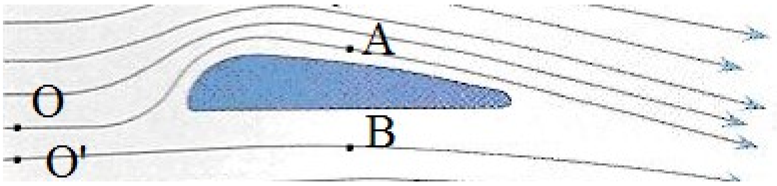
Application directe du cours

Exercice 1 Force de portance

L'écoulement de l'air au voisinage d'une aile d'avion est représenté ci-dessous. Cet écoulement stationnaire peut être considéré comme incompressible, et on utilise le modèle du fluide parfait pour l'air. **On néglige les variations d'altitude entre les points étudiés** Le profil de vitesse en amont de l'aile (points O et O') est supposé uniforme, et $P_O \sim P_{O'}$

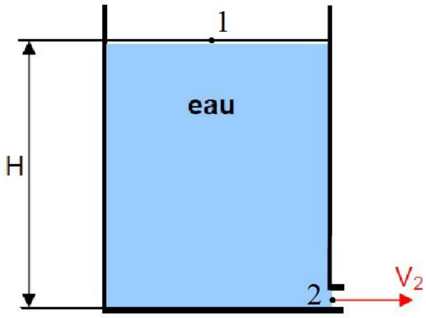


1) Ecrire la relation de Bernoulli entre O et A, puis entre O' et B.

2) En analysant la forme des lignes de courant, comparer v_A et v_B. En déduire une inégalité entre P_A et P_B.

3) La force de portance est-elle dirigée vers le haut ou vers le bas ? (la force de portance est la composante verticale de la résultante des forces de pression exercées par l'air sur l'aile)

Exercice 2 Réservoir percé



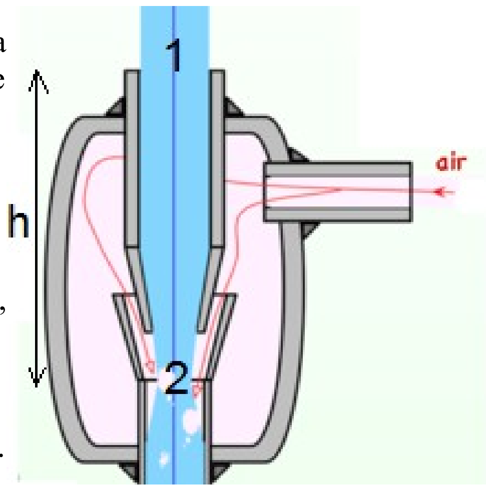
Un trou de diamètre D = 1 cm est percé en bas d'un réservoir rempli d'eau jusqu'à une hauteur H = 1 m. Le réservoir présente une section horizontale $S_1 = 1\ m^2$.

La pression du jet de fluide qui sort du réservoir est égale à la pression atmosphérique. On note v_2 la vitesse de l'eau à la sortie du réservoir (point 2) et v_1 la vitesse du fluide à la surface du réservoir (point 1).

1) Montrer que l'on peut négliger v_1 par rapport à v_2.

2) En appliquant la relation de Bernoulli entre la surface et la sortie du réservoir, déterminer la vitesse v_2 de l'eau à la sortie du réservoir.

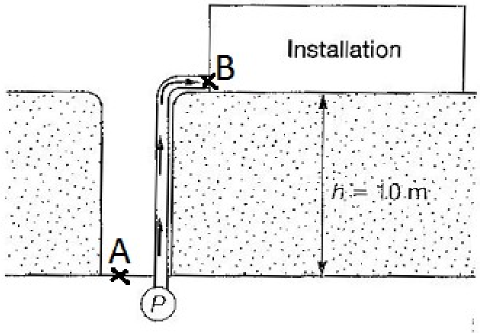
Exercice 3 Effet Venturi



Une trompe à vide présente une section d'entrée $S_1 = 2\ cm^2$ où la pression vaut $P_1 = 3$ bar. A une distance h = 10 cm de l'entrée, la trompe présente un rétrécissement (section S_2, vitesse v_2, pression P_2).

