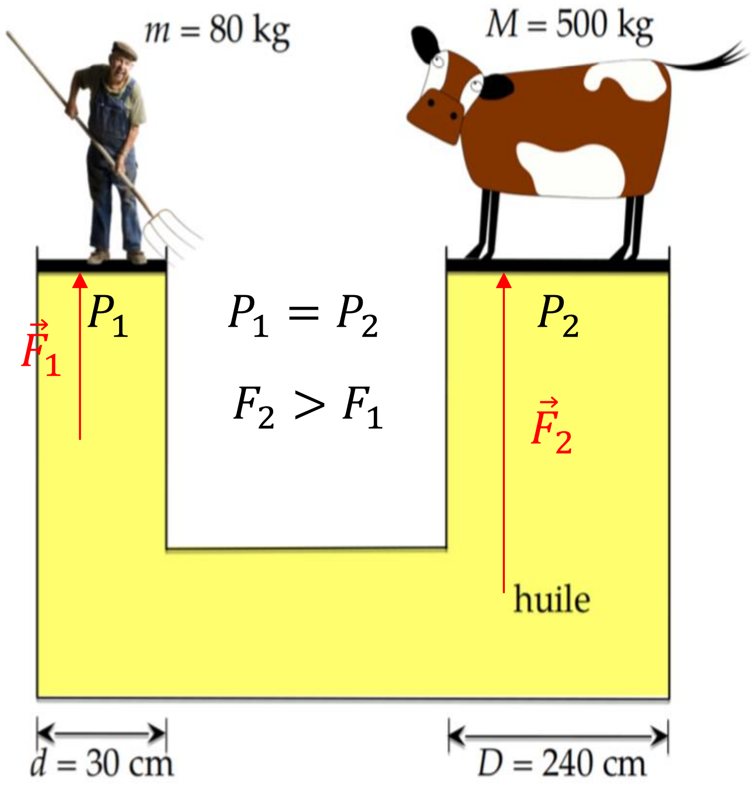




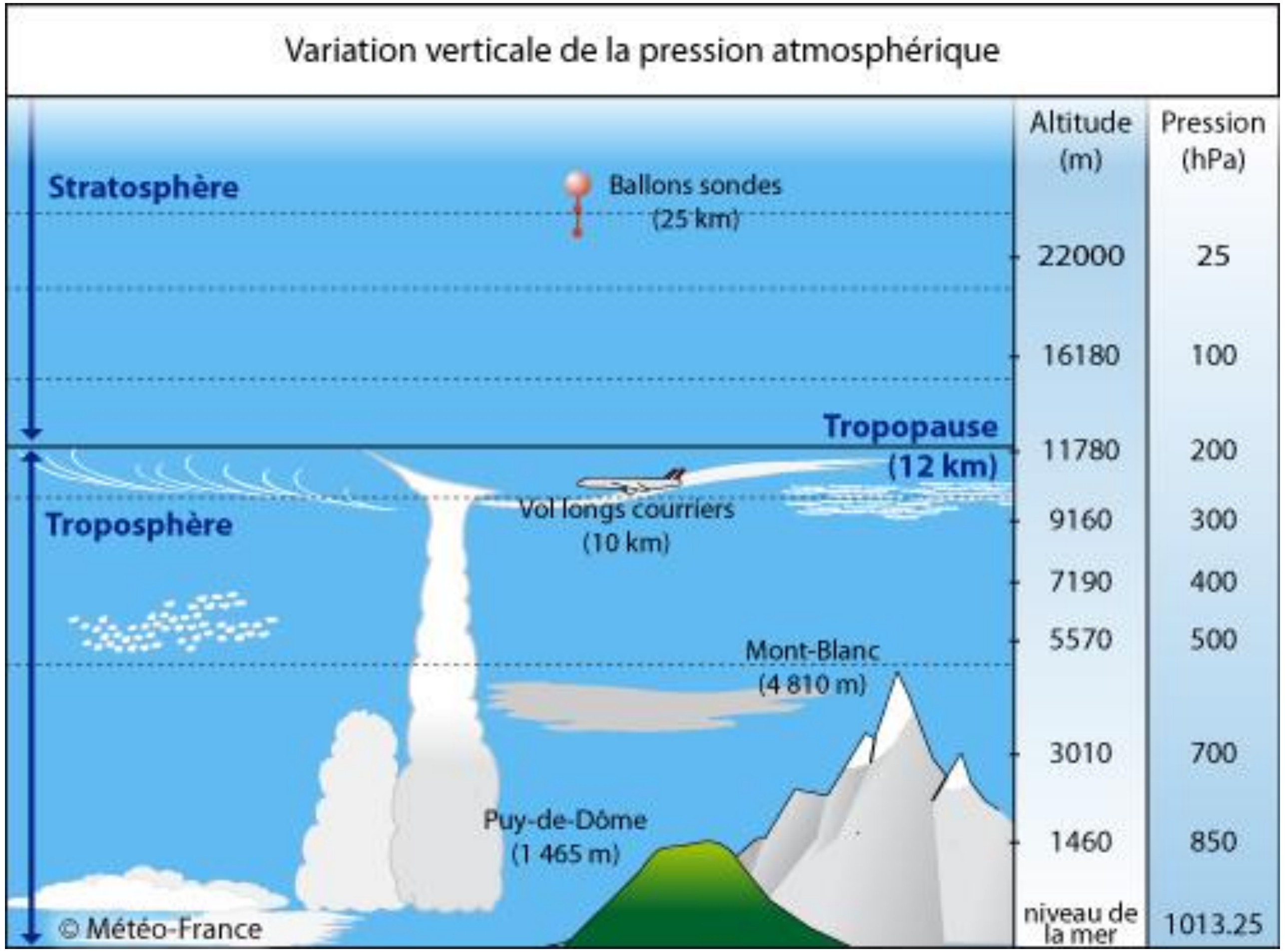
$P_1 = P_0 + \rho g h > P_0 \Rightarrow$ écoulement

