Exercices de statique des fluides

1 Travaux dirigés

1.1 Altimètre

Pour illustrer le fonctionnement d'un altimètre, nous allons tenter une mesure de la hauteur d'un étage du lycée à l'aide du capteur de pression dont disposent certains smartphones. Pour tester si votre smartphone est équipé, installez l'application phyphox et tentez une mesure de pression. Formez des binômes munis d'un téléphone équipé.
- Mesurez la pression, le téléphone étant posé sur le rebord de la fenêtre de la salle. Notez la valeur avec tous les chiffres significatifs fournis, et l'unité !
- Descendre dans la cour, et prendre à nouveau la mesure, sur le rebord de la fenêtre de l'étage inférieur.

1. De retour dans la salle, chaque binôme doit écrire au tableau la valeur de la variation de pression ΔP obtenue.
2. Calculer avec excel la valeur moyenne $\overline{\Delta P}$ et l'écart type σ. En déduire l'incertitude type sur la valeur moyenne $u(\Delta P) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$, où N est le nombre de valeurs de ΔP.

   Excel fournit un très grand nombre de chiffres significatifs pour $\overline{\Delta P}$ et σ. Pour garder ceux qui ont du sens, la règle est la suivante :
   - on garde deux chiffres significatifs pour $u(\Delta P) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.
   - on arrête les décimales de $\overline{\Delta P}$ au même endroit que celles sur $u(\Delta P)$, en arrondissant le dernier chiffre si nécessaire.
   Exemple : si pour la mesure d'une longueur x on obtient $x_m = 1.23456$ m et $u(x) = 0.017762$ m, alors on gardera $u(x) = 0.018$ m et $x_m = 1.235$ m.

3. Ecrire $u(\Delta P)$ et $\overline{\Delta P}$ avec le nombre de chiffres signicatifs adapté. Ecrire le résultat final sous la forme "résultat $\pm$ incertitude".
4. On modélise l'air par un gaz parfait de masse molaire $M = 29.0$ g·mol^{-1}. Calculer sa masse volumique, avec 3 chiffres significatifs. On dispose d'un thermomètre dans la salle.
5. A l'aide du principe de la statique des fluides, en modélisant l'air par un gaz parfait incompressible, déterminer la hauteur h d'un étage obtenue par cette mesure de pression, et l'incertitude associée $u(h)$.

1.2 Iceberg

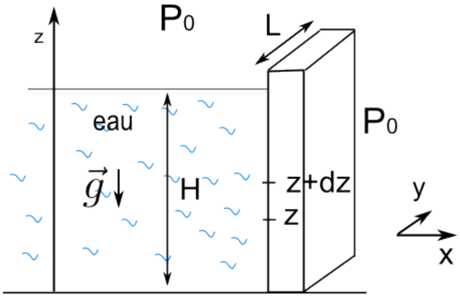
Un iceberg est un bloc de glace d'eau douce dérivant sur un plan d'eau, généralement la mer mais dans certains cas un lac ; de tels blocs, souvent de masse considérable, se détachent du front des glaciers ou d'une barrière de glace flottante.
On donne les masses volumiques suivantes :
$\mu_S = 1.025\ 10^3$ kg.m^{-3} pour l'eau liquide salée
$\mu_d = 1.000\ 10^3$ kg.m^{-3} pour l'eau douce pure.
$\mu_g = 0.917\ 10^3$ kg.m^{-3} pour la glace d'eau douce.

1. Schématiser l'iceberg flottant et indiquer son volume immergé dans l'eau V_1, et son volume immergé dans l'air V_2. Son volume total est $V = V_1 + V_2$.
2. Quelles sont les forces subies par l'iceberg ? Les schématiser.
3. L'iceberg étant en équilibre, en déduire le rapport $\frac{V_1}{V}$ en fonction des masses volumiques. Faire l'application numérique.

4. Sous l'effet du réchauffement climatique, de nombreux iceberg fondent. En comparant le volume V_1 au volume pris par l'iceberg fondu, expliquer pourquoi cela tend à faire monter le niveau de la mer.

