Interférences lumineuses

1. Onde lumineuse monochromatique émise par une source ponctuelle.
2. Intensité lumineuse.
3. Interférences à 2 ondes : formule de Fresnel.
4. Conditions d’interférences constructives ou destructives.
5. Trous d’Young.
6. Interférences à N ondes, réseau.

Figure d’interférences obtenue par des fentes d’Young éclairées en lumière blanche.

Source : société française d’optique

1. Onde lumineuse monochromatique émise par une source.

Considérons le signal émis par une source lumineuse S monochromatique.

- Le signal au point S est : $a(S,t) = A(S)\cos(\omega t + \phi_0)$

ω est la pulsation, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ est la période, ϕ_0 est la phase à l'origine.

- Le signal au point M d'observation est le même, avec une amplitude plus petite (du fait de l'étalement de l'onde) et un retard temporel

$$\boxed{\Delta t = \frac{(SM)}{c}}$$

chemin optique

$A(M) < A(S)$

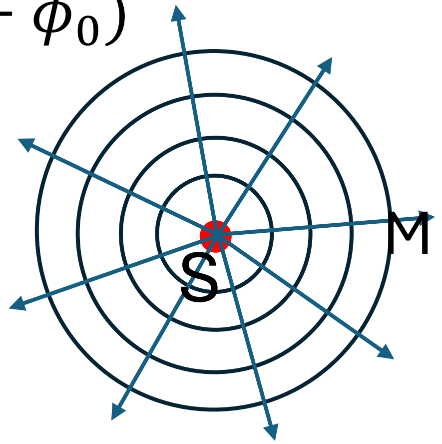
$$a(M,t) = A(M)\cos(\omega(t - \Delta t) + \phi_0) = A(M)\cos(\omega t - \frac{\omega}{c}(SM) + \phi_0)$$

On définit $k = \frac{\omega}{c}$ le nombre d'onde : $a(M,t) = A(M)\cos(\omega t - k(SM) + \phi_0)$

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- On appelle phase du signal au point M : $\phi(M) = \phi_0 - k(SM)$

$$a(M,t) = A(M)\cos(\omega t + \phi(M))$$



2. Intensité lumineuse

En optique, les longueurs d'onde sont celles du visible $\lambda \in [400{,}800]\mathrm{nm}$. Quelles fréquences ?

$$f = \frac{c}{\lambda} \in [\frac{3{,}0.10^8}{8{,}0.10^{-7}}, \frac{3{,}0.10^8}{4{,}0.10^{-7}}] = [\,3{,}75.10^{14}, 7{,}5.10^{14}]\mathrm{Hz}$$

$$\boxed{\mathrm{f_{visible}} \approx 10^{14}\ \mathrm{Hz}}$$

Ces fréquences très rapides ne sont pas perceptibles par les détecteurs de lumière :

- L'œil ne perçoit plus un clignotement à quelques dizaines de Hz.
- Une photodiode rapide n'arrive pas à suivre à quelques GHz.

Les détecteurs perçoivent donc la valeur moyenne du signal.
Problème : la valeur moyenne d'un signal sinusoïdal est nulle.

Temps de réponse
$\tau_{\mathrm{oeil}} \approx 0{,}1$ s
$\tau_{\mathrm{photodiode}} \approx 10^{-8}$ s

Solution : considérer que les détecteurs de lumière sont sensibles à la puissance lumineuse moyenne, qui est proportionnelle au carré du signal.

Intensité lumineuse perçue au point M :

$$I(M) = 2 < a^2(M,t) > \longleftarrow \text{valeur moyenne}$$

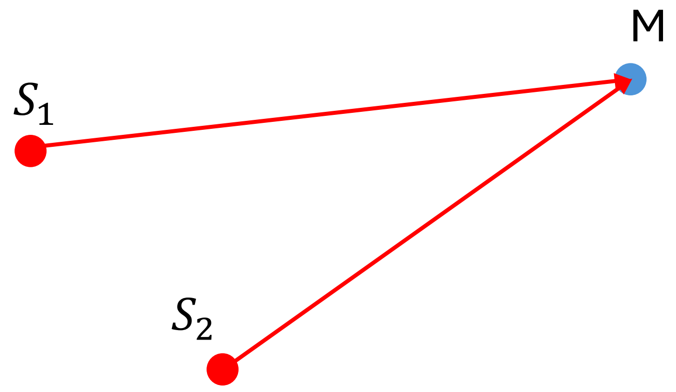
Pour une onde monochromatique émise par une source S :

$$I(M) = 2 < A^2 \cos^2\big(\omega t + \phi(M)\big) >$$

$$I(M) = 2A^2 \cdot \frac{1}{2} = A^2$$

$$< \cos^2(\ ) > = \frac{1}{2}$$

3. Interférences à deux ondes



S_1 et S_2 sont deux sources lumineuses monochromatiques
Un détecteur est placé au point M

Le signal total reçu au point M est $a_{tot}(M,t) = a_1(M,t) + a_2(M,t)$
avec $a_1(M,t) = A_1(M)\cos(\omega_1 t + \phi_1(M))$ et $a_2(M,t) = A_2(M)\cos(\omega_2 t + \phi_2(M))$

L'intensité lumineuse détectée au point M est $I(M) = 2 < a_{tot}^2(M,t) >$

$$I(M) = 2 < a_1^2(M,t) > \ +2 < a_2^2(M,t) > +2 < 2a_1(M,t)a_2(M,t) >$$
$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 4 < a_1(M,t)a_2(M,t) >$$

Intensité détectée si S_2 éteinte

terme d'interférences

Intensité détectée si S_1 éteinte

Tentatives d'observations d'interférences lumineuses

<u>Expérience 1</u> : On superpose les faisceaux lumineux émis par deux lasers différents sur un écran.
On n'observe rien de particulier, c'est juste plus lumineux .

