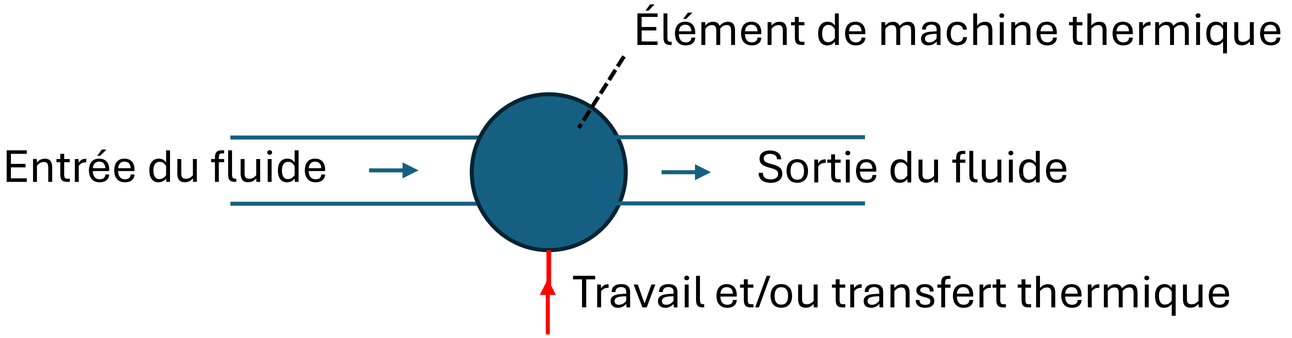
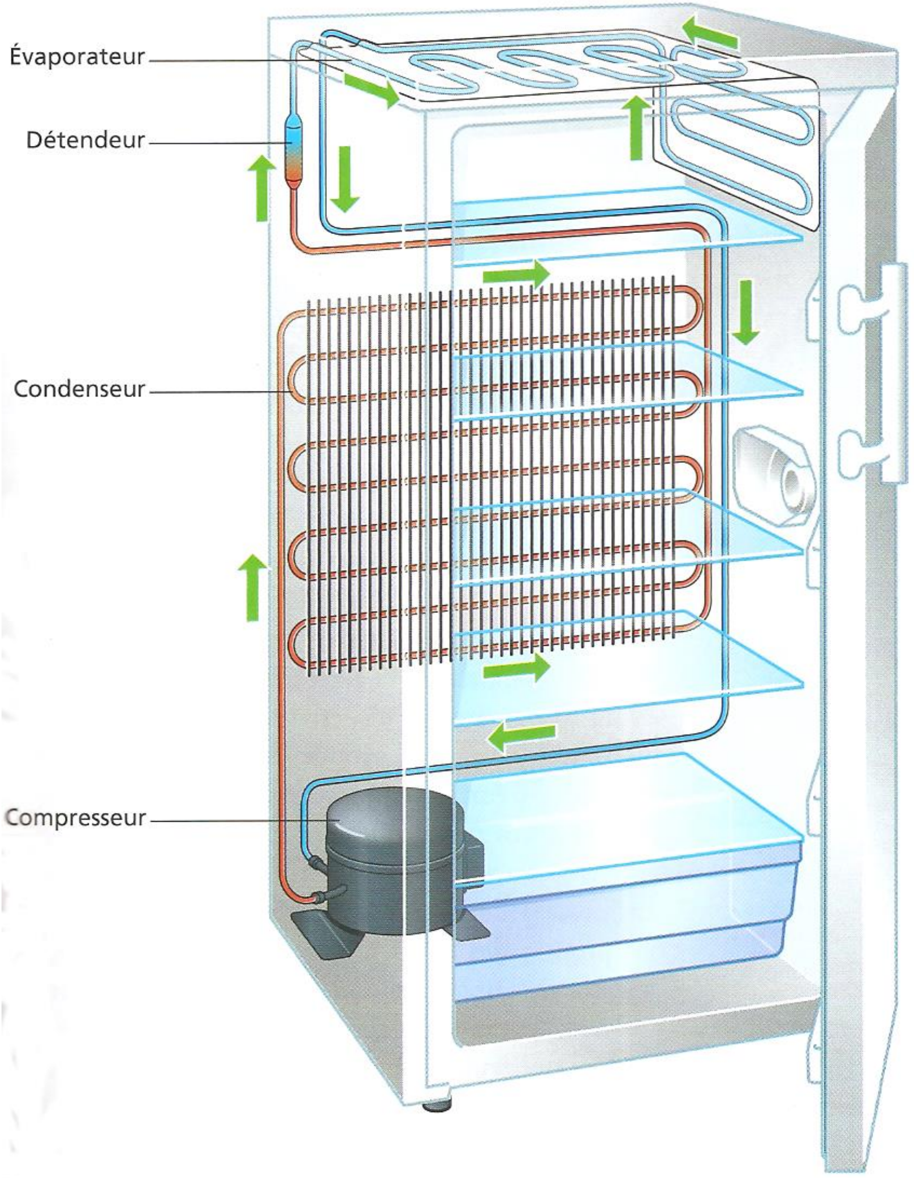
Bilans sur un écoulement stationnaire
Thermodynamique industrielle

