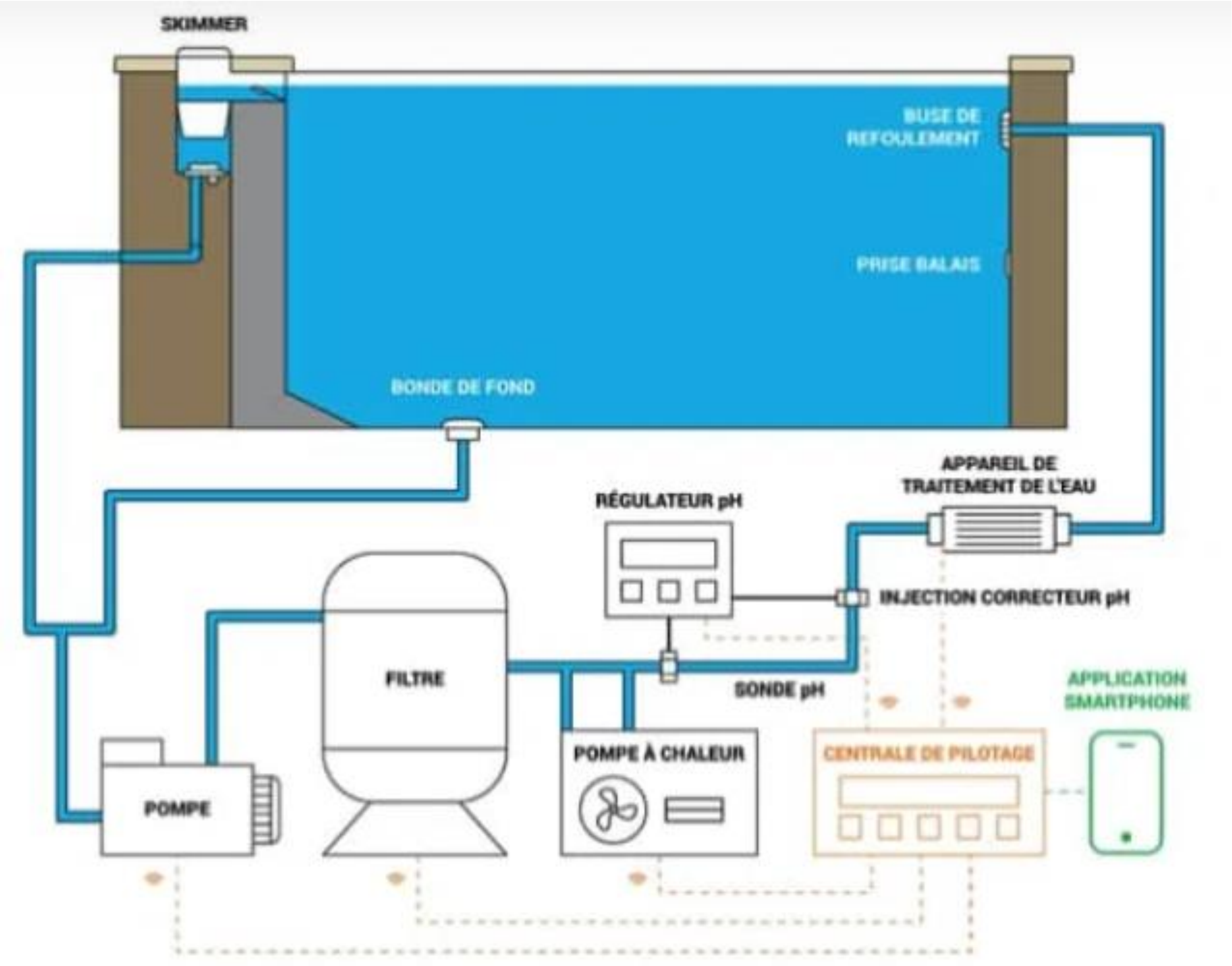
Circuits hydrauliques, pertes de charge



Dynamique des fluides

1. Viscosité d’un fluide
2. Pertes de charge régulières dans une conduite
3. Pertes de charge singulières
4. Pompe : théorème de Bernoulli généralisé

1. Viscosité d’un fluide

Qualitativement, la viscosité d’un fluide correspond à son épaisseur, à sa résistance à l’écoulement.

Le miel liquide, ou le sirop, sont plus visqueux que l’eau colorée (photo)

A l’échelle mésoscopique, elle correspond à un frottement entre particules de fluide en contact.

Ecoulement cisaillé

Près d'une paroi, le champ des vitesses d'un écoulement visqueux n'est pas uniforme : la vitesse augmente progressivement.