Modèle : les sources S_1 et S_2 sont les deux lasers.
Pas d'interférences → les intensités lumineuses s'ajoutent → le terme d'interférences est nul.

<u>Expérience 2</u> : On fait passer un unique faisceau laser par deux trous très proches : on observe sur l'écran des franges sombres et lumineuses rectilignes, englobés dans une figure de diffraction.

Modèle : les sources S_1 et S_2 sont les deux trous.
Présence d'interférences → terme d'interférences non nul

Définition : deux sources lumineuses donnant lieu à des interférences sont cohérentes.

Terme d'interférences

$$a_1(M,t)a_2(M,t) = A_1(M)\cos\big(\omega_1 t + \phi_1(M)\big)A_2(M)\cos\big(\omega_2 t + \phi_2(M)\big)$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$$

$$a_1(M,t)a_2(M,t) = \frac{A_1(M)A_2(M)}{2}[\cos\big((\omega_1+\omega_2)t + \phi_1(M) + \phi_2(M)\big) + \cos((\omega_1-\omega_2)t + \phi_1(M) - \phi_2(M))]$$

La valeur moyenne du premier terme est nulle.
La valeur moyenne du second terme est nulle, sauf si $\omega_1 = \omega_2$
Dans la suite, $\omega_1 = \omega_2$, $k_1 = k_2$, notés ω et k

$$< a_1\ (M,t)a_2(M,t) >= \frac{A_1(M)A_2(M)}{2} < \cos(\phi_1(M) - \phi_2(M) >$$

$$\phi(M) = \phi_0 - k(SM)$$

$$< a_1\ (M,t)a_2(M,t) >= \frac{A_1(M)A_2(M)}{2} < \cos(\ \phi_{1,0} - \phi_{2,0} + k\big((S_2M) - (S_1M)\big) >$$

On définit la différence de marche au point M, $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M)$

$$< a_1\ (M,t)a_2(M,t) >= \frac{A_1(M)A_2(M)}{2} < \cos(\ \phi_{1,0} - \phi_{2,0} + k\delta(M) >$$

Intensité lumineuse

Revenons à l'intensité lumineuse que nous avions

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 4 < a_1(M,t)a_2(M,t) >$$

avec

$$< a_1\ (M,t)a_2(M,t) >= \frac{A_1(M)A_2(M)}{2} < \cos(\ \phi_{1,0} - \phi_{2,0} + k\delta(M) >$$

On obtient

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2A_1(M)A_2(M) < \cos(\ \phi_{1,0} - \phi_{2,0} + k\delta(M) >$$

Pour les sources seules on a $I_1(M) = A_1^2(M)$ et $I_2(M) = A_2^2(M)$

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} < \cos(\phi_{1,0} - \phi_{2,0} + k\delta(M) >$$

Emission de la lumière

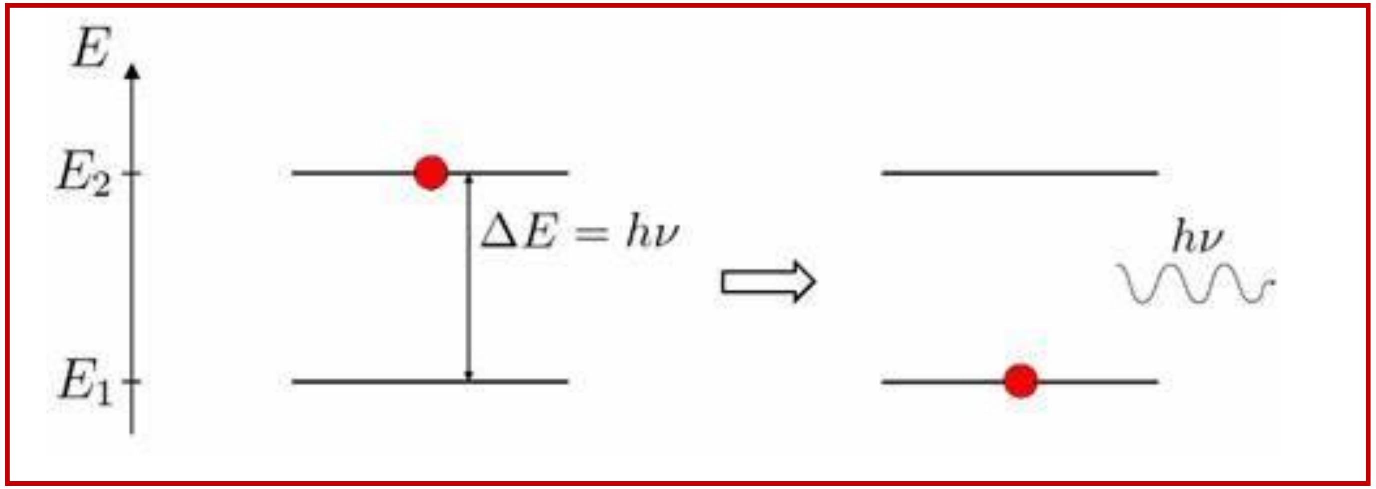


Illustration du principe de l'émission d'un photon lors de la désexcitation d'un atome.

L'électron en rouge passe du niveau excité E_2 à l'état fondamental E_1 et émet un photon

Un gaz atomique excité peut émettre de la lumière : exemple lampes à vapeur de sodium et mercure.
La lumière émise a un spectre de raies : seules certaines fréquences bien précises sont émises.