Exemple : frigo



Eléments de machine du frigo :
- Compresseur
- Echangeurs thermiques (évaporateur et condenseur)
- Détendeur

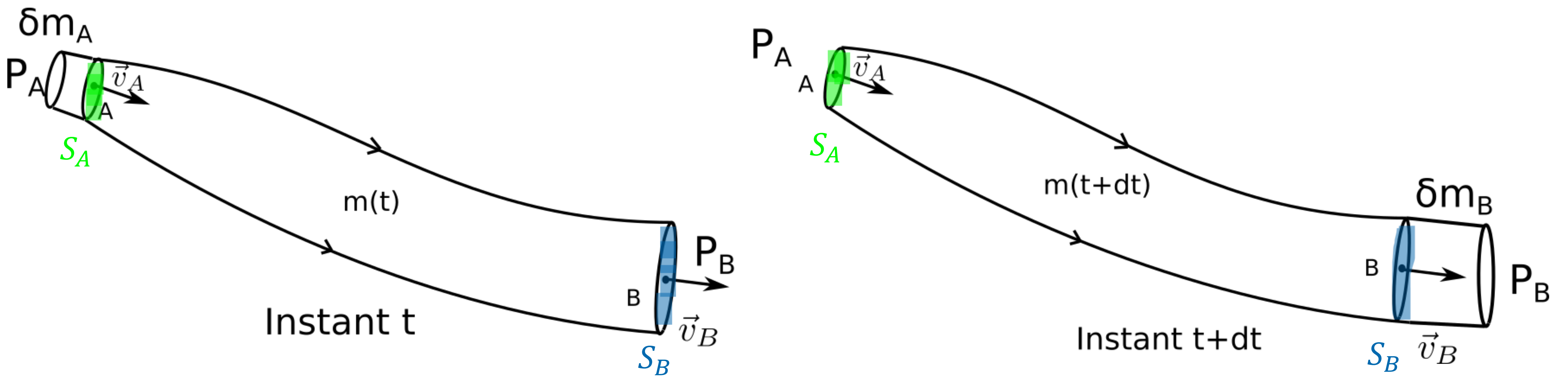
L’objectif est de relier les grandeurs intensives d’entrée et de sortie du fluide caloporteur, lorsque celui-ci traverse un élément de machine en régime stationnaire : principes de la thermodynamique industrielle



Bilans sur un écoulement stationnaire
Thermodynamique industrielle

1. Démonstration du théorème de Bernoulli
2. Premier principe industriel
3. Exemples d’éléments de machine
4. Activité expérimentale : chauffage à reflux
5. Diagrammes pression-enthalpie massique
6. Deuxième principe industriel
7. Diagramme température-entropie massique