Les particules de fluides au contact de la paroi ont une vitesse nulle par rapport à la paroi.

$$v(y) = \frac{U}{e} y$$

On définit $\frac{dv}{dy} = \frac{U}{e}$

le taux de cisaillement

Unité SI : s^{-1}

Viscosité dynamique

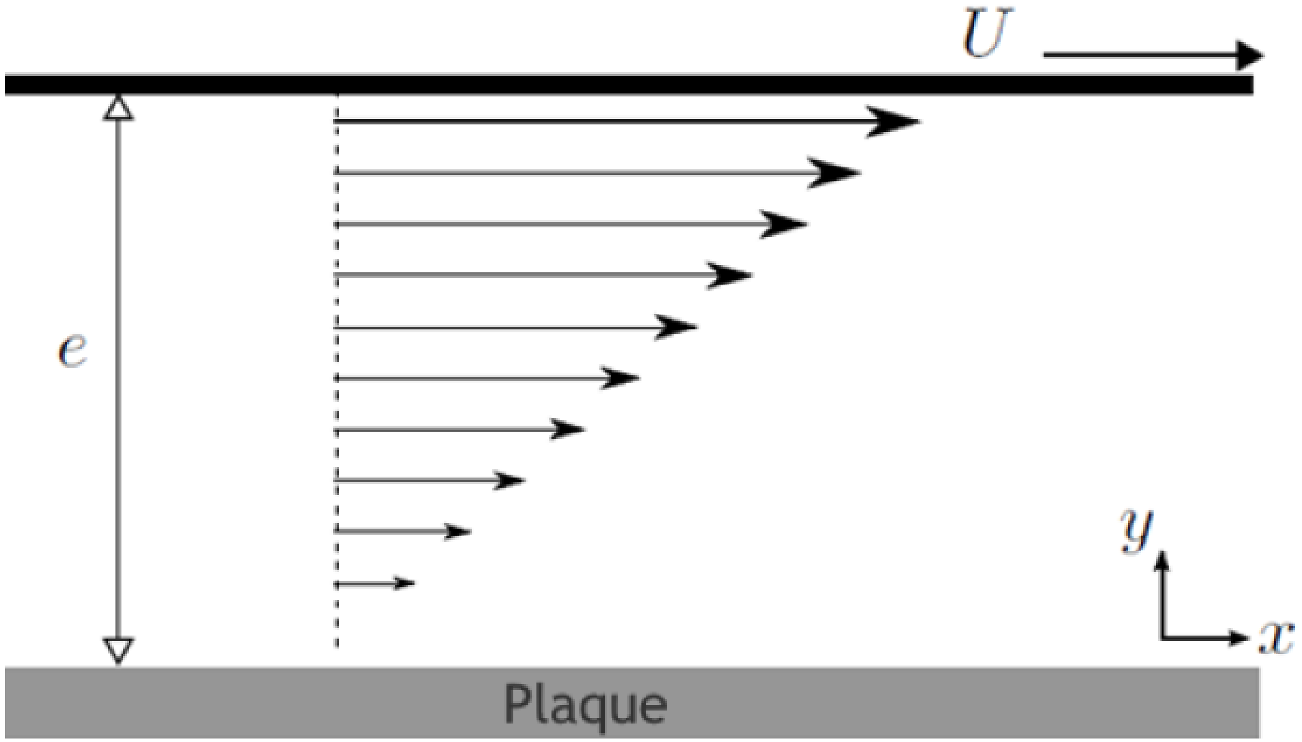
La paroi subit une force $\vec{F}$ de la part du fluide, selon x proportionnelle à la surface de contact S entre le fluide et la paroi, et à la viscosité dynamique du fluide, notée η.

$$\vec{F} = \eta S \frac{dv}{dy} \vec{u}_x = \eta S \frac{U}{e} \vec{u}_x$$

$$\eta = \frac{\|\vec{F}\|/S}{U/e}$$

On reconnait une pression au numérateur, et le taux de cisaillement au dénominateur.

$$[\eta] = \frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{s}^{-1}} = \mathrm{Pa.s}$$



