

TD6 Révisions de mécanique

1 Amortisseur

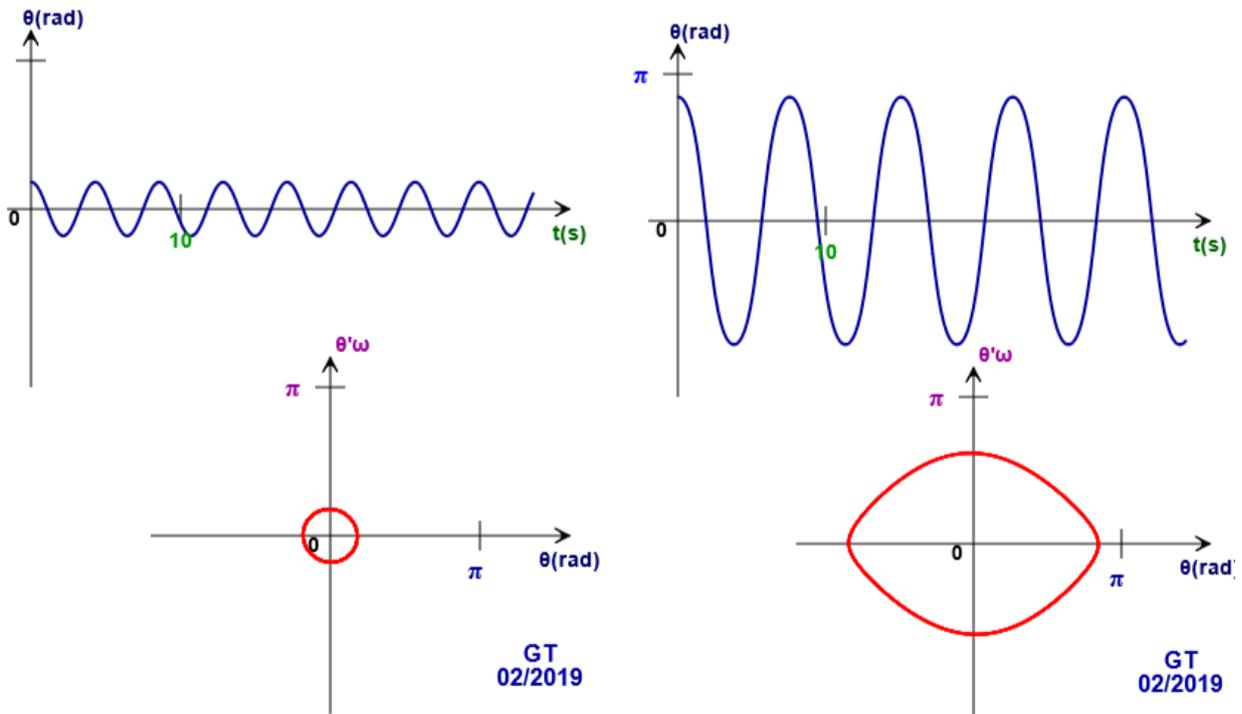
Extrait CCINP distribué à part.

2 Chute libre verticale

Modélisation de la chute d'un ballon de football, fait en classe entière.

3 Pendule simple

1. Modélisation et obtention de l'équation du mouvement en classe entière.
2. Allure des solutions aux petits angles et aux grands angles, et portraits de phase.



Repérer les non-linéarités sur le portrait de phase aux grands angles.

3. On ajoute une force de frottement fluide de la forme $\vec{F} = -h\vec{v}$. Montrer que l'équation du mouvement se met sous la forme

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$$

Identifier les expressions de ω_0 et λ en fonction de h , l , g , m . On considère dans la suite le cas des petits angles.

4. Comme le pendule oscille, le régime est pseudo-périodique. En déduire une inégalité vérifiée par λ .
5. Le pendule est lancé depuis l'angle $\theta(t = 0) = 0$ avec une vitesse initiale v_0 . Montrer que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme

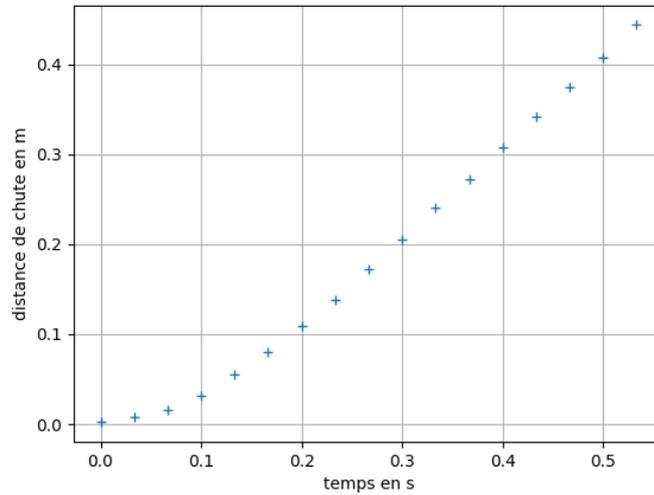
$$\theta(t) = Ae^{-t/\tau} \sin(\Omega t)$$

Donner les expressions de A , τ et Ω en fonction de ω_0, λ , v_0 et l .