Au début du 20ème siècle, Planck et Einstein introduisent le mécanisme d'émission suivant :
Les électrons peuvent occuper des niveaux d'énergie de valeur bien précise
L'excitation peut les amener au niveau d'énergie supérieure.
Spontanément, ils peuvent se désexciter en émettant de la lumière, représentée par un photon, ou une onde lumineuse brève.

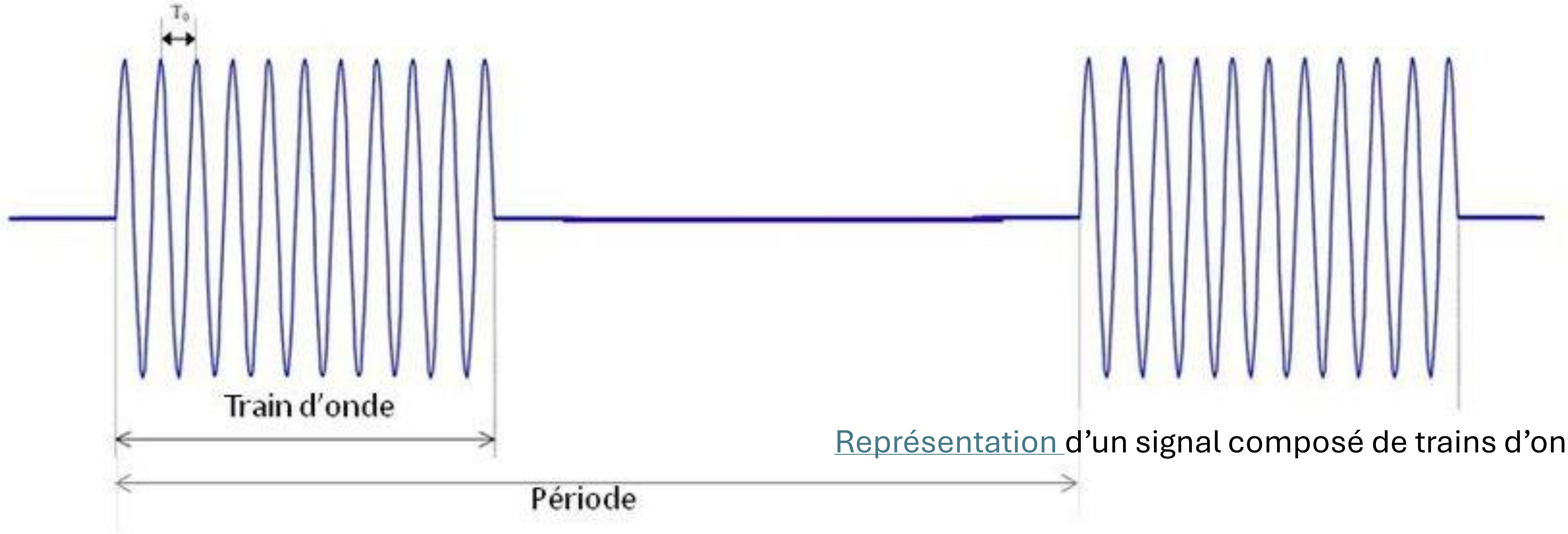
$$E_2 - E_1 = h\nu$$

Fréquence de l'onde émise

ΔE

Constante de Planck

Trains d'ondes



Représentation d'un signal composé de trains d'onde

Les sources lumineuses S_1 et S_2 émettent leur lumière sous forme d'impulsions lumineuses brèves appelées trains d'onde.

Entre deux trains d'onde successifs, la phase à l'origine change.

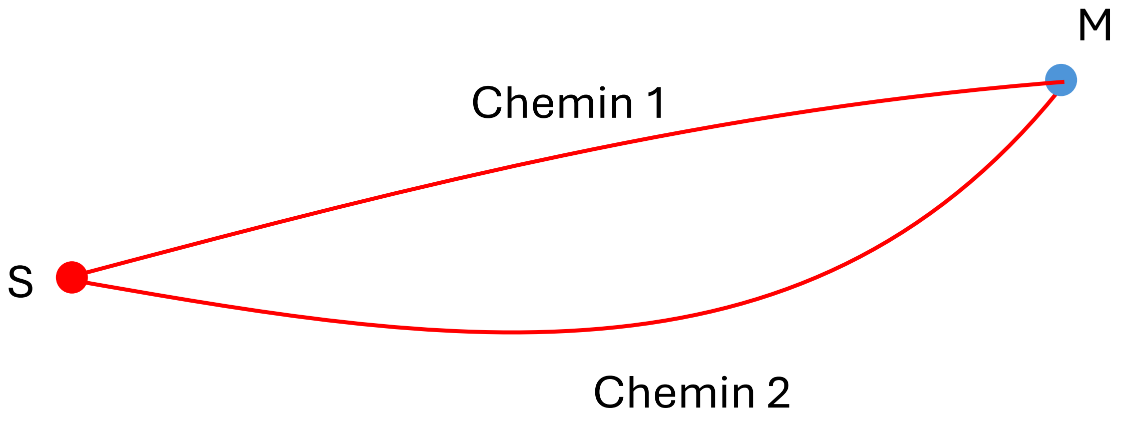
Formule de Fresnel

Revenons aux interférences à deux ondes :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} < \cos(\phi_{1,0} - \phi_{2,0} + k\delta(M)) >$$

Si les deux sources sont issues de deux atomes différents, $\phi_{1,0}$ et $\phi_{2,0}$ sont fluctuantes, et la valeur moyenne est nulle. Il n'y a pas d'interférences : les deux sources ne sont pas cohérentes.

On doit donc considérer une unique source S au départ, et deux chemins différents pour aller au point M d'observation. On a alors $\phi_{1,0} = \phi_{2,0}$, et l'intérieur du cos ne dépend plus du temps. On peut retirer la valeur moyenne.