1. Démonstration de la relation de Bernoulli



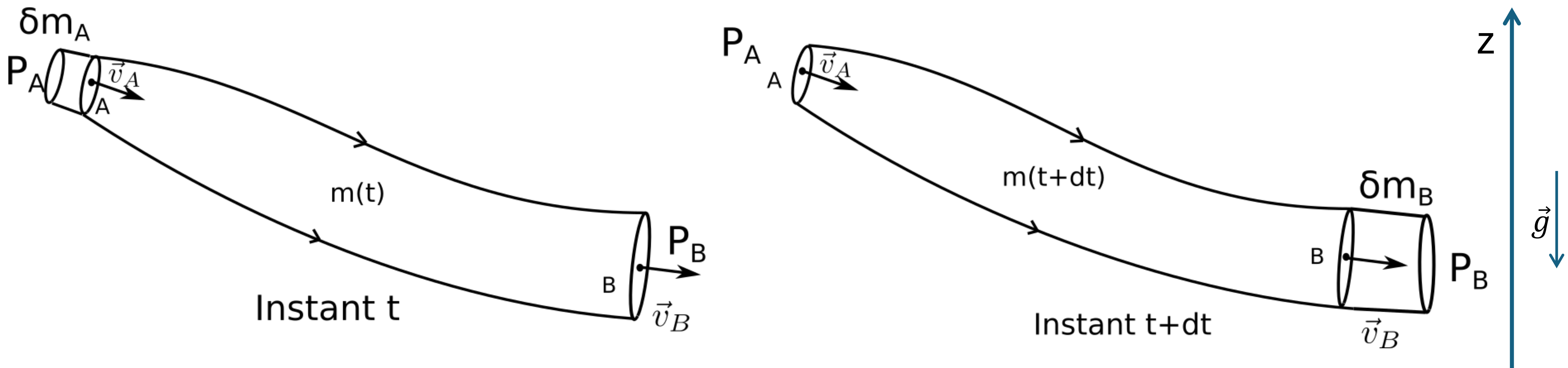
On considère un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène de masse volumique ρ, dans un tube de courant délimité par les sections fixes S_A et S_B.

Soit δm_A la masse de fluide traversant la section S_A pendant la durée dt.
Soit δm_B la masse de fluide traversant la section S_B pendant la durée dt.

Le débit volumique et le débit massique se conservent :

$$D_m = \frac{\delta m_A}{dt} = \rho v_A S_A = \frac{\delta m_B}{dt} = \rho v_B S_B$$

Système fermé



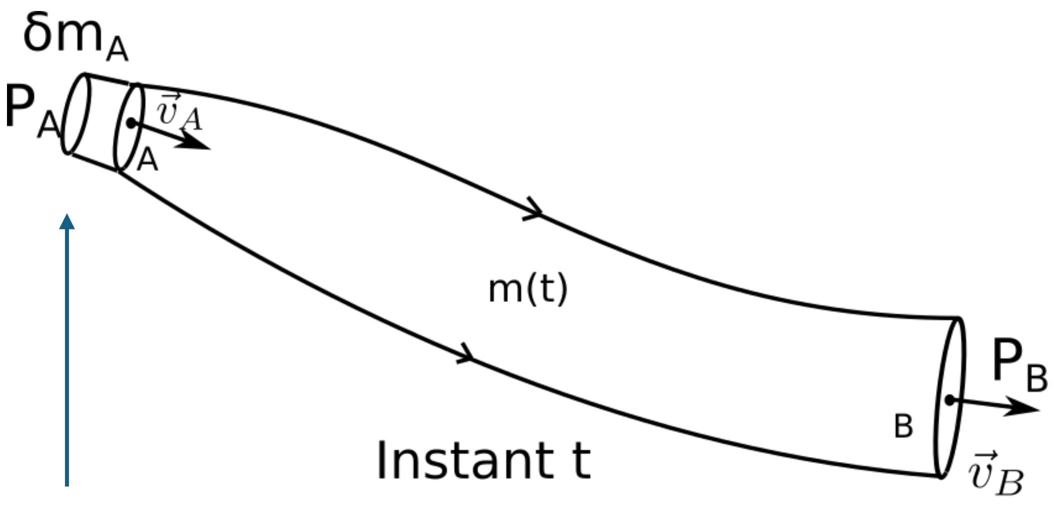
Le système étudié est représenté ci-dessous aux instants t et $t + dt$.
Il s'agit d'un système fermé, mais en mouvement.
Il est soumis aux actions de la pesanteur et aux forces de pression en amont en A, et en aval en B.