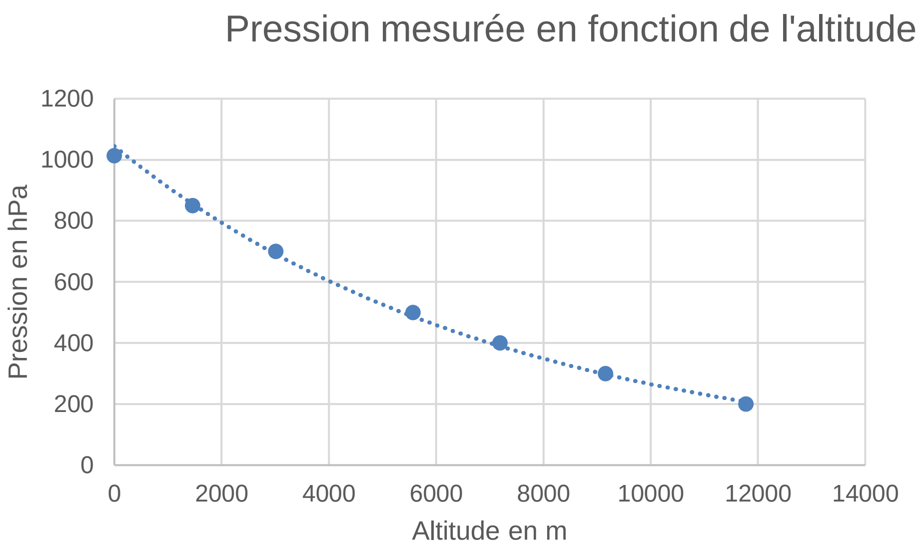


$P_1 = P_0 + \rho g h$

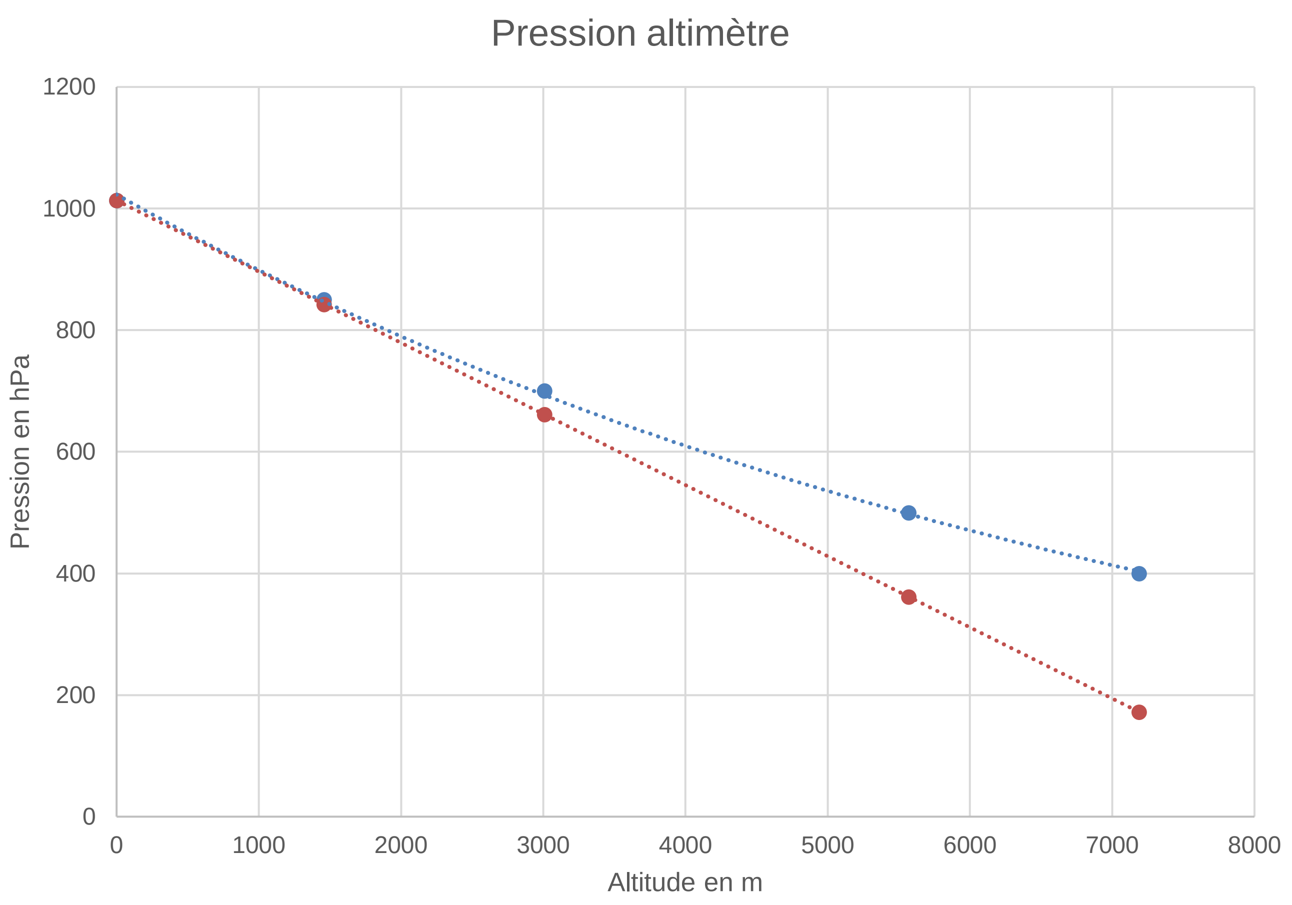


6. Pression dans l'atmosphère





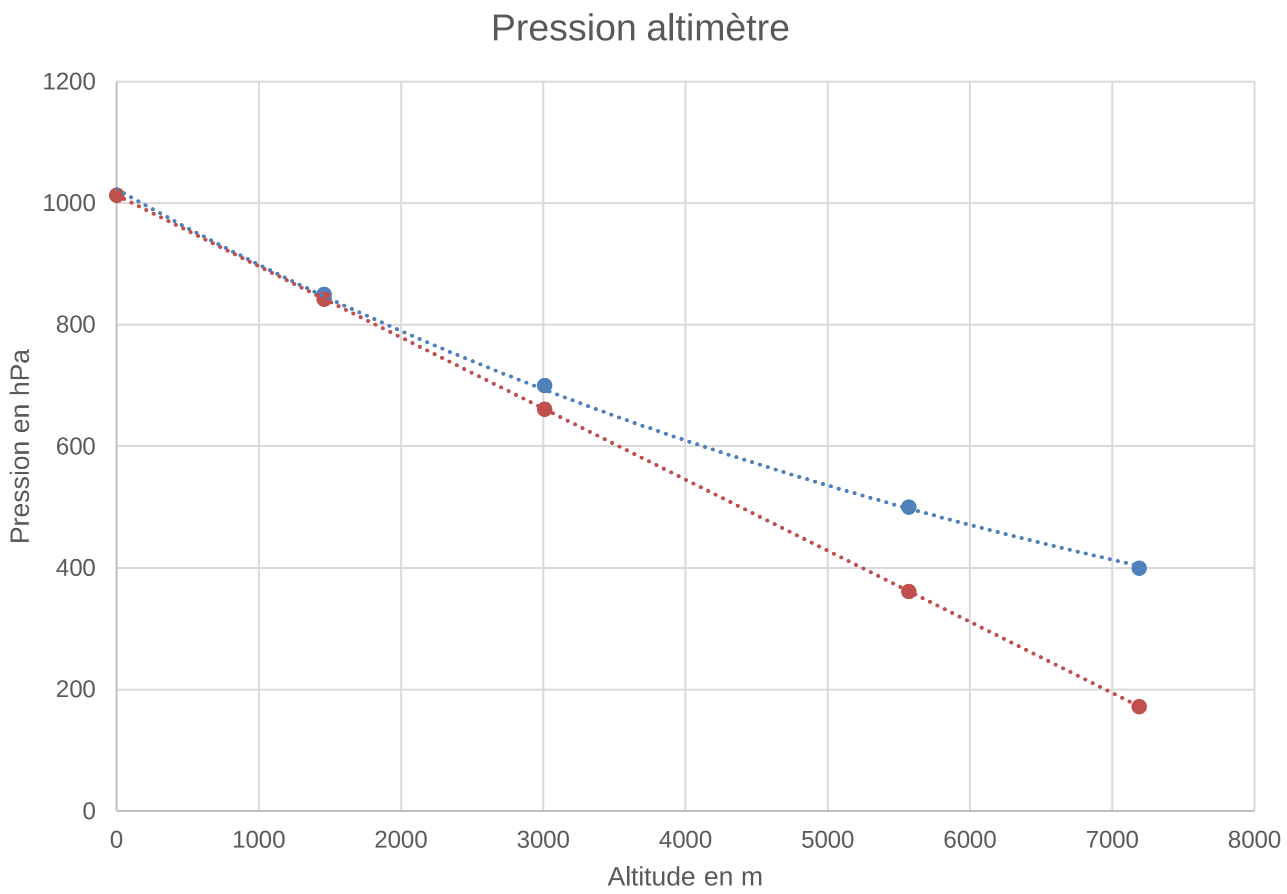
Altimètre



En aviation légère, l'altimètre convertit une variation de pression en variation d'altitude avec un gradient constant de 1hPa/28 ft

6. Pression dans l'atmosphère

Modèle de l'atmosphère incompressible



On peut retrouver ce résultat avec le principe de la statique, et un modèle incompressible :

