TD Diffusion thermique.

Q1) $\delta Q_{in} = \delta Q_x - \delta Q_{x+dx}$

$$\delta Q_{in} = j(x,t)\,S\,dt - j(x+dx,t)\,S\,dt$$

$$= -\frac{\partial j}{\partial x}\,dx\,S\,dt$$

Q2) $dU = U(t+dt) - U(t) = \rho c\,S\,dx\,\big(T(x,t+dt) - T(x,t)\big)$

$$= \rho c\,S\,dx\,\frac{\partial T}{\partial t}(x,t)\,dt$$

Q3) 1er principe à la tranche pendant dt :

$$dU = \delta Q_{in}$$

$$\rho c\,S\,dx\,\frac{\partial T}{\partial t}\,dt = -\frac{\partial j}{\partial x}\,dx\,S\,dt \Rightarrow \rho c\,\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x} \quad (3)$$

Q4) Loi de Fourier : $\vec{j} = -\lambda\,\vec{\text{grad}}\,T = -\lambda\,\frac{\partial T}{\partial x}\,\vec{e_x}$

sur $\vec{e_x}$ $\Rightarrow j(x,t) = -\lambda\,\frac{\partial T}{\partial x} \quad (4)$

Q5) $\rho c\,\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ (en remplaçant (4) dans (3))

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Rightarrow D = \frac{\lambda}{\rho c}.$$

Q6) En régime stationnaire, $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0.$

$$T(x) = Ax + B$$

$$T(0) = T_1 = B$$

$$T(e) = T_2 = Ae + B = Ae + T_1 \Rightarrow A = \frac{T_2 - T_1}{e}$$

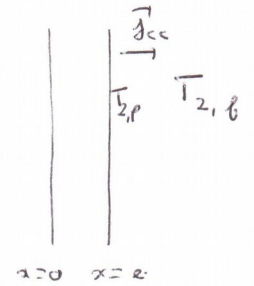
$$T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{e}\,x$$

Q7) $j(x) = -\lambda\,\frac{dT}{dx} = -\lambda\,\frac{T_2 - T_1}{e}$. j est donc uniforme dans le volume étudié.

$$\Phi_{th} = j S = \lambda \frac{T_1 - T_2}{e} S$$

Q 8) Par définition, $R_{th} = \dfrac{\Delta T}{\Phi_{th}} = \dfrac{T_1 - T_2}{\Phi_{th}} = \dfrac{e}{\lambda S}$

Q 9) et Q 10)



$$\Phi_{cc} = j_{cc} S = h\left(T_{2,p} - T_{2,f}\right) S$$

$$R_{cc} = \frac{T_{2,p} - T_{2,f}}{\Phi_{cc}} = \frac{1}{h S}.$$

Q 11) L'air à l'intérieur de la voiture est statique, alors qu'à l'extérieur l'air est mobile à grande vitesse par rapport à la paroi. Cela explique que $h_e > h_i$.

Q 12) Si on applique le 1er ppe industriel à l'air neuf traversant l'appareil de chauffage en régime stationnaire, on obtient

$$D_m \Delta h = \Phi_{chauffage,\, air\ neuf}$$

$$D_m c_p (T_{int} - T_{ext}) = \Phi_{air\ neuf}.$$

Q 13) La puissance thermique apportée par les passagers chauffe l'air ambiant. La situation la + défavorable correspond donc à la voiture vide.

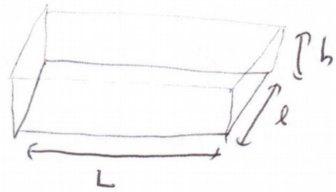
Q 14) La voiture est constituée de 12 vitres en parallèles.

$$R_{vitre} = \frac{e_{vi}}{\lambda_v H_v L_v} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air} H_v L_v} + \frac{e_{ve}}{\lambda_v H_v L_v}$$

$$= \frac{1}{H_v L_v}\left(\frac{e_{vi} + e_{ve}}{\lambda_v} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air}}\right) = \frac{1}{2 \times 0{,}84}\left(\frac{8 \cdot 10^{-3}}{1{,}15} + \frac{12 \cdot 10^{-3}}{0{,}03}\right)$$

$$= 0{,}24 \quad K \cdot W^{-1}.$$

Le reste de la surface de la voiture mesure



$$S_{paroi} = Lh\times 2 + L\ell\times 2 + \ell h \times 2 - 12\, L_v H_v$$

$$S_{paroi} = 22,5\times 2,1\times 2 + 22,5\times 2,78\times 2 + 2,78\times 2,1\times 2 - 12\times 2,0\times 0,84 = 211\ m^2.$$

La résistance thermique associée est

$$R_{paroi} = \left(\frac{e_{st}}{\lambda_{st}} + \frac{e_{\ell v}}{\lambda_{\ell v}} + \frac{e_{Al}}{\lambda_{Al}}\right)\frac{1}{S_{paroi}} = \left(\frac{4.10^{-3}}{1} + \frac{24.10^{-3}}{0,051} + \frac{4.10^{-3}}{237}\right)\cdot\frac{1}{211} = 2,25.10^{-3}\ K.W^{-1}$$

On a aussi

$$R_{cc} = \frac{1}{h_i S_{voiture}} + \frac{1}{h_e S_{voiture}} = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{25}\right)\frac{1}{231} = 7,1.10^{-4}\ K.W^{-1}$$

Les parois et fenêtres sont en parallèle, donc

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{12}{R_{fenetre}} + \frac{1}{R_{paroi}} = \frac{12}{0,24} + \frac{1}{2,25.10^{-3}}$$

$$R_{eq} = 2,0.10^{-3}\ K.W^{-1}.$$

$$\boxed{R_{tot} = 2,7.10^{-3}\ K.W^{-1}}$$

Q15) Appliquons le 1er pp à la voiture en régime stationnaire : le chauffage doit compenser les pertes par conduction thermique

$$\mathcal{P}_{ch} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{tot}} = \frac{20+4}{2,7.10^{-3}} = 8,9\ kW.$$

et $\mathcal{P}_{air\ neuf} = D_m c_p (T_{int} - T_{ext}) = \rho_{air} D_v c_p (T_{int} - T_{ext})$

$$= 1,2 \,.\, \frac{2100}{3600} \,.\, 10^3 \,.\, 24 = 16,8\ kW.$$

$\mathcal{P}_{ch} = 25,7\ kW.$

Q16) $\mathcal{P}_{passagers} = 50\times 60 = 3\ kW.$

Une puissance $\mathcal{P}_{ch} = 22,7\ kW$ suffit alors.