1) Exprimer la vitesse v_1 de l'eau en fonction du débit volumique D_V.
AN : on prendra un débit de 15 L/min
2) Exprimer la vitesse v_2 en fonction de v_1 , S_1 et S_2.
3) En utilisant la relation de Bernoulli, exprimer P_2 en fonction de P_1, v_1, S_1 S_2 et de la hauteur h.
AN : calculer P_2 lorsque $S_2 = 0{,}12\ cm^2$
4) Quel est l'intérêt de ce dispositif ?
5) Reprendre le calcul en négligeant la variation d'altitude (h ~ 0). Commenter le résultat obtenu.

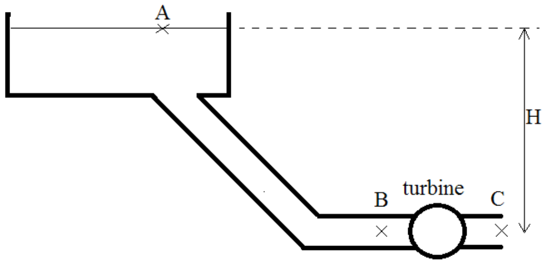
Exercice 4 Evaluation d'une puissance indiquée



Une pompe immergée doit permettre d'amener l'eau d'un puits vers une installation située dix mètres plus haut. On désire disposer d'un débit égal à 7 m^3/h avec une pression $P_S = P_{atm} + p_0$ au niveau de l'installation (p_0 = 2,5 bar : *surpression* souhaitée). La section de la conduite est constante ($S = 5\ cm^2$) et on se place en régime stationnaire. Toutes les pertes sont négligées.

1) En appliquant la relation de Bernoulli entre les points A et B indiqués sur le schéma, calculer le travail indiqué massique nécessaire. Commenter son signe.
2) En déduire la puissance indiquée de la pompe.
3) Comparer à la puissance de fonctionnement d'un ustensile ménager courant. Peut-on conclure sur la consommation électrique annuelle de cette pompe ?

Exercice 5 Conduite forcée



Une turbine est alimentée par une conduite de section constante $S = 0{,}5\ m^2$ reliée à un réservoir situé en altitude (H = 500 m). La vitesse de l'eau dans la conduite est $v_0 = 2\ m.s^{-1}$, et le fluide est à la pression atmosphérique à la sortie de la conduite.

1) En précisant les hypothèses utilisées, estimer le travail indiqué massique w_i reçu par l'eau de la part de la turbine. Commenter le signe du résultat.

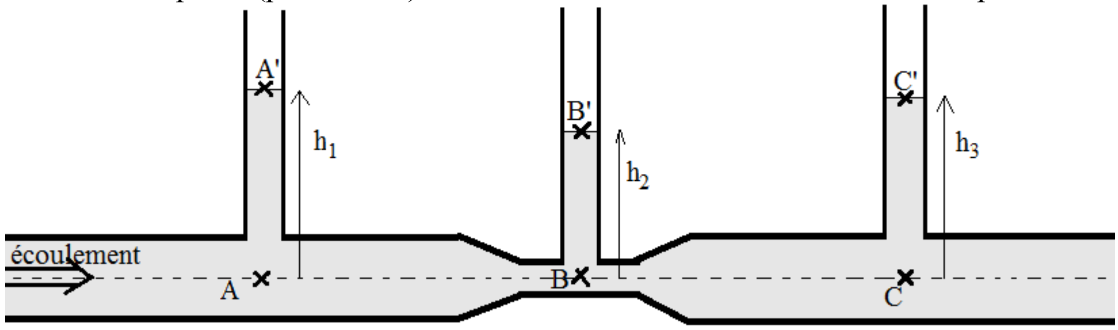
2) En déduire la puissance mécanique utile reçue par la turbine.

3) L'ensemble turbine+alternateur présente un rendement de 90%. Calculer la puissance électrique produite par la turbine.

4) Quelle serait la valeur de la vitesse du fluide dans la conduite en l'absence de la turbine ?