Formule de Fresnel

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}\cos\Delta\phi(M)$$

Avec $\Delta\phi(M)$ le déphasage entre les deux ondes passant par les chemins 1 et 2 lorsqu'elles arrivent en M.

$$\Delta\phi(M) = k\delta(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$$

$$\delta(M) = (SM)_{chemin\ 2} - (SM)_{chemin\ 1}$$

4. Ordre d'interférences, conditions d'interférences constructives ou destructives

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}\cos\Delta\phi(M)$$

$I(M)$ est maximale aux points M tels que

$$\cos\Delta\phi(M) = 1 \Leftrightarrow \Delta\phi(M) = 2m\pi \text{ avec } m \text{ entier}$$

Les signaux sont alors en phase au point M, les interférences sont constructives.

$I(M)$ est minimale aux points M tels que

$$\cos\Delta\phi(M) = -1 \Leftrightarrow \Delta\phi(M) = 2m\pi + \pi \text{ avec } m \text{ entier}$$

Les signaux sont alors en opposition de phase au point M, les interférences sont destructives.

On définit l'ordre d'interférences au point M

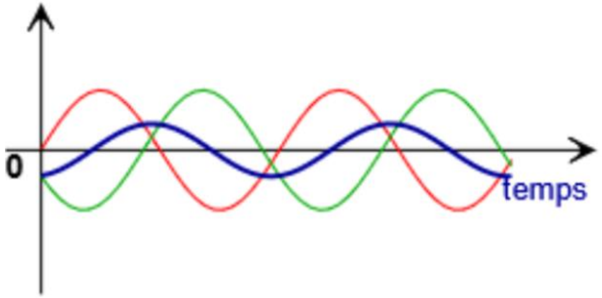
$$\mathrm{p(M)} = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda}$$

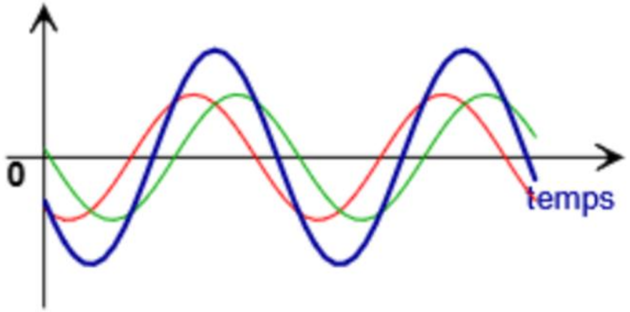
Condition d'interférences constructives, $p(M)$ est un nombre entier, $\delta(M) = m\lambda$ avec m entier.

Condition d'interférences destructives, $p(M)$ est un demi-entier, $\delta(M) = (m + \frac{1}{2})\lambda$ avec m entier.

Illustrations : signaux au point M en fonction du temps

$$p = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = 0{,}57$$

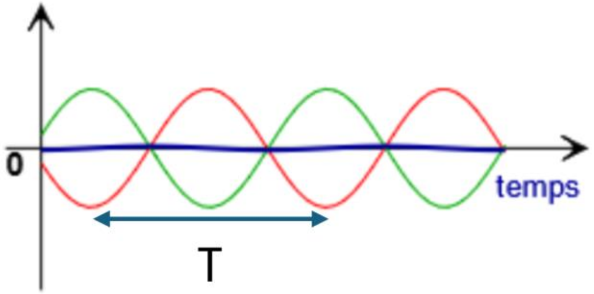


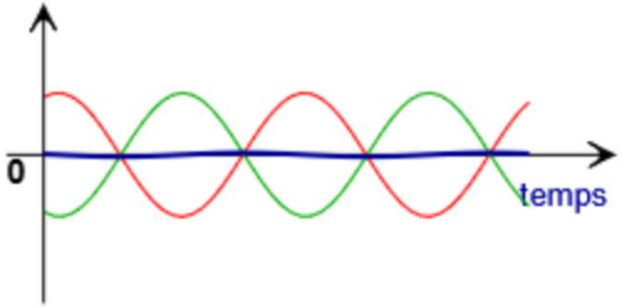


$$p = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = 0{,}83$$

$$p = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

Interférences destructives



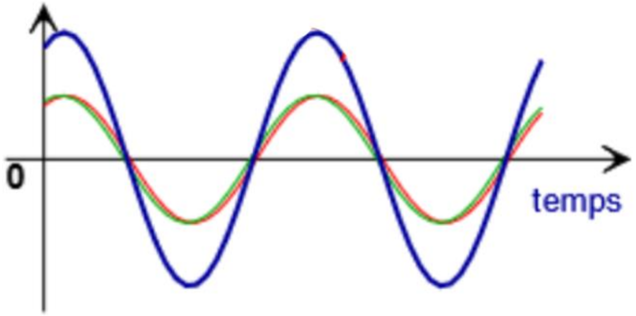


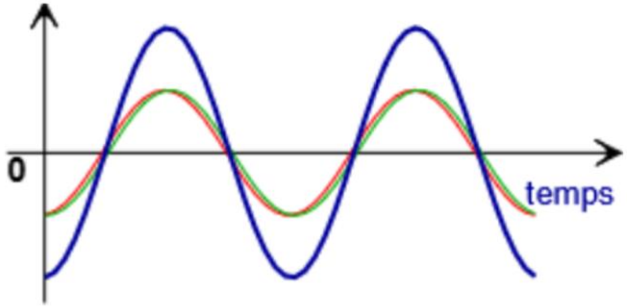
$$p = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{3}{2}$$