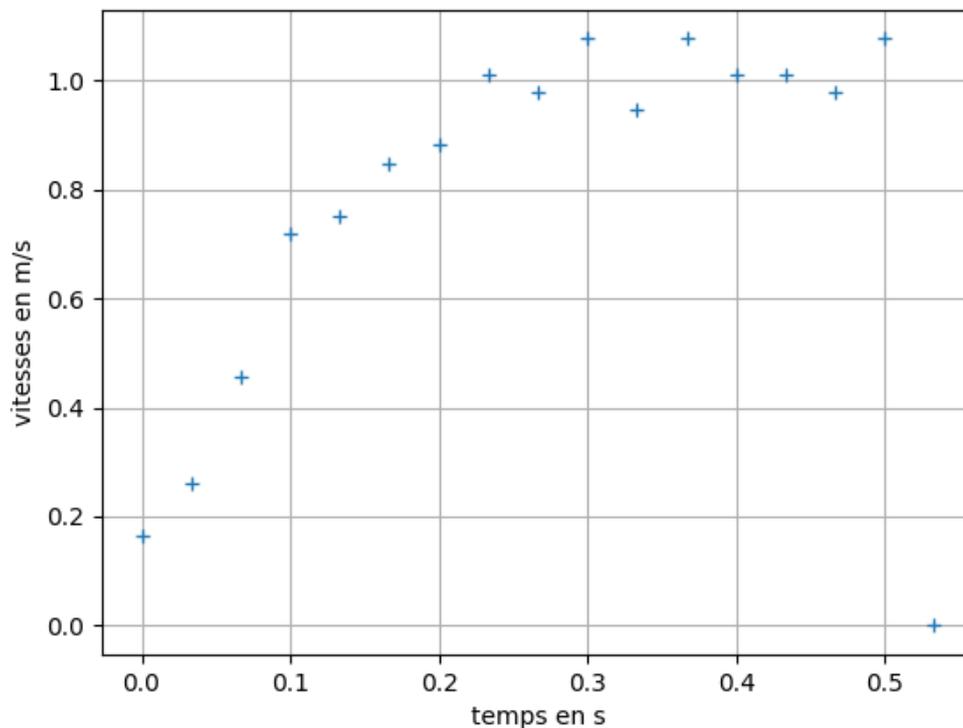
6. Tracer l'allure de $\theta(t)$ et du portrait de phase.

4 Chute freinée

La chute d'une bille d'acier dans un liquide a été filmée et sa position a été pointée sur les images, ce qui mène à la courbe suivante. On note $R = 12,5 \text{ mm}$ le rayon de la bille, $\rho_a = 4,49 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ la masse volumique de l'acier, $\rho = 0.860 \text{ kg.m}^{-3}$ la masse volumique du liquide, $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ l'accélération de pesanteur.



Un calcul numérique de la vitesse permet d'obtenir la courbe suivante :



1. Décrire le mouvement. Déterminer la valeur numérique de la vitesse limite de chute de deux façons différentes.
2. Faire un bilan des forces sur la bille.
3. On considère un modèle de frottement fluide proportionnel au carré de la vitesse $\vec{F}_f = -\frac{1}{2}\rho\pi R^2 C_x v\vec{v}$. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par le vecteur vitesse \vec{v} . On choisit un axe des z vers le bas.
4. Chercher la solution en régime permanent de cette équation : elle correspond à la vitesse limite.

5. En déduire la valeur du coefficient de traînée C_x .
6. Par application du théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'énergie dissipée par frottements lors de cette chute.

5 Saut à l'élastique



Dans cette activité, le choix de la longueur à vide l_0 de l'élastique et de sa raideur k sont essentielles ! Nous allons tenter une étude simplifiée à l'aide de la notion d'énergie mécanique.

On étudie le saut d'une personne ayant une masse $m = 50$ kg depuis un pont ayant une hauteur $h = 100$ m au dessus de l'eau. Les frottements de l'air sont négligés. Pendant la première phase du saut, l'élastique n'est pas tendu : c'est un mouvement de chute libre. Lorsque la personne a chuté d'une distance correspondant à la longueur à vide l_0 , l'élastique commence à se tendre. La personne est amatrice de sensations fortes et souhaite être en chute libre sur 50 m ! On prend donc $l_0 = 50$ m.

Travail demandé : Déterminer la valeur de la constante de raideur k qu'il faut choisir pour l'élastique afin que la personne puisse tout juste toucher l'eau avant de remonter.

Consigne complémentaire : Il s'agit d'une résolution de problème. Des points sont attribués à chaque étape :

- Un schéma clair, avec d'éventuelles nouvelles notations que vous introduisez.
- Une application rigoureuse du théorème de l'énergie mécanique.
- Mener les calculs avec des lettres.
- Application numérique, sans oublier l'unité.