1.3 Résultante des forces de pression sur un barrage

Un barrage droit retient une hauteur H d'eau, supposée incompressible de masse volumique ρ.



1. Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ dans l'eau.
2. Exprimer la force $d\vec{F}$ exercée par l'eau sur la tranche de paroi $[z, z + dz]$ de largeur L.
3. Par intégration, déterminer la résultante des forces de pression exercée par l'eau sur la paroi.
4. L'air situé à droite de la paroi compense une partie de cette force. Laquelle ?

1.4 Ballon sonde

On considère un ballon sonde rigide de rayon $R_b = 5,00$ m pouvant se déplacer suivant l'axe vertical z. L'atmosphère est modélisée par un gaz parfait isotherme à la température $T_0 = 290$ K. La pression au sol vaut $P_0 = 1,01.10^5$ Pa. L'accélération de la pesanteur est $g = 9,81$ m/s^2. La constante des gaz parfaits est $R = 8,31$ SI. La masse molaire de l'air vaut $M = 29,0$ g/mol. Le ballon pèse initialement $m_b = 600$ kg.

1. Par application du principe fondamental de la statique des fluides, montres que la pression $P(z)$ vérifie une équation différentielle de la forme

$$\frac{dP}{dz} + \frac{P}{H} = 0$$

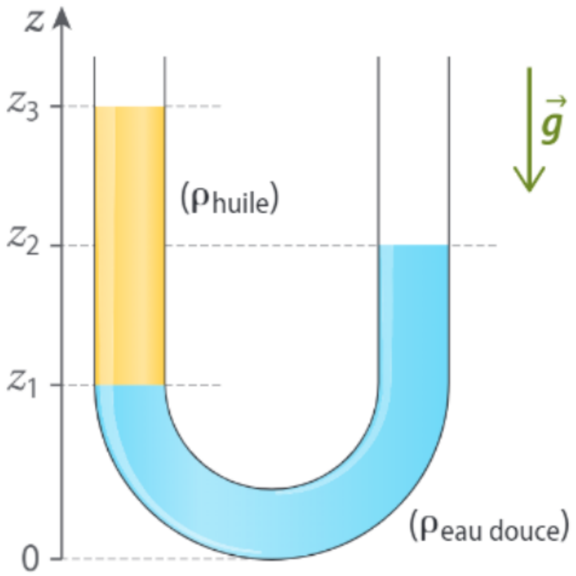
   Identifiez l'expression de la hauteur caractéristique H en fonction de R, T_0, M, g. Faire l'application numérique.
2. Exprimer la pression en fonction de l'altitude dans l'atmosphère $P(z)$.
3. Exprimer la poussée d'Archimède s'exerçant sur le ballon en $z = 0$ en fonction des données. Le ballon peut-il décoller ?
4. Le ballon s'élève jusqu'à une altitude z_{max} où il se retrouve bloqué. Calculer z_{max}.

2 Exercices de colle

2.1 Statique des fluides incompressibles

La relation pratique à utiliser en statique des fluides incompressibles est "$\Delta P = \rho g h$", avec ΔP et h positives. Mais il faut bien la maitriser.

1. L'examinateur vous représente au tableau un axe des z, orienté comme il le souhaite, et deux valeurs de z notées z_1 et z_2, placée au hasard sur cet axe. L'accélération de la pesanteur $\vec{g}$ est orientée vers le bas. En cohérence avec ce schéma, donner l'expression de h en fonction de z_1 et z_2, ainsi que celle de ΔP en fonction de $P(z_1)$ et $P(z_2)$.
2. Un tube en U contient initialement de l'eau, et on ajoute un peu d'huile du côté gauche. On mesure alors z_1, z_2 et z_3 à l'équilibre. La pression dans l'air est P_0 uniforme.