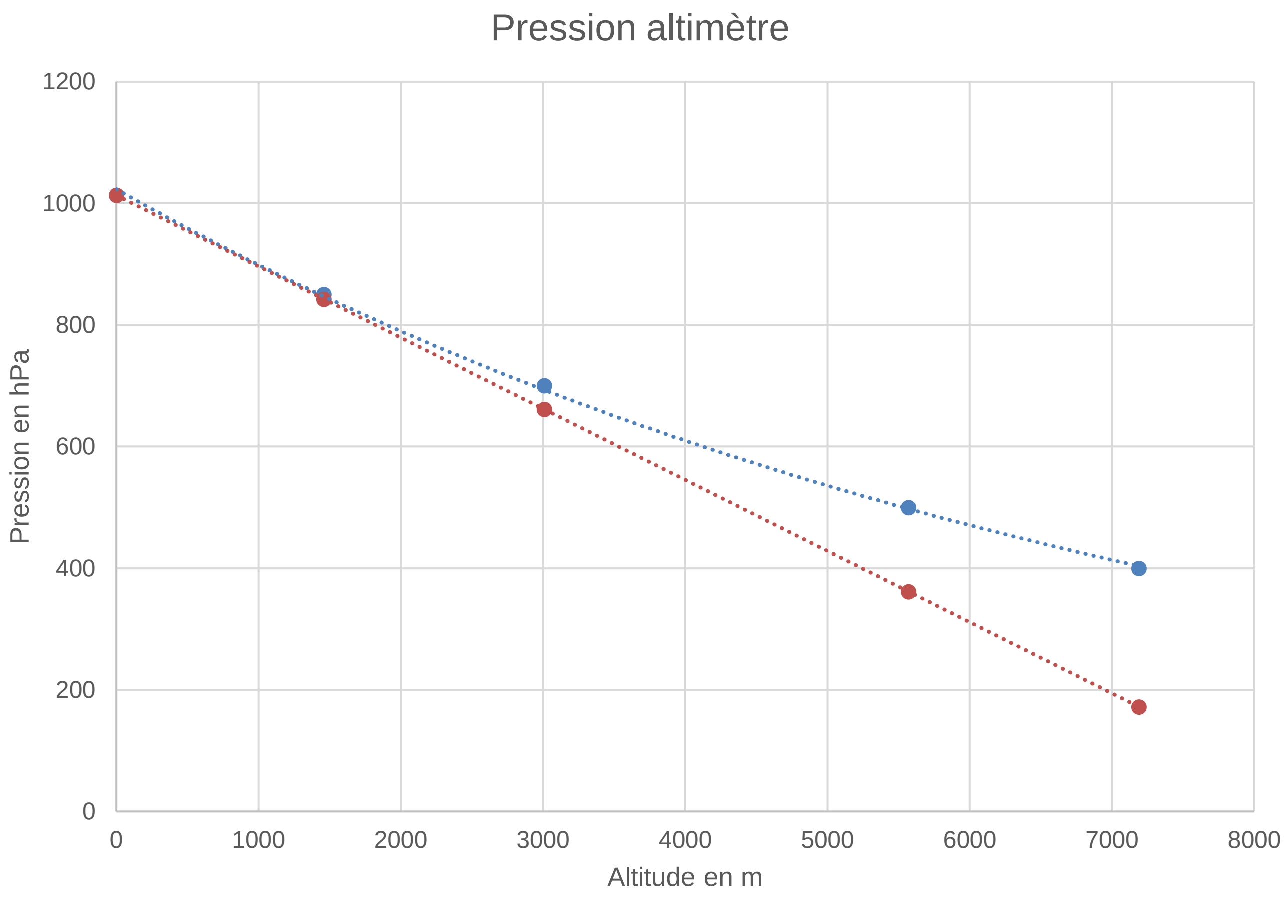
$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$\rho g = 1{,}225 \times 9{,}81 = 12{,}0 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\frac{1 \text{ hPa}}{28 \text{ ft}} = \frac{100 \text{ Pa}}{28 \times 0{,}305 \text{ m}} = 11{,}7 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-1}$$

En aviation légère, l'altimètre convertit une variation de pression en variation d'altitude avec un gradient constant de 1hPa/28 ft

Modèle de l'atmosphère isotherme



Aux altitudes supérieures à 2000 m, le modèle linéaire ne convient plus : l'allure se rapproche plutôt d'une exponentielle.

Modélisons l'air atmosphérique par un gaz parfait isotherme :

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

Dans le principe de la statique des fluides :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{PMg}{RT}$$

$$\frac{dP}{dz} + \frac{Mg}{RT}P = 0$$

On définit la hauteur caractéristique

$$H = \frac{RT}{Mg} = \frac{8{,}31 \times 273}{29 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81} = 8{,}0 \cdot 10^{3}\ \mathrm{m}$$

$$\frac{dP}{dz} + \frac{P}{H} = 0$$

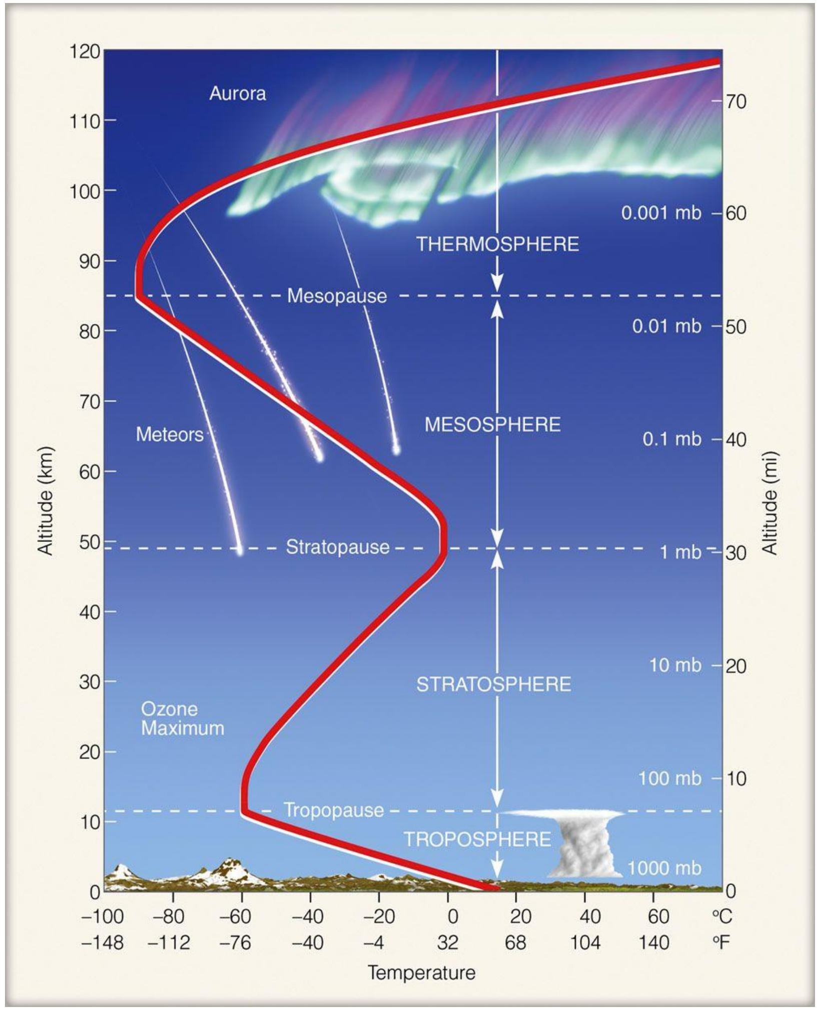
Résolution :