Ordres de grandeur de viscosité dynamique

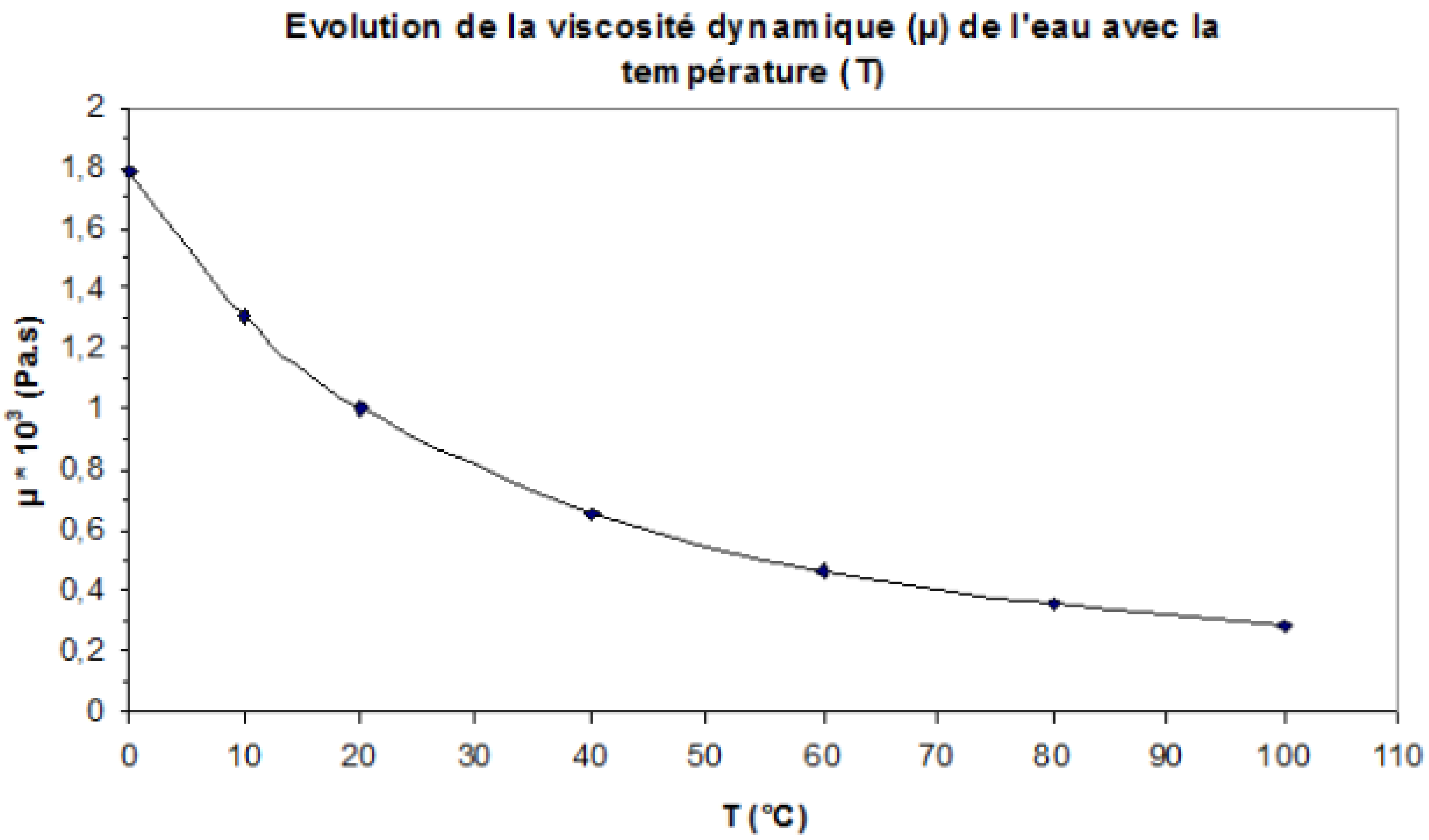
Quelques viscosités dynamiques

Produits	η en Pa.s (à 20°C)
Dihydrogène	$8{,}9\ 10^{-6}$
Diazote	$14{,}8\ 10^{-6}$
Air	$18{,}5\ 10^{-6}$
Hexane	$0{,}3\ 10^{-3}$
Aniline	$0{,}47\ 10^{-3}$
Benzène	$0{,}65\ 10^{-3}$
Eau	$1{,}01\ 10^{-3}$
Éthanol	$1{,}20\ 10^{-3}$
Mercure	$1{,}55\ 10^{-3}$
Lait	$2{,}0\ 10^{-3}$
Sang humain (37°C)	$4{,}0\ 10^{-3}$
Huile d'olive	$84\ 10^{-3}$
Glycérol	1,49
miel	6
Gels / crèmes	1 à 100

On retiendra :

- 10^{-5} Pa.s pour les gaz
- $\boxed{10^{-3} \text{ Pa.s pour l'eau}}$
- 1 Pa.s pour les liquides épais

Influence de la température



Source : CNAM Johanne Bonnin

La viscosité d’un liquide diminue lorsque la température augmente.

2. Perte de charge régulière dans une conduite

Dans une conduite, la vitesse d'écoulement d'un fluide visqueux est nulle sur les parois, et plus grande au centre.

Les frottements sur les parois donnent lieu à une dissipation d'énergie, appelée « pertes de charge régulières».

A haute vitesse, l'écoulement est plus désordonné, et les pertes de charge régulières dépendent de la rugosité de la paroi.

