Colle : révisions de mécanique

1 Mouvement d'un traineau

Un traîneau de masse 20 kg glisse sur une pente en partant d'une altitude de 20 m. Il part sans vitesse initiale du haut et atteint une vitesse de 16 m/s en bas.

1.1 Etude énergétique

1. Rappeler l'énoncé du théorème de l'énergie mécanique, appliqué entre deux points A et B. Dans quelle situation y a-t-il conservation de l'énergie mécanique ?
2. Calculer la vitesse qu'aurait le traineau en bas si les frottements étaient négligeables.
3. Calculer le travail de la force de frottement au cours de cette descente.
4. Calculer le travail du poids au cours de cette descente.

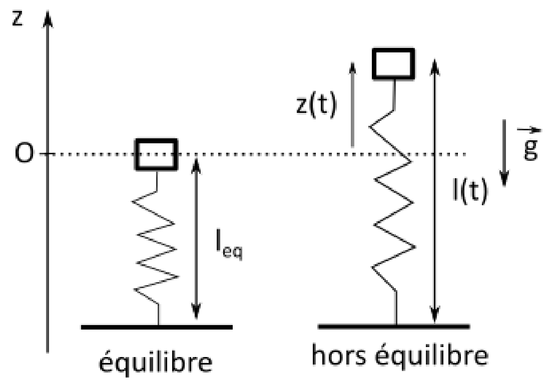
1.2 Mouvement complet

La pente de la piste de luge est régulière, d'angle $\alpha = 5^\circ$. La force de frottement de la piste sur la luge est modélisée par la loi de Coulomb du frottement solide $||\vec{T}|| = f||\vec{N}||$, avec f le coefficient de frottement dynamique, $\vec{N}$ la composante normale de la réaction de la piste sur la luge, et $\vec{T}$ la composante tangentielle. La force de frottement de l'air n'est pas prise en compte.

Déterminer :
- la longueur de la piste l.
- le coefficient de frottement f.
- la durée de la descente.

Indication : s'appuyer sur un schéma, utiliser les données de la partie précédente, prendre des initiatives !

2 Amortisseur



Un amortisseur de véhicule est modélisé par une masse liée à un ressort vertical, de raideur k et de longueur à vide l_0. A l'équilibre, on note l_{eq} la longueur du ressort. L'axe des z est vertical ascendant et son origine est placée au niveau de la position d'équilibre.

2.1 Etude sans frottement

1. Faire un bilan des forces et donner leur expression.
2. Déterminer la longueur à l'équilibre l_{eq} du ressort en fonction de m, g, k, l_0.
3. Donner l'expression de $z(t)$ en fonction de $l(t)$ et l_{eq}.
4. Montrer que l'équation du mouvement s'écrit sous la forme

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = 0$$

   Identifier la pulsation propre ω_0.

5. Initialement, la masse se situe à sa position d'équilibre, puis on lui donne une impulsion à l'instant initial, qui lui communique une vitesse v_0 vers le haut. Calculer $z(t)$.

2.2 Amortissement

L'amortissement est modélisé par une force supplémentaire de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$.

1. Exprimer la puissance de cette force en fonction de α et $\dot{z}$. Commenter son signe.
2. Exprimer l'énergie potentielle totale de la masse.
3. A partir du théorème de l'énergie mécanique sous forme puissance, déterminer la nouvelle équation du mouvement.
4. Ecrire l'équation caractéristique, et donner la condition pour que le régime soit apériodique, critique ou pseudo-périodique.

3 Résistance des os

Les os sont des solides légèrement élastiques, pouvant se briser en cas de contraintes trop importantes. Nous allons étudier la résistance des os de la jambe d'un homme à une chute amortie par flexion.

L'homme a une masse m = 100 kg. Pour simplifier, on traite le cas d'une chute purement verticale, et les frottements de l'air sont négligés.

1. L'homme de masse m fait une chute d'une hauteur H en partant d'une vitesse nulle. Faire un schéma avec un axe des z vers le haut, la position initiale A et la position d'arrivée B.
2. Par application du théorème de l'énergie mécanique, déterminer la vitesse verticale v_0 à l'arrivée en B en fonction de H et g.

   On fixe l'instant $t = 0$ au moment où l'homme touche le sol jambes tendues. A cet instant, sa vitesse a la valeur v_0 calculée à la question précédente, et l'altitude de son centre de gravité est $z = 0$. Il plie ensuite ses jambes. Le sol exerce sur lui une réaction R_N vers le haut, constante jusqu'à l'arrêt. **Dans la suite, l'axe des z est orienté vers le bas**. Le vecteur vitesse est $\vec{v} = v\vec{e}_z$ avec v positive.

3. Faire un schéma, représentant l'homme et les forces s'exerçant sur lui lors de cette phase du mouvement.
4. Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'homme. En déduire la vitesse $v(t)$, puis montrer que l'altitude de son centre de gravité est
$$z(t) = \left(g - \frac{R_N}{m}\right)\frac{t^2}{2} + v_0 t$$
5. Déterminer la durée t_1 de cette phase d'arrêt.
6. La phase d'arrêt correspond à un abaissement du centre de gravité de la distance $d = 0,8$ m. Déterminer l'expression de d en fonction de v_0, R_N, m et g.
7. La tension supportable par les tibias avant rupture est prise égale à $R_N = 10mg$. En déduire la hauteur maximale de chute possible sans fracture.