$$P(z) = Ae^{-z/H}$$

Condition en z=0 :

$$P(z=0) = P_{atm} = \mathrm{A}$$

Modèle d'atmosphère à gradient de température constant



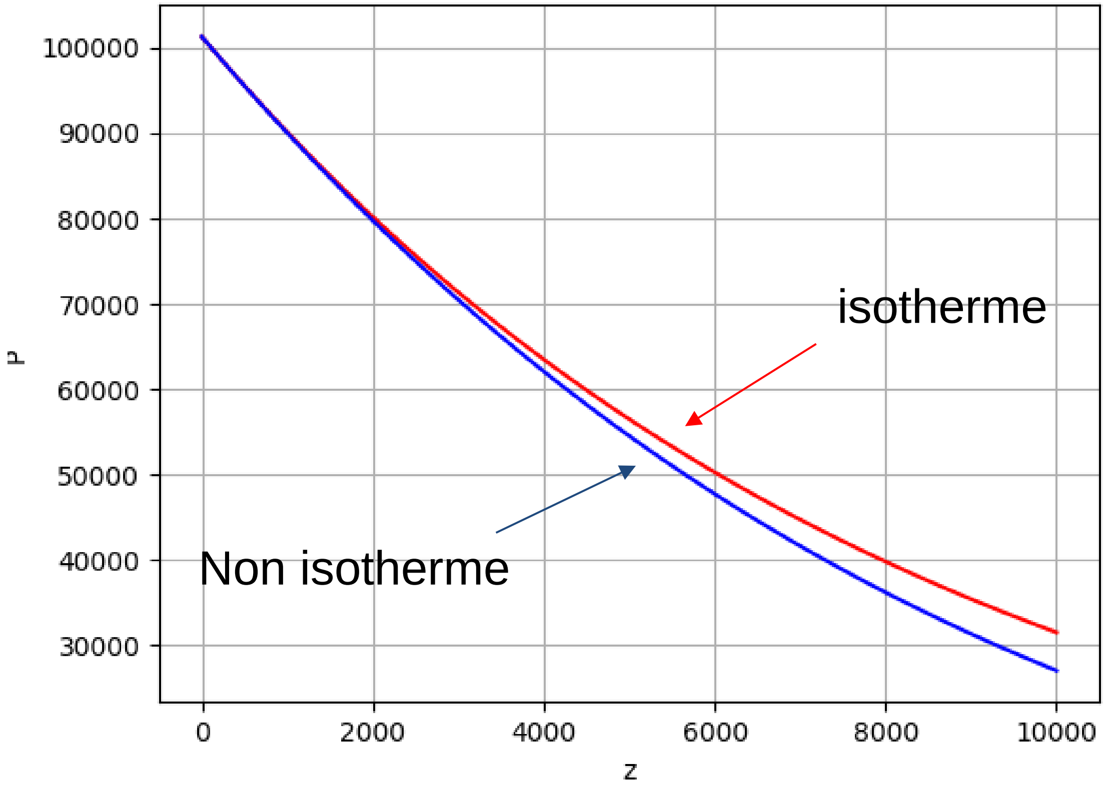
Dans la troposphère, le gradient de température moyen est $a = \frac{dT}{dz} = -6{,}5°/km$