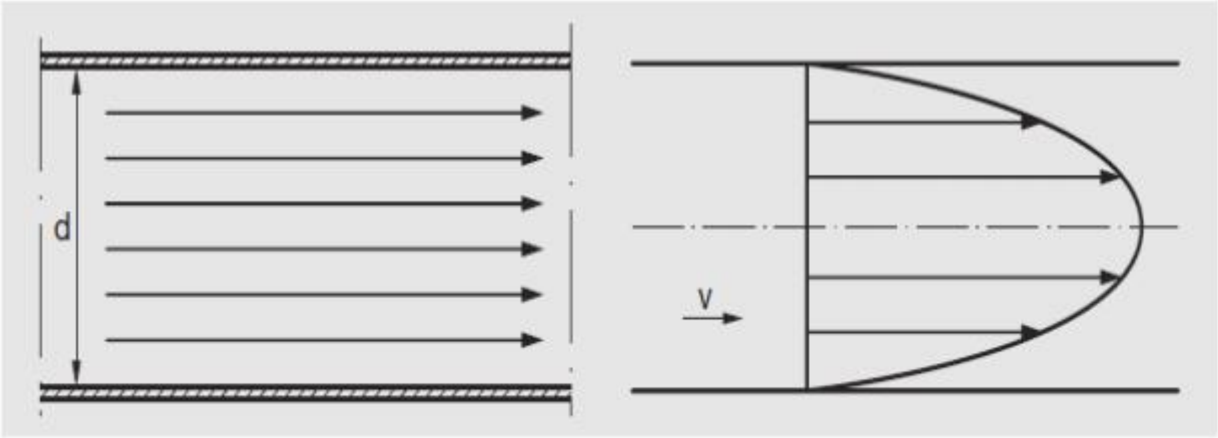


Fig. 1: Laminar Flow Velocity Profile

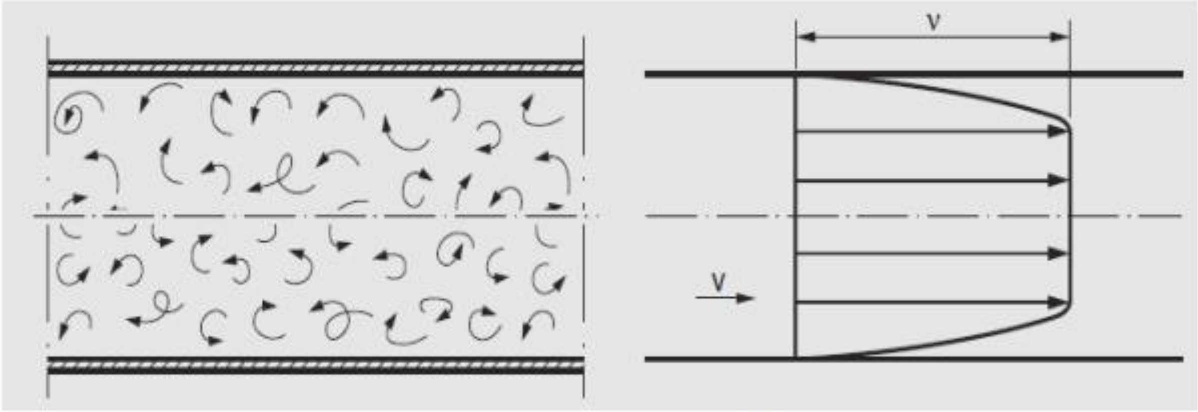


Fig. 2: Turbulent Flow Velocity Profile

Profil d'écoulements réels dans une canalisation

Pertes de charge : définition, notations

On rappelle que la « charge » d'un écoulement en un point M est

$$P(M) + \rho \frac{v(M)^2}{2} + \rho g z(M)$$

Dans un écoulement parfait, la charge se conserve d'après Bernoulli.

Dans un écoulement réel (visqueux) et ne comportant pas d'élément actif (pompe), la charge diminue à cause des dissipations d'énergie.