Interférences destructives

$$p = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = 0{,}02$$

Interférences constructives



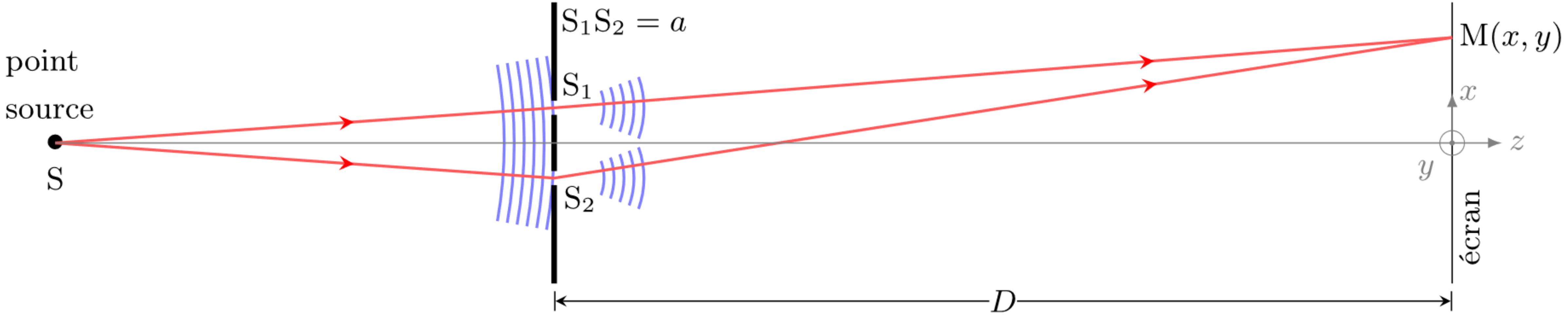


$$p = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = 1{,}98$$

Interférences constructives

5. Trous d'Young

Expérience des trous d'Young réalisée en classe. Auteur du schéma : Jimmy Roussel.



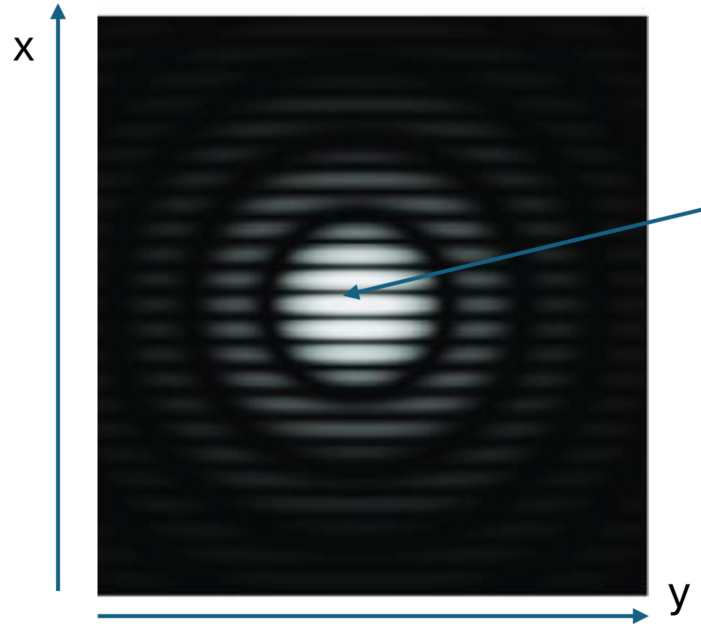
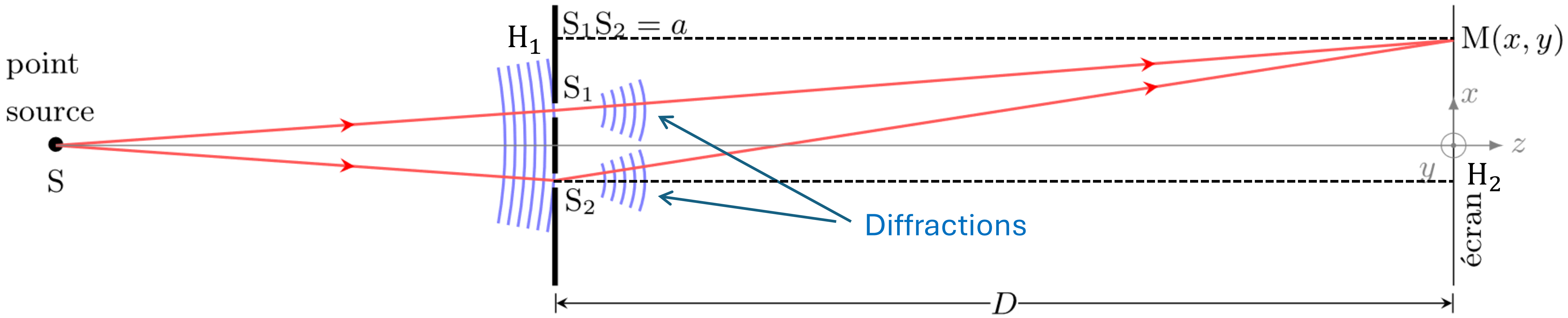


Figure observée sur l'écran

Tâche centrale de diffraction striée de franges d'interférences rectilignes

Trous d'Young : calcul de la différence de marche



L'onde lumineuse est diffractée par chaque trou. Les rayons dessinés sont ceux qui atteignent M.