Les calculs précédents mènent à

$$\frac{dP}{dz} + \frac{Mg}{RT(z)}P = 0$$

Et $T(z) = T_0 + az$

On peut résoudre analytiquement ou numériquement

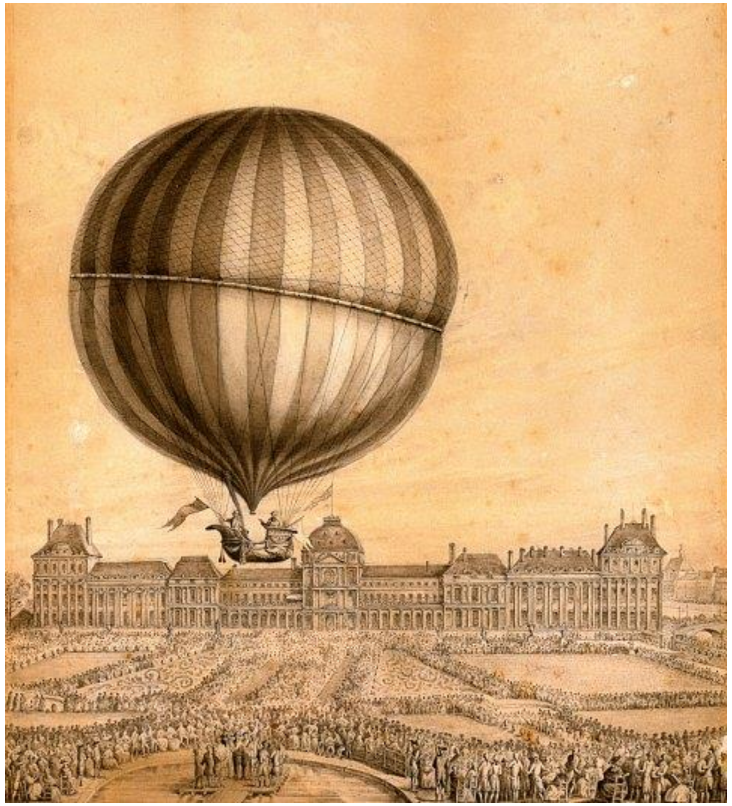


6. Pression dans l'atmosphère

7. Poussée d'Archimède

Lorsqu'un solide est immergé dans un fluide au repos, il subit la poussée d'Archimède :

$$\boxed{\vec{\Pi} = -\rho_{fluide} V_{objet} \vec{g}}$$



Premier vol en ballon à hydrogène, Jacques Charles, 1783

Les premiers vols en ballon à air chaud et en ballon à hydrogène ont été réalisés en 1783.

Pourquoi faut-il de l'air chaud ou un gaz léger dans le ballon ?

Le ballon est soumis à son poids, vers le bas

$$\vec{P} = (m_{gaz} + m_{matériel})\vec{g} = (\rho_{int} V + m_{matériel})\vec{g}$$

Et à la poussée d'Archimède, vers le haut

$$\vec{\Pi} = -\rho_{ext} V \vec{g}$$

Le ballon s'élève si $\|\vec{\Pi}\| > \|\vec{P}\|$

$$\rho_{ext} V > \rho_{int} V + m_{matériel}$$

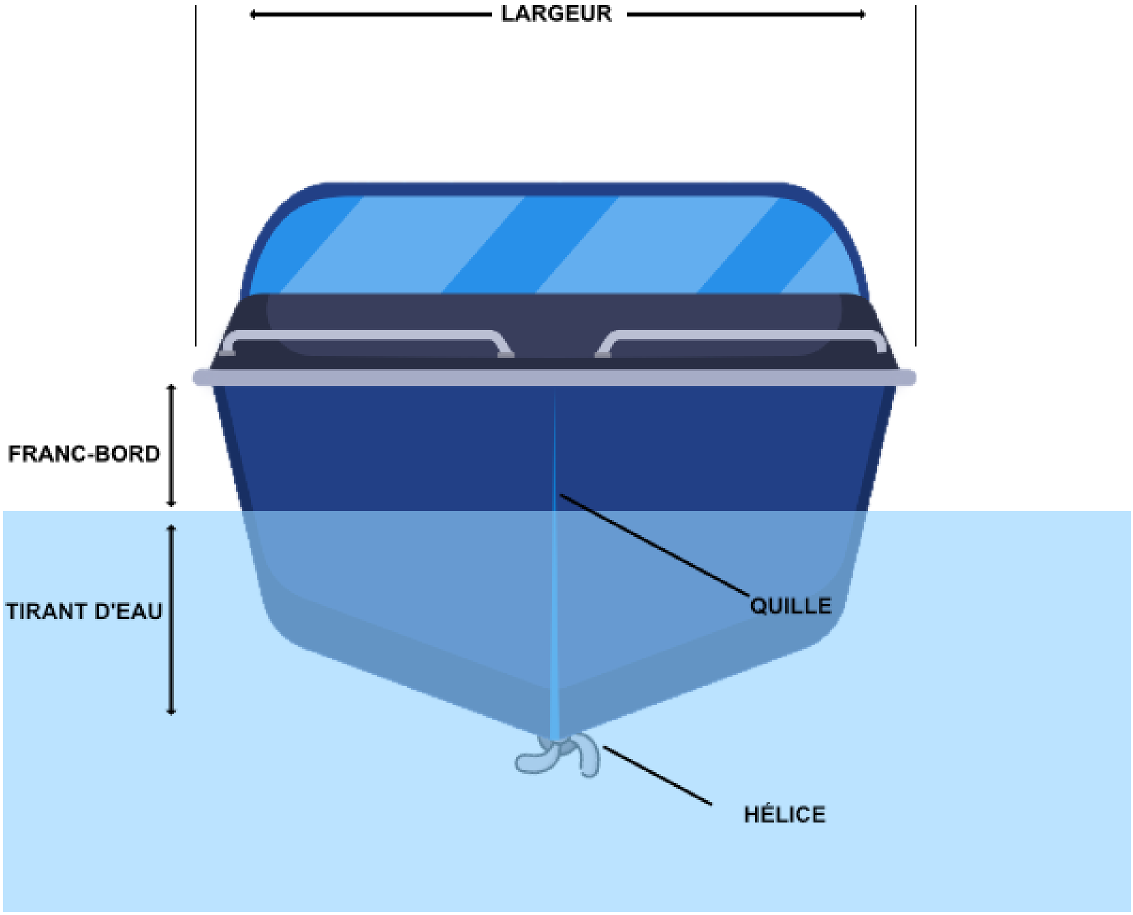
Il faut donc ρ_{int} le plus petit possible.