La perte de charge entre deux points est alors

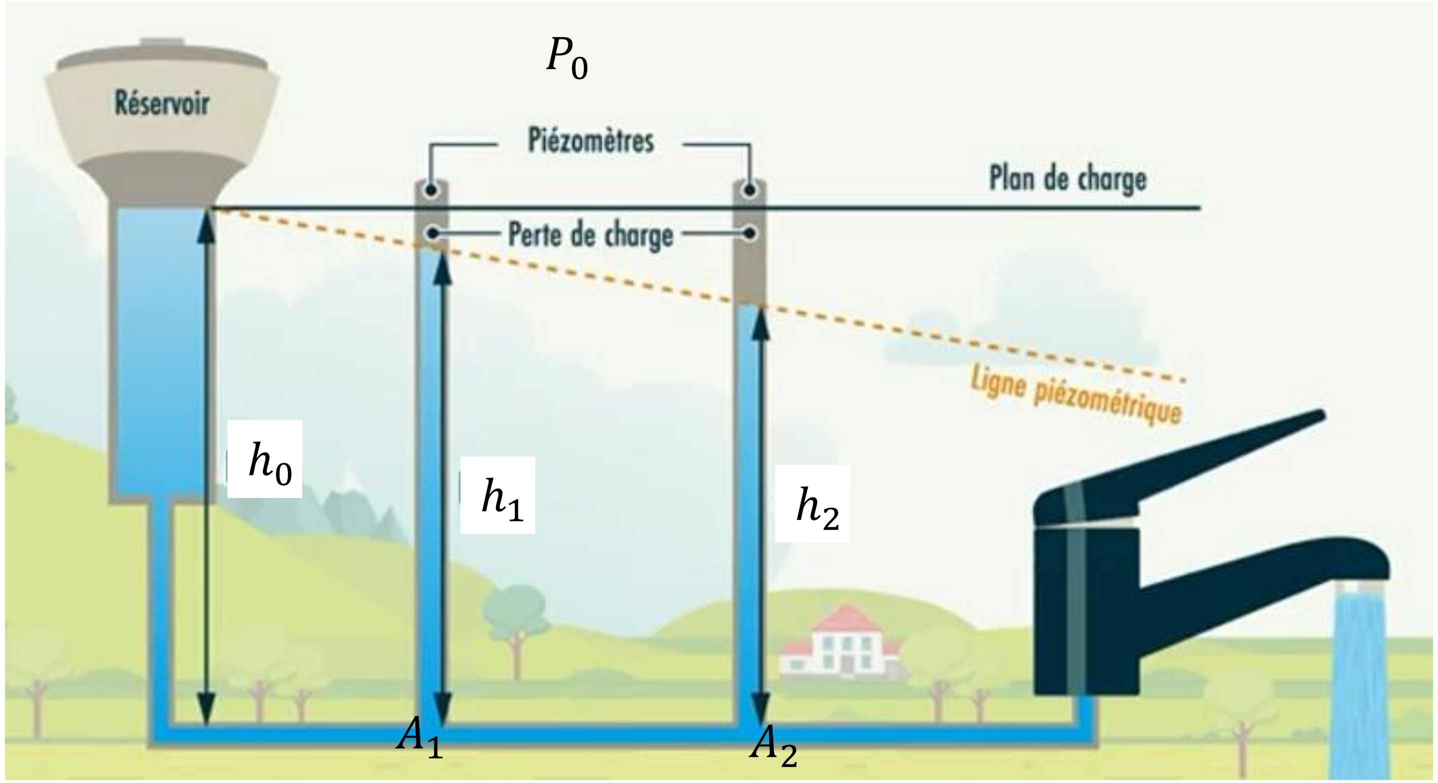
$$\Delta P_c = \text{charge en amont } - \text{charge en aval} > 0$$

On peut aussi l'exprimer en « hauteur d'eau », notée Δh_c ou Δz_c, toujours positives.

$$\boxed{\Delta P_c = \rho_{eau} g \Delta h_c}$$

Les pertes de charges peuvent être mesurées, ou calculées à partir de simulations numériques. Les concepteurs de circuits hydrauliques utilisent des formules, des réseaux de courbes, des tables de données …

Mesure des pertes de charges régulières dans une conduite horizontale



La charge en $A1$ est $P_{A1} + \frac{\rho v_{A1}^2}{2} + \rho g z_{A1}$.

La charge en $A2$ est $P_{A2} + \frac{\rho v_{A2}^2}{2} + \rho g z_{A2}$.

Conduite horizontale $\Rightarrow z_{A1} = z_{A2}$.

Conservation du débit volumique à section constante $\Rightarrow v_{A1} = v_{A2}$

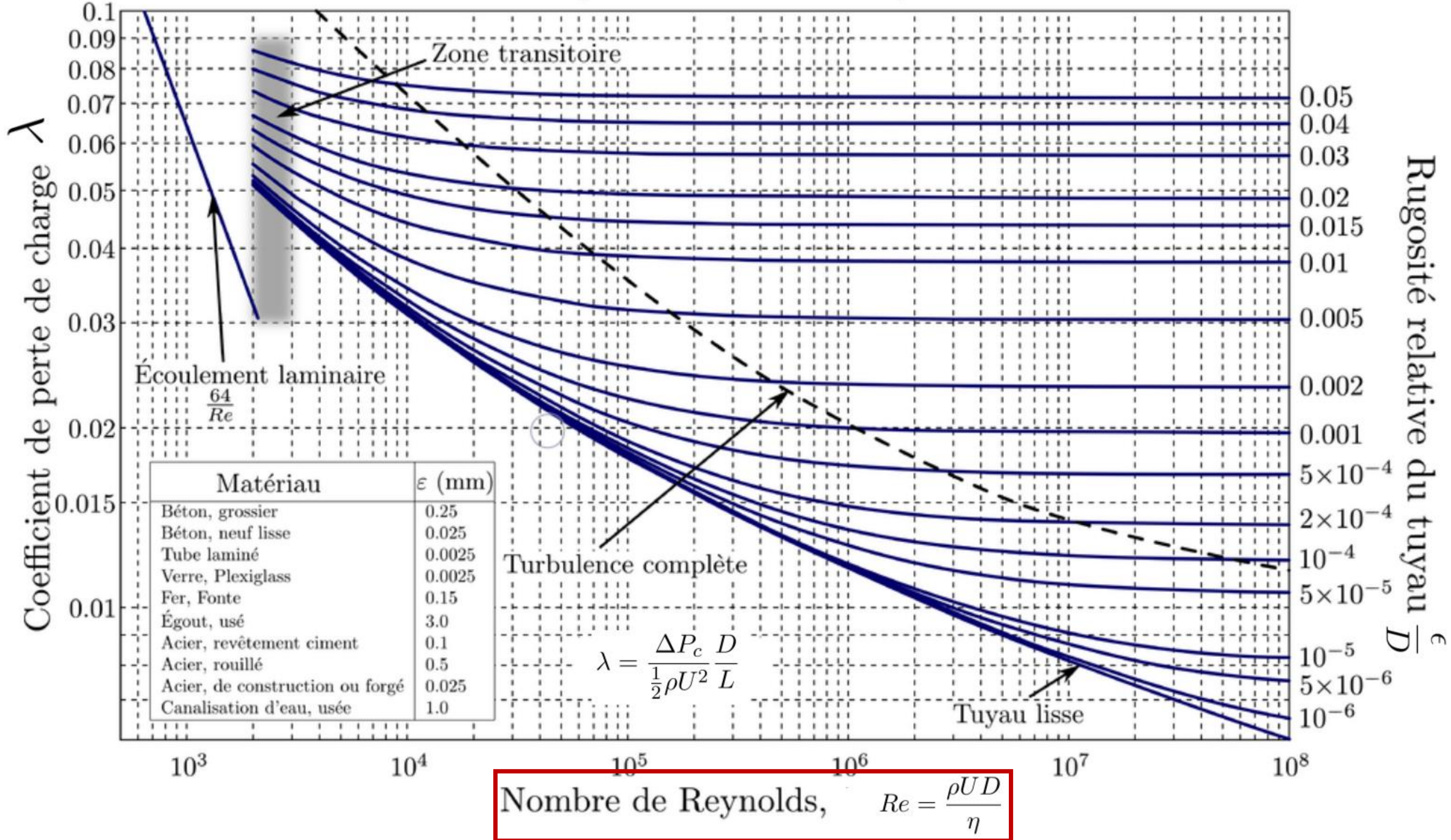
La perte de charge entre $A1$ et $A2$ est donc $\Delta P_c = P_{A1} + \frac{\rho v_{A1}^2}{2} + \rho g z_{A1}$ - $(P_{A2} + \frac{\rho v_{A2}^2}{2} + \rho g z_{A2}) = P_{A1} - P_{A2}$