La différence de marche en M est $\delta(M) = \frac{2\pi}{\lambda}((S_2M) - (S_1M)) = \frac{2\pi}{\lambda}(S_2M - S_1M)$car l'indice de l'air =1

Théorème de Pythagore dans les triangles S_1H_1M et S_2H_2M :

$$S_2M^2 = S_2H_2^2 + H_2M^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$

$$S_1M^2 = S_1H_1^2 + H_1M^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$S_2M = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2}; \quad S_1M = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2}$$

$$S_2M = \sqrt{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + D^2} = D\sqrt{1+\left(\frac{x+\frac{a}{2}}{D}\right)^2} \ ; \quad S_1M = \sqrt{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + D^2} = D\sqrt{1+\left(\frac{x-\frac{a}{2}}{D}\right)^2}$$

Or, dans les conditions de l'expérience, $D \gg a$ et $D \gg x$, donc $\left(\frac{x-\frac{a}{2}}{D}\right)^2$ <<1 et $\left(\frac{x+\frac{a}{2}}{D}\right)^2$ <<1.

Développement limité à l'ordre 1 : $\sqrt{1+u} \approx 1 + \frac{1}{2}u$

$$S_2M \approx D\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{x+\frac{a}{2}}{D}\right)^2\right) = D + \frac{1}{2D}\left(x^2 + ax + \frac{a^2}{4}\right)$$

$$S_1M \approx D\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{x-\frac{a}{2}}{D}\right)^2\right) = D + \frac{1}{2D}\left(x^2 - ax + \frac{a^2}{4}\right)$$

$$\delta(M) = S_2M - S_1M \approx \frac{ax}{D}$$

Trous d'Young : calcul de l'interfrange

Les interférences sont constructives aux points M de l'écran tels que l'ordre d'interférences est entier.

$$\mathrm{p(M)} = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \mathrm{m} \Leftrightarrow \delta(M) = m\lambda$$

$$\frac{ax}{D} = m\lambda$$

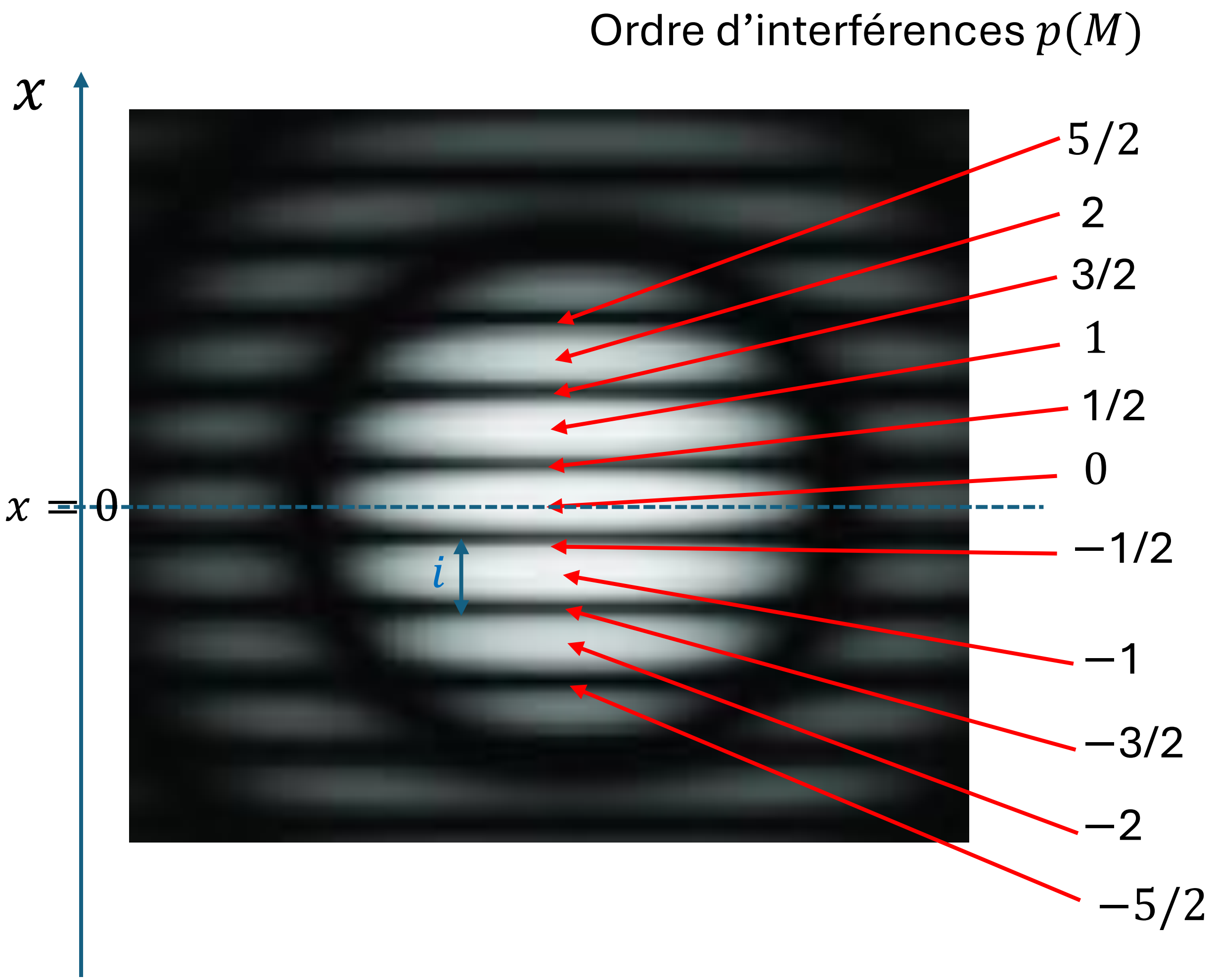
$$x = m\frac{\lambda D}{a}$$

Les interférences sont destructives aux points M de l'écran tels que l'ordre d'interférences est demi- entier.

$$\mathrm{p(M)} = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \mathrm{m} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$\frac{ax}{D} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$x = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{a}$$



Définition : l'interfrange i est la distance entre deux franges brillantes (ou sombres) consécutives.