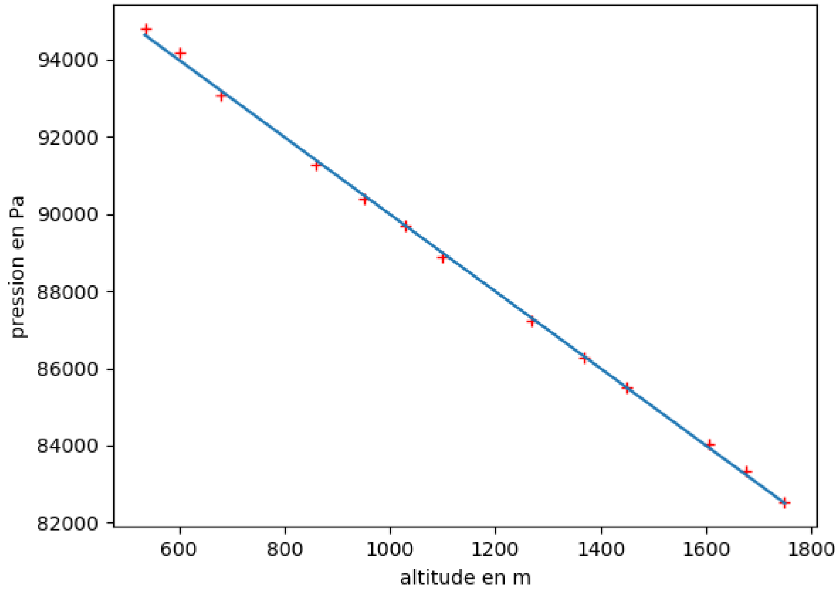
Déteminer la masse volumique de l'huile en fonction de la masse volumique de l'eau douce et de z_1, z_2, z_3.

2.2 Mesures de pression lors d'une ascension

On modélise l'atmosphère par un gaz parfait de masse molaire M à la température T_0 uniforme. On se repère avec un axe des z vertical ascendant, $z = 0$ se trouvant au niveau de la mer.

1. Rappeler la relation des gaz parfait liant la pression $P(z)$ et la masse volumique $\mu(z)$.
2. Rappeler l'énoncé du principe fondamental de la statique des fluides projetté sur l'axe des z vertical orienté vers le haut.
3. Déduire des deux questions précédentes que la pression $P(z)$ vérifie une équation différentielle du premier ordre de la forme
$$\frac{dP}{dz} + \frac{P}{H} = 0$$
où H est à identifier en fonction de R, T_0, M, g. Quelle est l'unité de H ?
4. La résoudre et tracer l'allure de la courbe de la pression en fonction de l'altitude z. On notera P_0 la pression au niveau de la mer ce jour là dans cette région.

Ci-dessous un relevé expérimental de pression effectué dans les Pyrénées lors de la montée au plateau de Beille en voiture.



La droite a été obtenue par une modélisation affine et donne $P(z) = -9.9839z + 99975$, avec z en m et P en Pa.

5. En supposant que $z << H$, effectuer un développement limité à l'ordre 1 de $P(z)$. En déduire les valeurs expérimentales de P_0 et H.
Aide : poser $X = \frac{z}{H}$ et utilisez le développement limité de la fonction $X \to e^X$ au voisinage de 0.

2.3 Poussée d'Archimède

1. Définir la poussée d'Archimède s'exerçant sur un objet immergé dans un fluide. En donner une interprétation qualitative en terme de forces de pression.
2. Un ballon-sonde sert à emmener à haute altitude un appareillage en vue d'effectuer des mesures. L'enveloppe du ballon contient n moles de gaz parfait (H_2, $M_{H_2} = 2$ g/mol) et à un volume V très grand devant le volume de la nacelle et du matériel. La masse de l'ensemble {nacelle, enveloppe du ballon, appareils de mesure} est $m = 50$ kg. L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait, de masse molaire $M_{air} = 29$ g/mol, en équilibre isotherme à la température $T_0 = 273$ K. La pression atmosphérique au sol est $P_0 = 1,0$ Bar. La membrane est souple et diatherme, ce qui entraine l'égalisation des pressions et températures de part et d'autre.

   Question : évaluer le volume minimal du ballon (noté V_0) permettant le décollage du ballon, ainsi que la quantité de matière n_0 de dihydrogène associée.