Statique des fluides dans les tubes piézométriques : $P_{A1} = P_0 + \rho g h_1$ et $P_{A2} = P_0 + \rho g h_2$, donc $\Delta P_c = \rho g (h_1 - h_2)$.

La perte de charge en hauteur d'eau est lue directement sur les tubes piézométriques : $\Delta h_c = h_1 - h_2$

La perte de charge augmente avec le débit volumique.

Diagramme de Moody



Matériau	ε (mm)
Béton, grossier	0.25
Béton, neuf lisse	0.025
Tube laminé	0.0025
Verre, Plexiglass	0.0025
Fer, Fonte	0.15
Égout, usé	3.0
Acier, revêtement ciment	0.1
Acier, rouillé	0.5
Acier, de construction ou forgé	0.025
Canalisation d'eau, usée	1.0

Nombre de Reynolds

Il est utilisé pour caractériser l'écoulement dans une canalisation.

S'il est supérieur à 2000 environ, l'écoulement est turbulent.

S'il est inférieur à 2000 environ, l'écoulement est laminaire.

Expression

$$Re = \frac{\rho U D}{\eta}$$

Montrons qu'il est sans dimension :

$$[Re] = \frac{\mathrm{kg.\,m^{-3}.\,m.\,s^{-1}.\,m}}{\mathrm{Pa.\,s}}$$

Exprimons les Pascal en fonction des unités de base de la mécanique kg, m et s.

$$P = \frac{F}{S} \Rightarrow \mathrm{Pa} = \mathrm{N.\,m^{-2}} = \mathrm{kg.\,m.\,s^{-2}.\,m^{-2}} = \mathrm{kg.\,m^{-1}.\,s^{-2}}$$

On remplace dans l'unité de Re :

$$[Re] = \frac{\left(\mathrm{kg.m^{-1}.s^{-1}}\right)}{\mathrm{kg.m^{-1}.s^{-2}.s}} \text{ tout se simplifie}$$