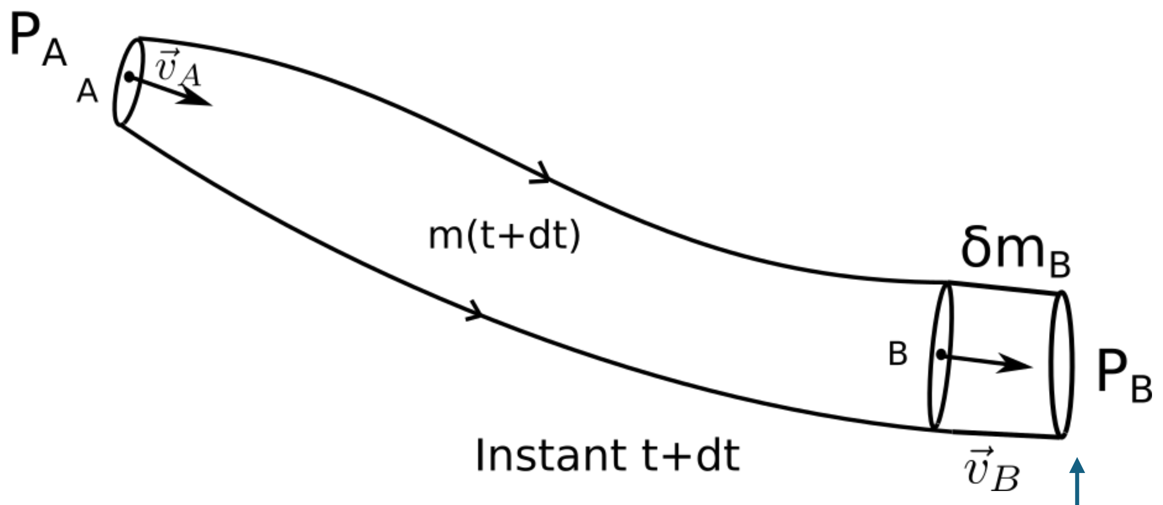
Théorème de l'énergie mécanique, version puissance :

$$\frac{dE_m}{dt} = P_{\text{pression}}$$

Puissance des forces de pression

Puissance des forces de pression





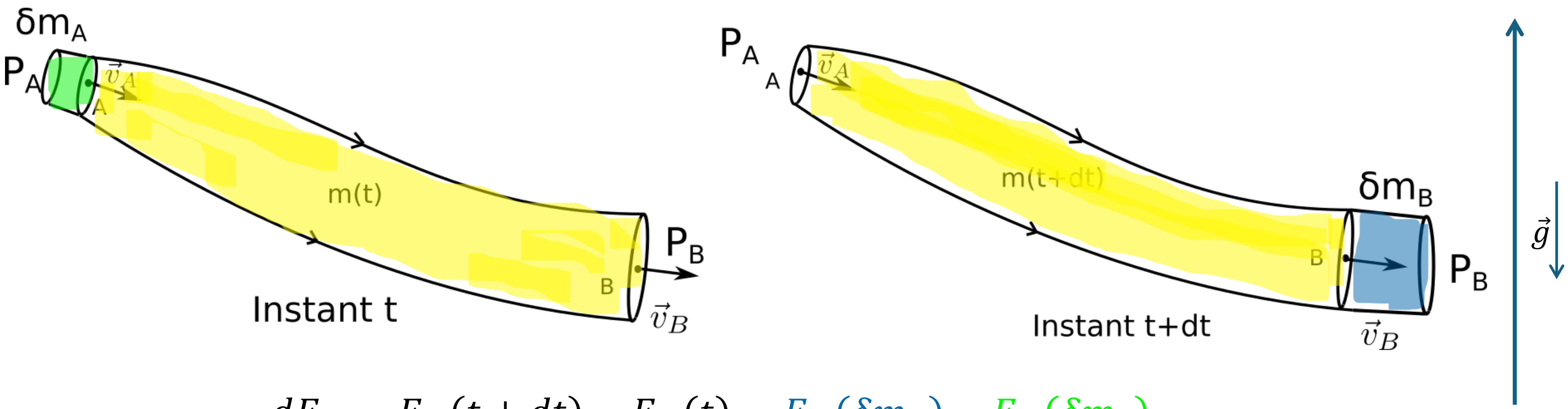
Force de pression dans le même sens que l'écoulement en entrée.
⇒ force motrice

$$P_{\text{pression}} = \mathrm{P}_A S_A v_A - \mathrm{P}_B S_B v_B$$

$$P_{\text{pression}} = (\mathrm{P}_A - \mathrm{P}_B)\frac{D_m}{\rho}$$

Force de pression opposée au sens de l'écoulement en sortie.
⇒ résistante

Variation d'énergie mécanique



$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{E_m(t+dt) - E_m(t)}{dt} = \frac{E_m(\delta m_B) - E_m(\delta m_A)}{dt}$$

Justification : l'énergie mécanique de la partie jaune du système se simplifie, car l'écoulement est stationnaire.