Pour les trous d'Young $i = \frac{\lambda D}{a}$.

Trous d'Young : tracé de l'intensité lumineuse

Formule de Fresnel : $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}\cos\Delta\phi(M)$

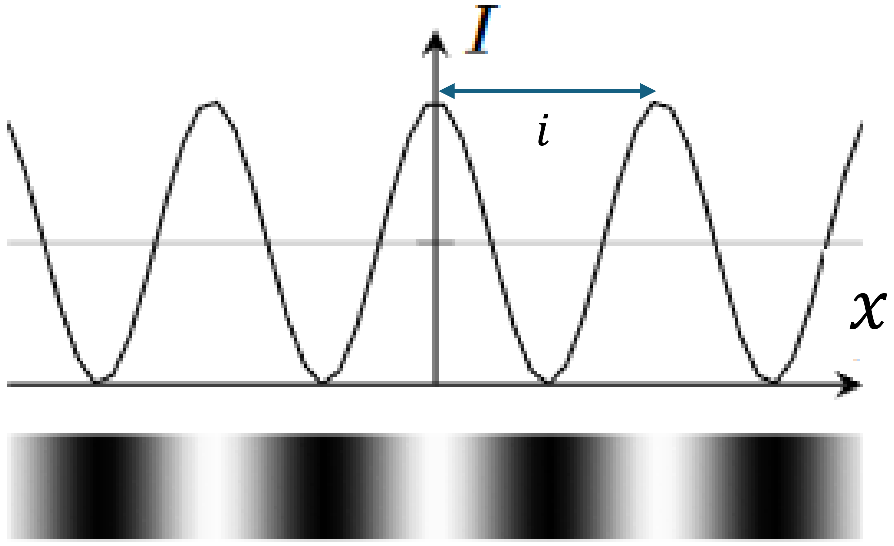
$$\Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}$$

On suppose par ailleurs que $I_1(M)$ et $I_2(M)$ sont indépendantes de M, et que les trous ont la même taille

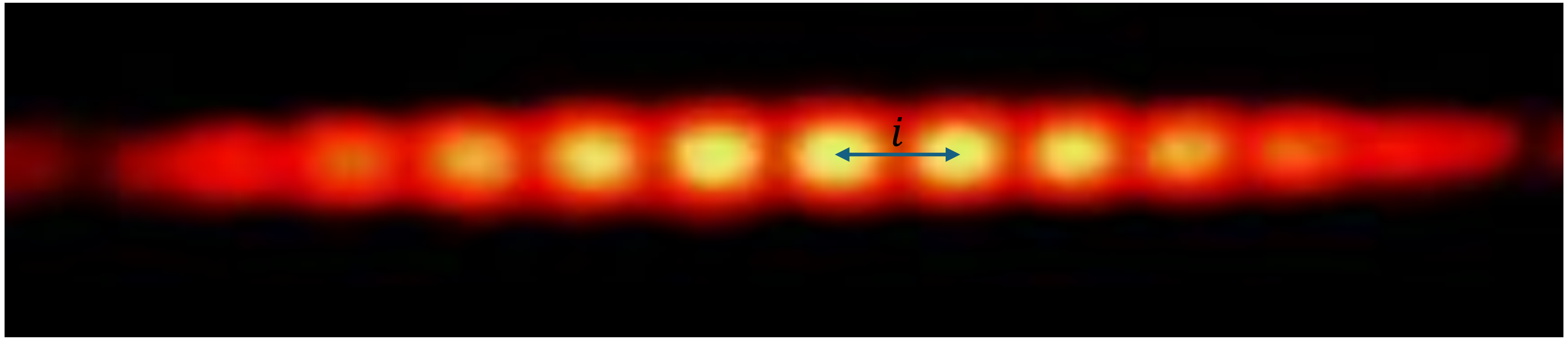
$$\Rightarrow I_1 = I_2 = I_0$$

L'intensité lumineuse est alors

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right) = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi x}{i}\right) \text{ avec } i = \frac{\lambda D}{a} \text{ l'interfrange}$$



Transition : 2 fentes // N fentes



i

Si on éclaire N fentes au lieu de 2, on observe des zones brillantes beaucoup plus étroites.

Interprétation : les interférences ne sont constructives qu’aux points M où les N ondes sont en phase.

6. Interférences à N ondes, réseau

On appelle réseau un ensemble de fentes équidistantes, séparées par la distance a.
a est le pas du réseau.