3. Pertes de charge singulières

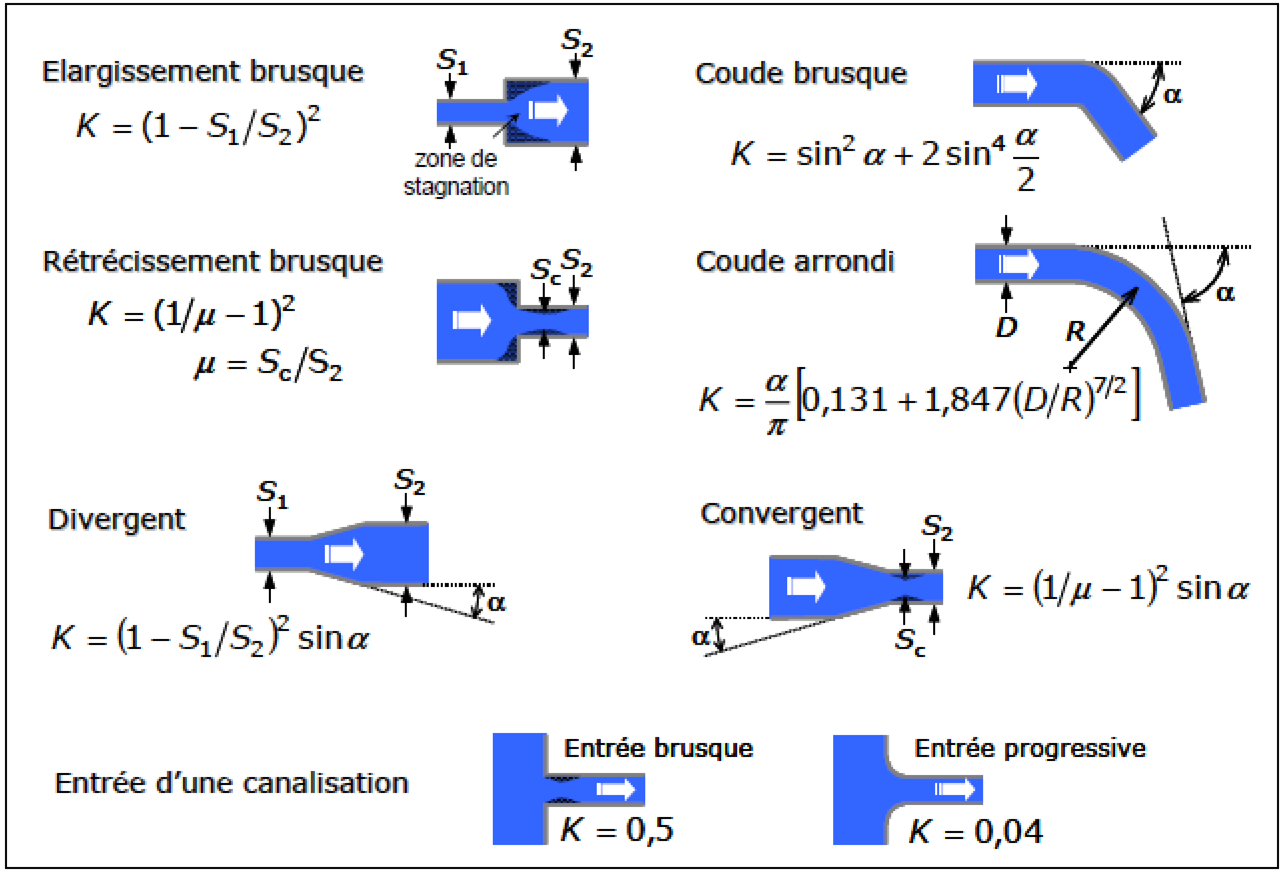
Les dissipations d'énergie peuvent aussi être dues à un changement ponctuel dans la conduite : un changement de section, un changement de direction (coude), une grille (filtre) …

On les appelle alors « pertes de charge singulières ».

Des tables donnent alors le coefficient de pertes de charge singulières K associées à l'obstacle, tel que

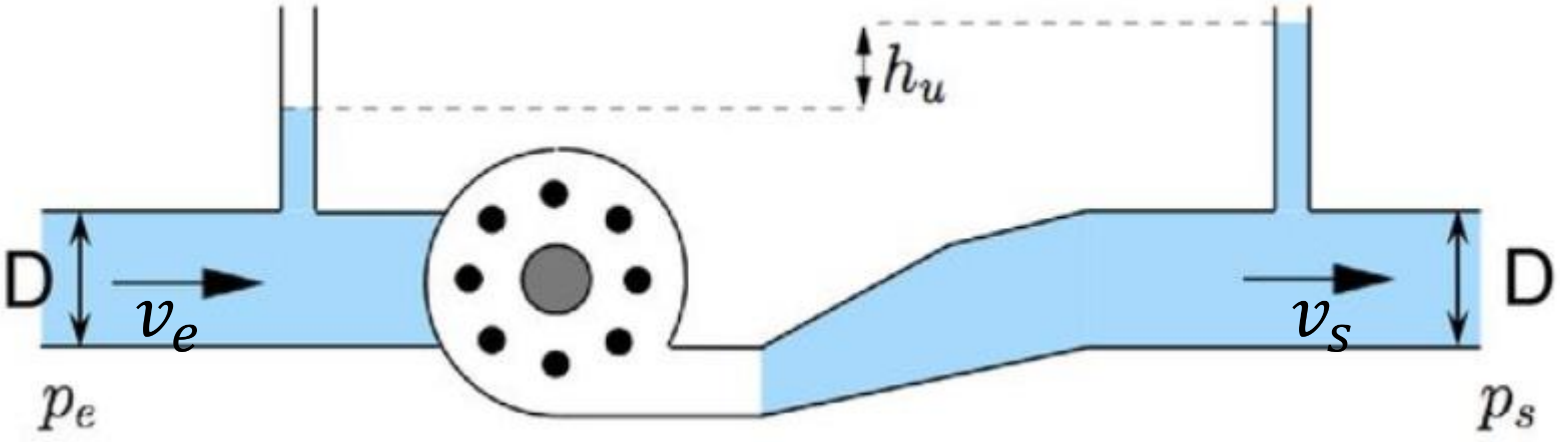
$$\Delta P_c = \frac{K\rho v^2}{2}$$

Avec v la vitesse de l'écoulement en amont.