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{\left(\frac{1}{2}\delta m_B v_B^2 - \frac{1}{2}\delta m_A v_A^2 + \delta m_B g z_B - \delta m_A g z_A\right)}{dt} = D_m\left(\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} + g(z_B - z_A)\right)$$

Conclusion : relation de Bernoulli

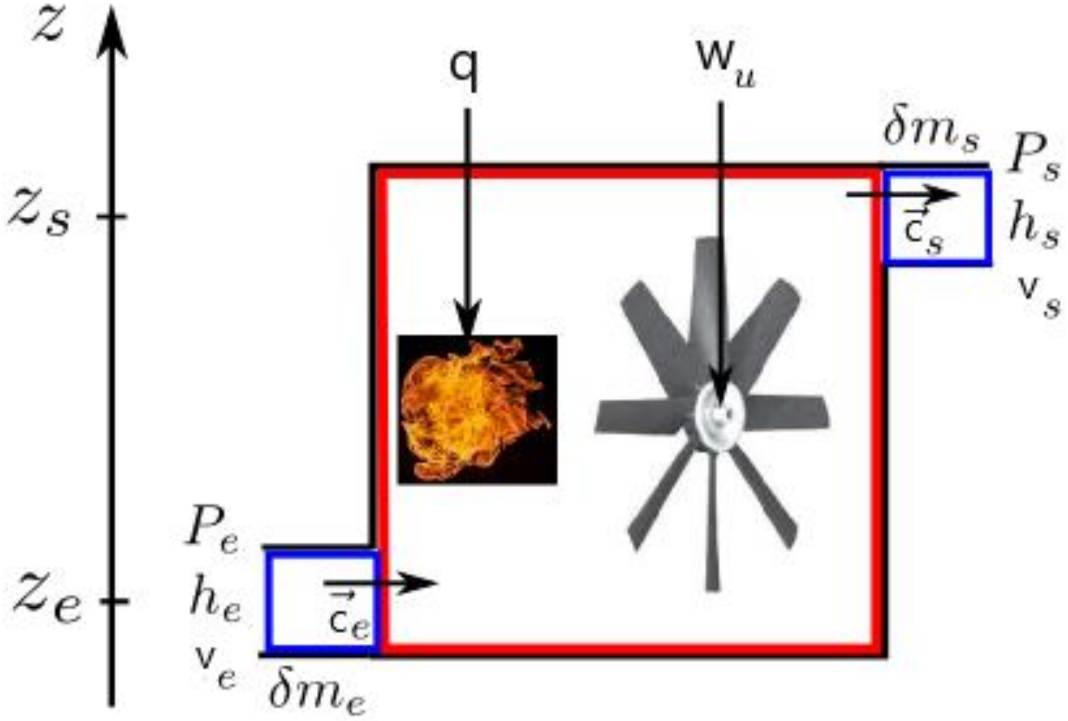
$$\frac{dE_m}{dt} = P_{pression}$$

$$D_m\left(\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} + g(z_B - z_A)\right) = (\mathrm{P}_A - \mathrm{P}_B)\frac{D_m}{\rho}$$

$$\mathrm{P}_B - \mathrm{P}_A + \frac{\rho v_B^2}{2} - \frac{\rho v_A^2}{2} + \rho g(z_B - z_A) = 0$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{P}_B}{\rho} - \frac{\mathrm{P}_A}{\rho} + \frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} + g(z_B - z_A) = 0}$$

2. Premier principe industriel



Le fluide traverse à présent un élément de machine dans lequel il reçoit du travail et/ou du transfert thermique.