Exercice 6 Mise en évidence des pertes de charge

On étudie de l'eau (supposée incompressible, de masse volumique μ) en écoulement stationnaire dans une conduite horizontale qui présente un rétrécissement brusque. Afin d'observer les variations de pression, on a placé des tubes *piézométriques* comme indiqué sur le schéma. Dans chaque tube, la surface de l'eau est en contact avec l'atmosphère (pression P_0). La section de la conduite est la même aux points A et C.



On admet le résultat suivant : sur une verticale perpendiculaire à l'écoulement, les variations de pression suivent la loi de l'hydrostatique. On pourra donc appliquer cette loi entre A et A', entre B et B'... malgré le déplacement horizontal du fluide.

1) Exprimer P_A en fonction de P_0, μ, g et h_1. Faire de même pour P_B et P_C avec h_2 et h_3.
2) Par un raisonnement qualitatif sur les lignes de courant, expliquer pourquoi $h_2 < h_1$.
3) Justifier que pour un fluide parfait, on devrait constater $h_3 = h_1$

Au cours de l'expérience, on mesure $h_1 - h_3 = 3$ cm ($\mu = 1000$ kg.m^{-3}, g = 9,81 m.s^{-2})

4) Calculer la perte de charge entre A et C (on calculera Δe_{pertes}, puis ΔP_{pertes} et Δz_{pertes})

Exercice 7 Perte de charge régulière

On étudie un écoulement d'eau liquide dans une conduite cylindrique de diamètre d = 32 mm et de longueur L = 10 m avec un débit volumique constant $D_v = 5$ m^3/h.

1) Déterminer la vitesse de l'écoulement et en déduire son nombre de Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{\mu v d}{\eta}$.

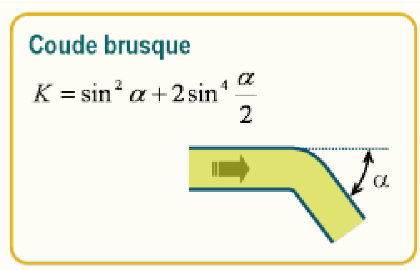
Pour des écoulements dont le nombre de Reynolds est compris entre 2000 et 10^5, la perte de charge régulière peut être calculée (en Pa) par la formule de Blasius : $\Delta P_{pertes} = 0{,}326 . \mathrm{Re}^{-0{,}25} . \frac{L}{d} \mu \frac{v^2}{2}$

2) Calculer la perte de charge en Pa, en m et en J.kg^{-1} dans le cas envisagé.

3) Quelle est la puissance perdue par frottement le long de cette canalisation ?

Exercice 8 Perte de charge singulière

On déforme la conduite étudiée dans l'exercice 7, qui présente désormais un coude brusque à 60°. Un extrait d'une table de référence est fourni ci-contre.



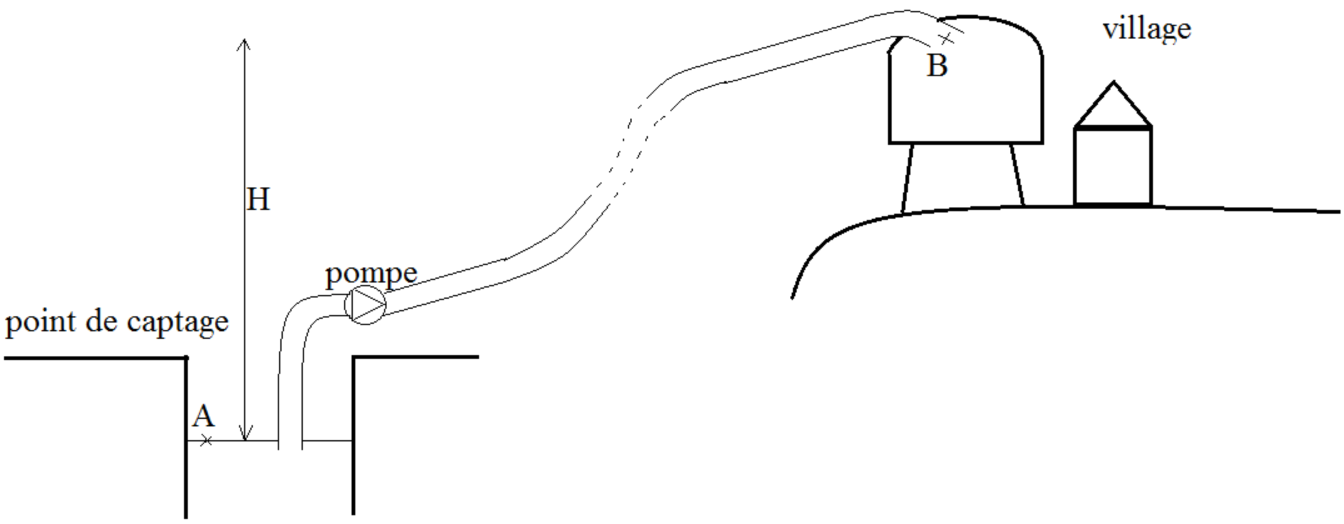
1) Calculer le coefficient de perte de charge K pour ce coude.