Exemples de valeurs de K

4. Pompe



La pompe apporte de l'énergie au fluide, donc fait augmenter la charge.

On définit w_i, l'énergie transmise par kg de fluide qui traverse la pompe. On l'appelle travail indiqué, en $\mathrm{J.kg^{-1}}$.

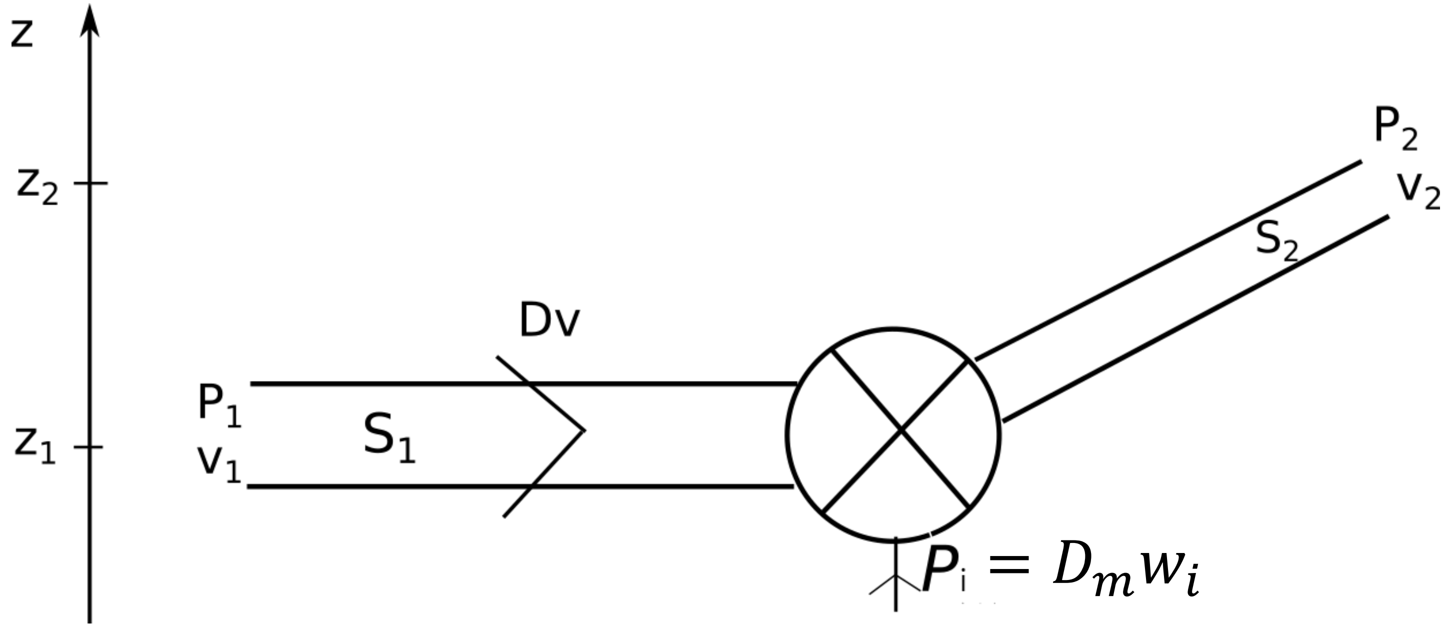
On définit P_i, l'énergie transmise au fluide par seconde. $P_i = w_i D_m$ avec D_m le débit massique. On l'appelle puissance indiquée, en Watt=$\mathrm{J.}s^{-1}$.

Cas d'une canalisation horizontale, avec diamètre constant $z_e = z_s$ et $v_e = v_s$
Pendant la durée Δt, la masse de fluide $\Delta m = \rho \Delta V$ circule. On néglige ΔP_c.
Théorème de l'énergie cinétique appliqué au fluide pendant Δt,

$$\Delta E_c = W_{pompe} + W_{pression}$$
$$0 = W_{pompe} + p_e S v_e \Delta t - p_s S v_s \Delta t$$
$$(p_s - p_e)\Delta V = W_{pompe}$$
$$\frac{p_s - p_e}{\rho} = \frac{W_{pompe}}{\Delta m} = w_i > 0$$

Cas général

L'altitude et la vitesse peuvent varier, et on prend en compte les pertes de charges.



Théorème de Bernoulli généralisé pour un écoulement stationnaire et incompressible, avec élément actif fournissant au fluide un travail massique w_i.

$$\boxed{\frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2 - \left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gz_1\right) = -\frac{\Delta P_c}{\rho} + w_i}$$

Energies massiques $\mathrm{J.kg^{-1}}$