En modélisant l'air intérieur par un gaz parfait

$$\rho_{int} = \frac{P_{int} M_{int}}{R T_{int}}$$

$\Rightarrow$ il faut M_{int} faible ou T_{int} élevée

Bateau : immersion dans 2 fluides



Parties d'un bateau
navigationnautiquecanada.ca

Une partie du bateau est immergée dans l'eau (volume V_1) et l'autre partie est immergée dans l'air (volume V_2).

Dans ce cas, la poussée d'Archimède a deux contributions :

$$\vec{\Pi}_1 = -\rho_{eau} V_1 \vec{g}$$
$$\vec{\Pi}_2 = -\rho_{air} V_2 \vec{g}$$

$\rho_{eau} \gg \rho_{air}$, on néglige la partie due à l'air.

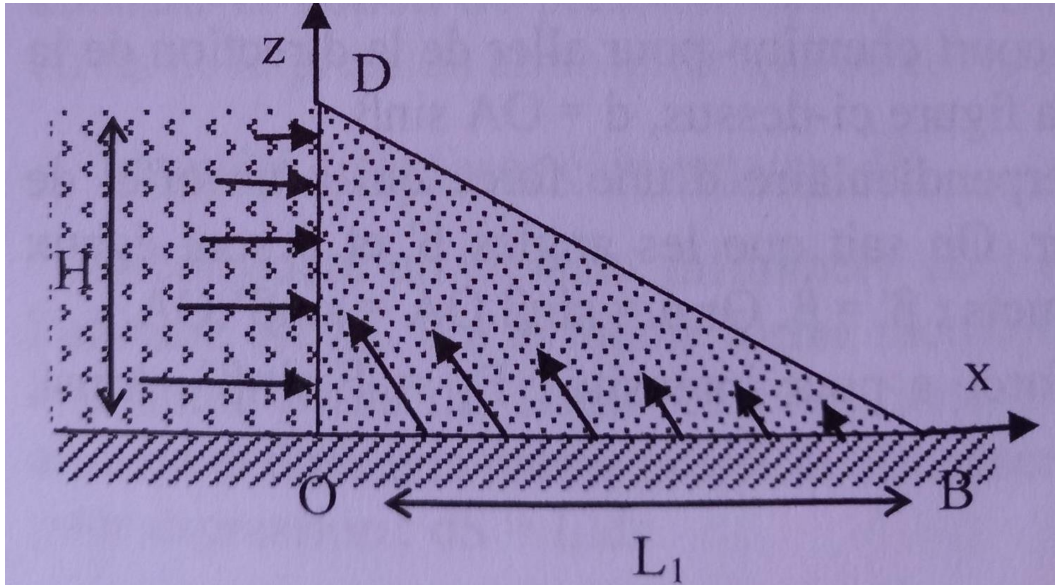
Donc, à l'équilibre

$$\vec{P} + \vec{\Pi}_1 = \vec{0}$$
$$m\vec{g} - \rho_{eau} V_1 \vec{g} = \vec{0}$$
$$m\vec{g} = \rho_{eau} V_1 \vec{g}$$
$$m = \rho_{eau} V_1$$