2) Calculer la perte de charge singulière associée à ce coude (en Pa, en m et en J.kg^{-1})
3) Calculer la puissance perdue le long de cette canalisation (en tenant compte des deux types de pertes)

Travaux dirigés

Exercice 9 Alimentation en eau d'un village

Dans une région aride, on souhaite alimenter un village en eau avec un débit volumique constant (D_v = 100 $L.s^{-1}$), à l'aide d'une pompe et d'une conduite de section circulaire de longueur L = 10 km. La dénivellation entre le point de captage et la sortie du tuyau vaut H = 50 m. La pression à la surface du point de captage (point A) et la pression de sortie (point B) sont égales à la pression atmosphérique.



On envisage une conduite de rayon R = 5 cm ; on recherche la puissance minimale requise pour la pompe.

Données $\mu_{eau} = 1{,}0.10^3\ kg.m^{-3}$ $\eta_{eau} = 1{,}0.10^{-3}$ PI $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

1) En supposant que l'eau est un fluide parfait, écrire la relation de Bernoulli entre la surface du point de captage et la sortie du tuyau. En déduire le travail indiqué massique w_i.

2) Calculer la puissance indiquée $\mathcal{P}_i$ de la pompe dans ce modèle.

Pour estimer de façon plus précise la puissance requise, on doit tenir compte des pertes de charge. La loi de Poiseuille $\Delta P_{pertes} = \frac{8\eta D_v L}{\pi R^4}$ donne la perte de charge (en pascal) le long du tuyau.

3) Calculer la perte de charge ΔP_{pertes} le long du tuyau.

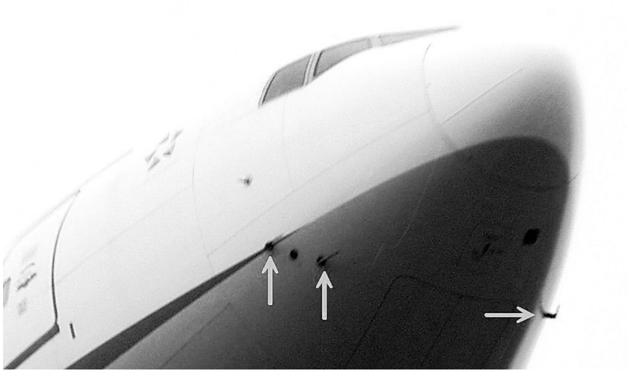
4) En utilisant la relation de Bernoulli généralisée, calculer la puissance indiquée $\mathcal{P}_i$ de la pompe. Avec un rendement de 95%, quelle puissance électrique consommera-t-elle ?

Pour des raisons économiques, on préfèrerait utiliser une pompe de puissance maximale $\mathcal{P}_i$ = 50 kW.

