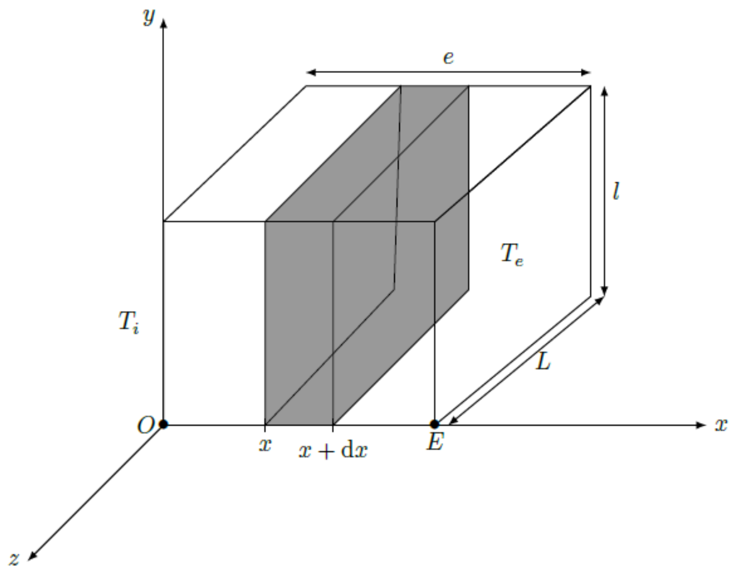
Colle diffusion thermique
25 Novembre au 6 Décembre

1 Etude d'une serre agricole

On modélise la paroi de polycarbonate d'une serre par un objet parallélépipédique qui a pour dimensions $L \times l \times e$ avec $e << L$ et $e << l$.
Le point O appartient à la face intérieure qui est à la température T_i. Le point E appartient à la face extérieure qui est à la température T_e. L'origine de l'axe x est prise en O. On appelle Σ_0 est système constitué de la tranche comprise entre les abscisses x et $x + \mathrm{d}x$ de surface $S = Ll$ représentée en grisé.



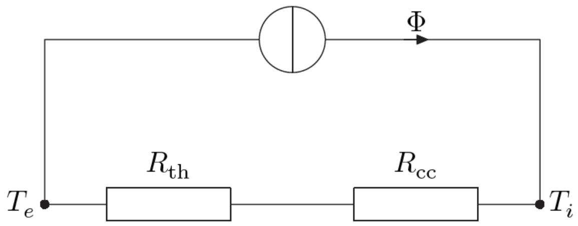
Autres notations :
c est la capacité thermique massique du polycarbonate ;
ρ est la masse volumique du polycarbonate ;
λ est la conductivité thermique du polycarbonate ;
$\vec{j}(x,t) = j(x,t)\vec{e}_x$ est le vecteur densité de flux thermique.

1. Justifier qu'on recherche un champ de température dans le parallélépipède de la forme $T(x,t)$.
2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à un système à préciser, montrer que
$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c}\frac{\partial j}{\partial x}$$
3. La loi de Fourier relie la densité de flux thermique $\vec{j}$ et le gradient de température.
4. Écrire la relation de Fourier dans le cadre de notre étude unidimensionnelle selon l'axe (Ox). Commenter le signe $-$ qui figure dans cette loi.
5. En déduire l'équation de la chaleur :
$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$
Comment nomme-t-on la grandeur D ? En quelle unité s'exprime-t-elle ? Exprimer D en fonction de λ, ρ et c.
6. Estimer le temps caractéristique τ de diffusion de la chaleur à travers la paroi de polycarbonate. Effectuer l'application numérique.

   On se place désormais dans le cadre d'étude du régime stationnaire.

7. Réécrire dans ce cas, l'équation de diffusion thermique et en déduire l'évolution de la température $T(x)$ dans le solide.
8. Exprimer le flux thermique Φ traversant la plaque de section S orthogonale à l'axe (Ox) orientée dans le sens des $x > 0$ en fonction de S, λ, e, T_i et T_e.
9. Relier la différence de température $T_i - T_e$ au flux thermique Φ par analogie avec la loi d'Ohm. Faire apparaitre la résistance thermique du parallélépipède R_{th} et l'exprimer en fonction des données de l'énoncé. Effectuer l'application numérique de R_{th}.