Sur le réseau est indiqué le nombre de traits par mm, noté t, en mm^{-1}

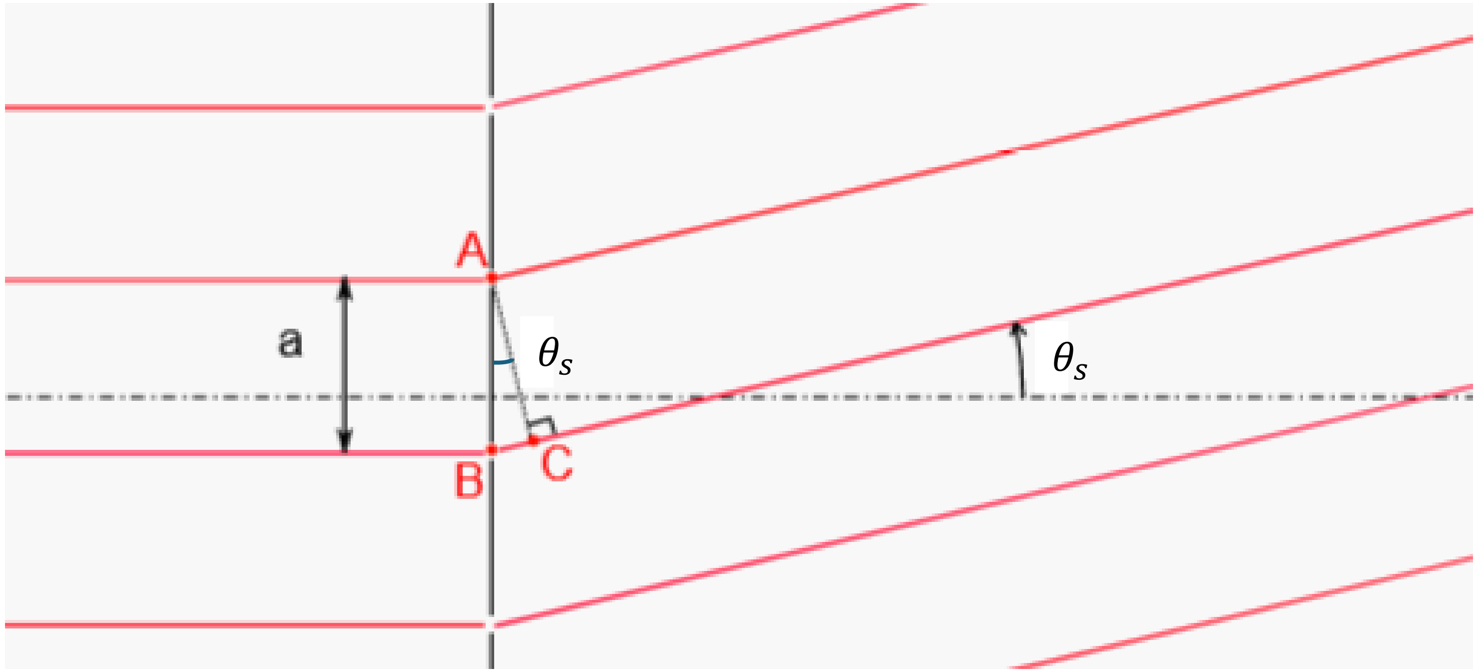
$$a = \frac{1}{t} \text{ en mm}$$

Exemple : pour un réseau à 300 traits par mm

$$a = \frac{1}{300} = 3{,}33.10^{-3}\,\text{mm} = 3{,}33\ \mu\text{m}$$

Réseau en incidence normale

On recherche les positions angulaires des tâches lumineuses observées.
Les interférences ont lieu à l'infini.



La différence de marche entre deux rayons passant par deux fentes voisines, et interférant dans la direction de sortie θ_s est

$$\delta = BC = a \sin \theta_s$$

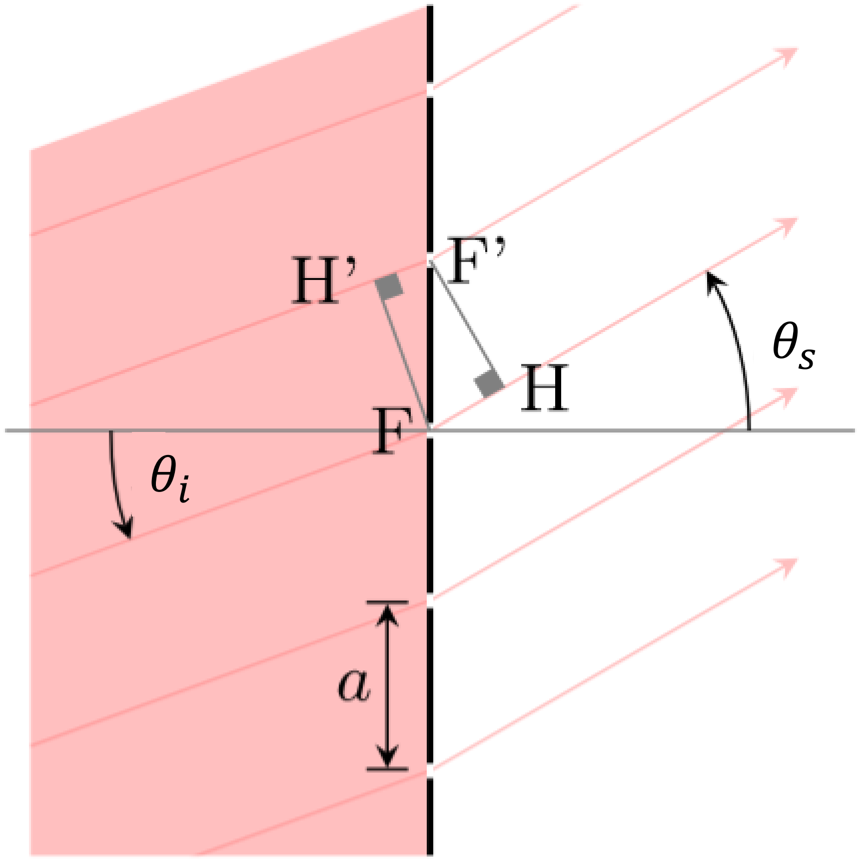
Interférences constructives pour

$$\delta = m\lambda$$

$$a \sin \theta_s = m\,\lambda$$

$$\sin \theta_s = m \frac{\lambda}{a}$$

Réseau en incidence quelconque



Le réseau est incliné par un faisceau parallèle d'angle d'incidence θ_i. On cherche les directions d'angle θ_s pour lesquelles il y a des interférences constructives.

La différence de marche entre deux rayons passant par deux fentes voisines, et interférant dans la direction de sortie θ_s est

$$\delta = FH - H'F'$$
$$\delta = a\sin\theta_s - a\sin\theta_i$$

$$\delta = m\lambda$$

$$\boxed{a\,(\sin\theta_s - \sin\theta_i) = m\lambda}$$

Formule des réseaux