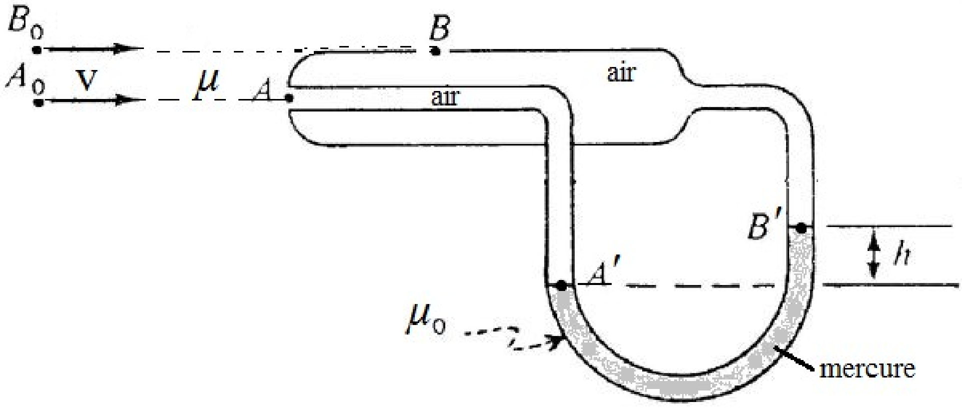
5) Quel rayon minimal faut-il choisir pour le tuyau ?
Attention, la vitesse du fluide en sortie dépend du rayon du tuyau...

Exercice 10 Tubes de Pitot

Les tubes de Pitot sont largement utilisés en aéronautique comme capteurs de vitesse.



Pour simplifier l'étude, on s'intéresse un tube de Pitot à colonne de mercure, schématisé ci-dessous. On se place dans le référentiel de l'avion : le tube est fixe est l'air est en écoulement. On note μ la masse volumique de l'air (supposée uniforme dans l'écoulement) et μ_0 la masse volumique du liquide (mercure) présent dans le tube.



La vitesse v_A de l'air au point A est nulle (*point d'arrêt*), et la vitesse v_B est supposée égale à la vitesse v de l'écoulement (uniforme dans le plan contenant A_0 et B_0). Le contenu du tube (air et mercure) est immobile, et l'air est considéré comme un fluide parfait.

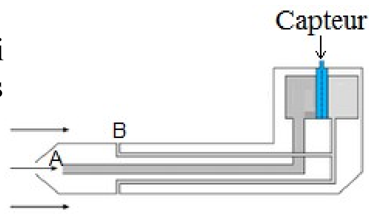
1) D'après la loi de l'hydrostatique, quelle est la relation entre $P_{A'}$, $P_{B'}$, μ_0, g et h ?

2) Justifier les approximations suivantes : $P_A \approx P_{A'}$ et $P_B \approx P_{B'}$

3) La relation de Bernoulli peut-elle s'appliquer dans cette situation ? En utilisant les points A_0 et A, puis B_0 et B, montrer que la vitesse v du gaz peut s'exprimer en fonction de h, μ_0, μ et g.

4) Application numérique : déterminer la vitesse de l'écoulement pour h = 24 cm.
<u>Données :</u> $\mu_{air} = 1{,}3\ kg.m^{-3}$ $\mu_{Hg} = 13{,}6\ g.cm^{-3}$ $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

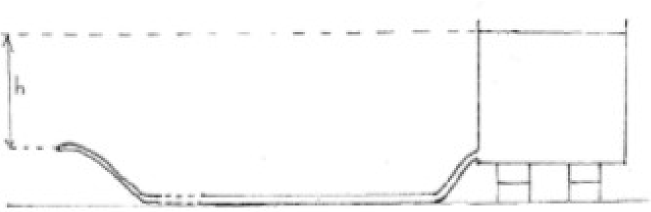
Les systèmes réels font intervenir un capteur de pression différentielle, qui fournit un signal électrique proportionnel à la différence de pression entre ses deux faces (voir schéma ci-contre).



5) Le capteur de vitesse ainsi réalisé est-il linéaire ?
6) Quelle pression (P_A ou P_B) faudrait-il mesurer séparément pour connaître l'altitude de l'avion ?

Exercice 11: Au jardin avec Monsieur Simon

Monsieur S. , jardinier amateur, possède un réservoir rempli d'eau de pluie, sur lequel il a adapté un tuyau d'arrosage de longueur L = 35 m et de diamètre d = 19 mm. En combien de temps son arrosoir de 11,5 L se remplira-t-il si h = 1,3 m ?



Données $\mu_{eau} = 1{,}0.10^3$ kg.m^{-3} $\eta_{eau} = 1{,}0.10^{-3}$ PI

Formule de Blasius pour la perte de charge régulière : $\Delta z_{pertes} = 0{,}316\, Re^{-0{,}25} \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$

Pour le raccord entre le réservoir et le tuyau, K = 1 (coefficient de perte de charge singulière)