Le volume immergé est donc $V_1 = \frac{m}{\rho_{eau}}$

8. Retour sur les forces de pression

Barrage poids EDF

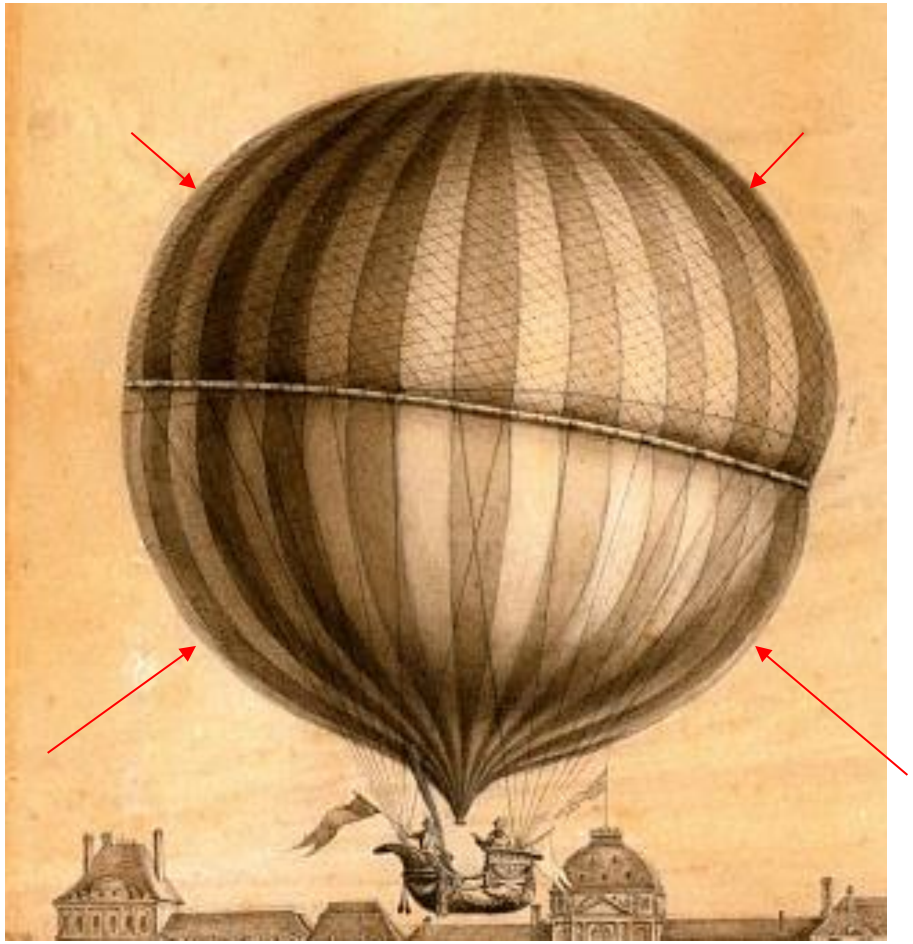


Barrage poids : forces de pression.
François Martin
Mécanique des fluides
Formations et techniques

La pression dans un liquide dépend de z
Les forces de pression aussi : on découpe la paroi en éléments de hauteur mésoscopique dz, et de surface $dS = l\,dz$
La résultante des forces de pression est donnée par

$$\vec{F} = \int_0^H P(z) l dz\, \vec{u}_x$$

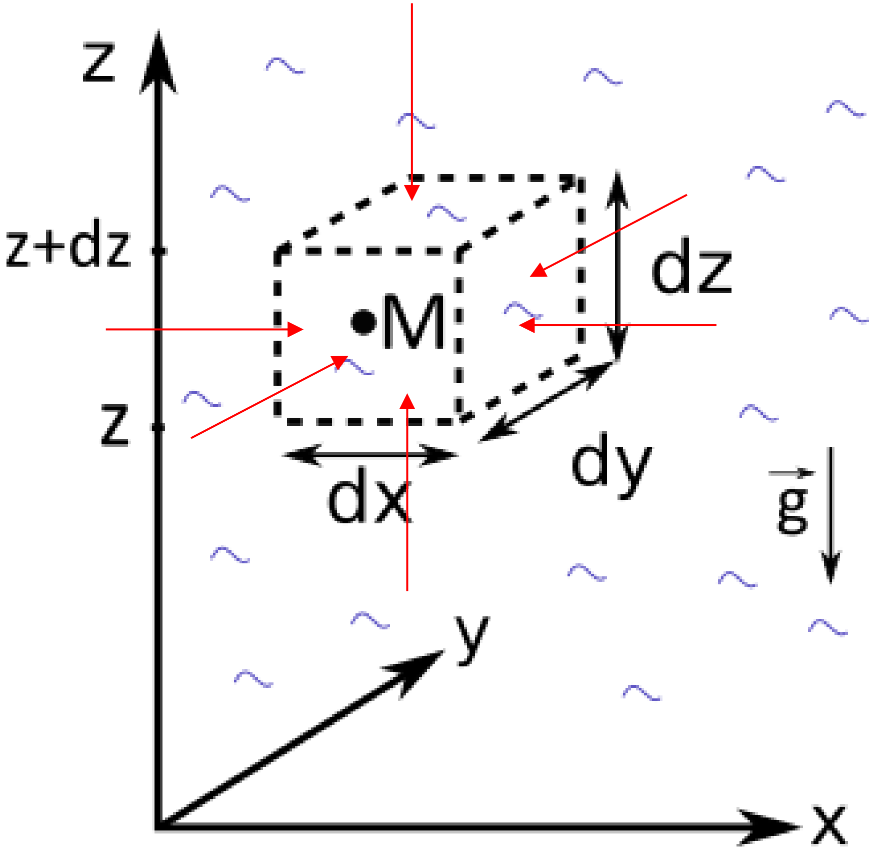
Définition de la poussée d'Archimède : c'est la résultante des forces de pression exercées par le fluide sur l'objet immergé.



La pression est plus grande sous le ballon que sur le ballon ⇒ résultante vers le haut

8. Retour sur les forces de pression

Annexe 5/2 : Démo Principe fondamental de la statique des fluides à 3D



Sytème : particule de fluide

Bilan des forces :

- Poids $\vec{P} = dm\,\vec{g} = \rho(M)dV\,\vec{g} = -\rho(M)dxdydzg\,\vec{u}_z$
- Forces de pression selon x :

  $$\overrightarrow{dF}_x = P(x,y,z)dydz\,\vec{u}_x - P(x+dx,y,z)dydz\,\vec{u}_x$$
  $$= \frac{P(x,y,z)-P(x+dx,y,z)}{dx}dxdydz\,\vec{u}_x = -\frac{\partial P}{\partial x}\,dV\,\vec{u}_x$$

- Forces de pression selon y :

  $$\overrightarrow{dF}_y = P(x,y,z)dxdz\,\vec{u}_y - P(x,y+dy,z)dxdz\,\vec{u}_y$$
  $$= -\frac{\partial P}{\partial y}\,dV\,\vec{u}_y$$

- Forces de pression selon z :

  $$\overrightarrow{dF}_z = P(x,y,z)dxdy\,\vec{u}_z - P(x,y,z+dz)dxdz\,\vec{u}_z$$
  $$= -\frac{\partial P}{\partial z}\,dV\,\vec{u}_z$$

Principe de la statique : la somme de ces forces est nulle

$$\Rightarrow \rho(M)\vec{g} - \vec{\nabla}\mathrm{P} = \vec{0}$$