Le chauffage nécessaire au maintien de la paroi à une température T_i peut être modélisé par une source idéale de courant. On appelle la résistance thermique de conduction de la paroi en polycarbonate R_{th} et la résistance conducto-convective traduisant des échanges thermiques de la paroi avec l'air extérieur R_{cc}.



10. Exprimer la puissance de chauffage Φ nécessaire au maintien de la paroi à une température intérieure T_i. Effectuer l'application numérique.

2 Double vitrage

On considère une maison dont l'air intérieur est de 20°C et l'air extérieur est à 0°C. On souhaite percer une fenêtre de surface 1 m^2 dans le mur de la façade de surface 30 m^2 et on veut étudier les pertes thermiques. On se place en régime stationnaire et on néglige les transferts thermiques dus au rayonnement et à la convection. On traite le problème de manière unidimensionnel. Le flux thermique est continu dans les différents milieux.

Le mur de la maison est composé de béton d'épaisseur $e_b = 20$ cm, puis de polystyrène expansé (PSE) d'épaisseur $e_{PSE} = 10$ cm. Le polystyrène expansé est directement collé au mur de béton. Pour la fenêtre, on envisage deux options. La deuxième étant évidemment plus coûteuse.

— **OPTION n°1** : on considère le même mur de surface totale $S_{mur} = 29$ m^2 dans lequel on a percé une fenêtre en verre simple vitrage d'épaisseur $e_v = 0.5$ cm et de surface $S_f = 1.0$ m^2.

— **OPTION n°2** : on considère la même situation que précédemment mais avec cette fois-ci un double vitrage avec une épaisseur d'air de $e_{air} = 0.5$ cm entre les deux vitrages d'épaisseur $e_v = 0.5$ cm chacun.

Données : conductivités thermiques
$\lambda_v = 1.0$ W.m^{-1}.K^{-1}, $\lambda_b = 1.0$ W.m^{-1}.K^{-1}, $\lambda_{air} = 0.030$ W.m^{-1}.K^{-1}, $\lambda_{PSE} = 4.0 \times 10^{-3}$W.m^{-1}.K^{-1}

♣ Quelles économies de puissance de chauffage sont réalisées avec l'option 2 par rapport à l'option 1 ? Exprimer ce gain en pourcentage par rapport à la situation sans fenêtre.

3 Combinaison de plongée

Afin d'éviter l'hypothermie, le plongeur utilise une combinaison de plongée qui lui permet de conserver la chaleur qu'il produit. Soit Φ_{th} la puissance thermique fournie par le corps du plongeur.

On suppose tout d'abord que le plongeur ne porte pas de combinaison. Les échanges thermiques du type conducto-convectif s'effectuant alors de la peau vers le milieu extérieur (ici l'eau à la température T_e) sont modélisés par un flux thermique vérifiant la loi :

$$\Phi_{p\to e} = K_{pe}(T - T_e)$$

où K_{pe} est un coefficient constant et T la température du plongeur.

0) Donner l'unité de K_{pe} dans le système international et justifier qu'il porte le nom de conductance thermique.

1) On modélise le plongeur comme une phase condensée de capacité thermique C. Montrer que l'équation d'évolution de la température du plongeur est :

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{T - T_e}{\tau'} = \frac{\Phi_{th}}{C}.$$

On donnera l'expression de τ' en fonction de C et de K_{pe}.

2) En déduire l'évolution de la température en fonction du temps $T(t)$, le plongeur possédant une température initiale T_p.

3) On donne $K_{pe} = 16\,\mathrm{W\cdot K^{-1}}$ et $C = 3{,}0 \times 10^5\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$. Calculer τ'. Commenter la valeur obtenue.

4) On donne $\Phi_{th} = 100\,\mathrm{W}$ et $T_e = 20\,^\circ\mathrm{C}$. Quelle est la température T_f atteinte par le plongeur au bout d'un temps suffisamment long ? Le plongeur est-il en hypothermie sachant que la température d'hypothermie est de l'ordre de $35\,^\circ\mathrm{C}$?

5) Le plongeur s'équipe maintenant d'une combinaison de conductance thermique K_{comb}. Montrer alors par une analogie que le flux thermique entre le corps et l'extérieur s'écrit :

$$\Phi_{p\to e} = K(T - T_e).$$

où l'on exprimera K en fonction de K_{comb} et de K_{pe}.

6) Expliquer alors l'impact de la combinaison sur le temps caractéristique τ' et sur la température finale T_f.