Grandeurs d'entrée et sortie :

h enthalpie massique
$v = \frac{1}{\rho}$ volume massique
$\vec{c}$ vitesse d'écoulement
u énergie interne massique

$$h = u + Pv$$

Transferts :

q Transfert thermique reçu par 1 kg de fluide traversant
w_u travail utile reçu par 1 kg de fluide traversant

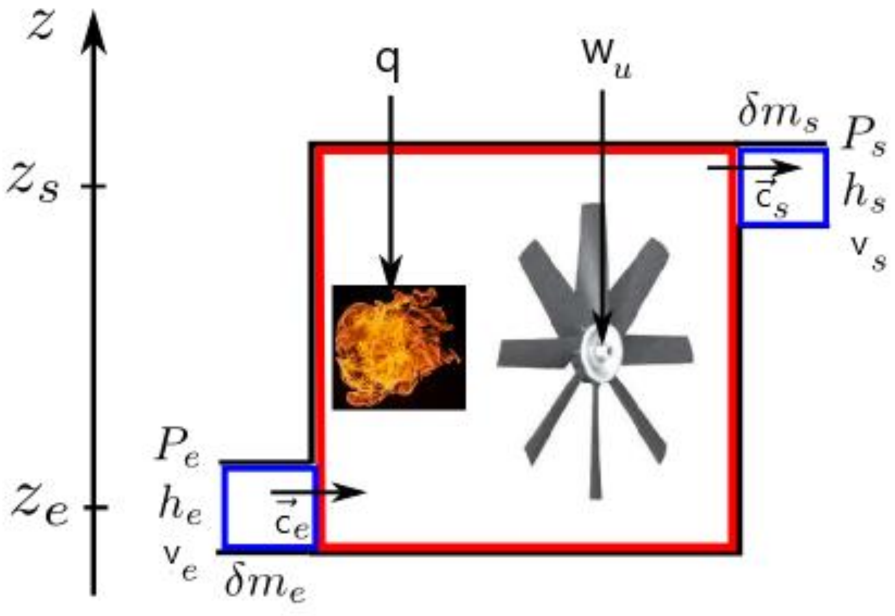
premier principe industriel

$$h_s - h_e + \frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} + gz_s - gz_e = w_u + q$$

Dans la plupart des cas, les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligeables :

$$h_s - h_e = w_u + q$$

Démonstration



Premier principe au système fermé entre t et $t + dt$:

$$dU + dE_c + dE_p = \delta W_{pression} + \delta W_u + \delta Q$$

Travail des forces de pression :

$$\delta W_{pression} = P_e v_e \delta m_e - P_s v_s \delta m_s$$

Variation d'énergie interne :

$$dU = u_s \delta m_s - u_e \delta m_e$$

car l'énergie de la partie rouge se simplifie en régime stationnaire.

De même :

$$dE_c = \frac{c_s^2}{2}\delta m_s - \frac{c_e^2}{2}\delta m_e$$
$$dE_p = g z_s \delta m_s - g z_e \delta m_e$$

Conservation du débit massique :

$$D_m = \frac{\delta m_e}{dt} = \frac{\delta m_s}{dt}$$

On note $\delta m = \delta m_e = \delta m_s$

Par définition :

$$w_u = \frac{\delta W_u}{\delta m} \text{ et q} = \frac{\delta Q}{\delta m}$$

Au final, en divisant tout par δm :

$$u_s + P_s v_s - (u_e + P_e v_e) + \frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} + g(z_s - z_e) = w_u + q$$

$$\boxed{h_s - h_e + \frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} + g(z_s - z_e) = w_u + q}$$

1er principe industriel version puissance

1er principe industriel en version massique

$$h_s - h_e + \frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} + g(z_s - z_e) = w_u + q$$

On multiplie par le débit massique :

$$D_m\left(h_s - h_e + \frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} + g(z_s - z_e)\right) = D_m w_u + D_m q$$

$$D_m = \frac{\delta m}{dt}, w_u = \frac{\delta W_u}{\delta m}, q = \frac{\delta Q}{\delta m}$$

$$D_m w_u = \frac{\delta W_u}{dt} = P_u, D_m q = \frac{\delta Q}{dt} = P_{th}$$

Puissance utile
(parties mobiles)

Débit massique

$$\boxed{D_m\left(h_s - h_e + \frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} + g(z_s - z_e)\right) = P_u + P_{th}}$$

Puissance thermique
(diffusion à travers
une paroi)

Variation d'énergie massique, sortie - entrée

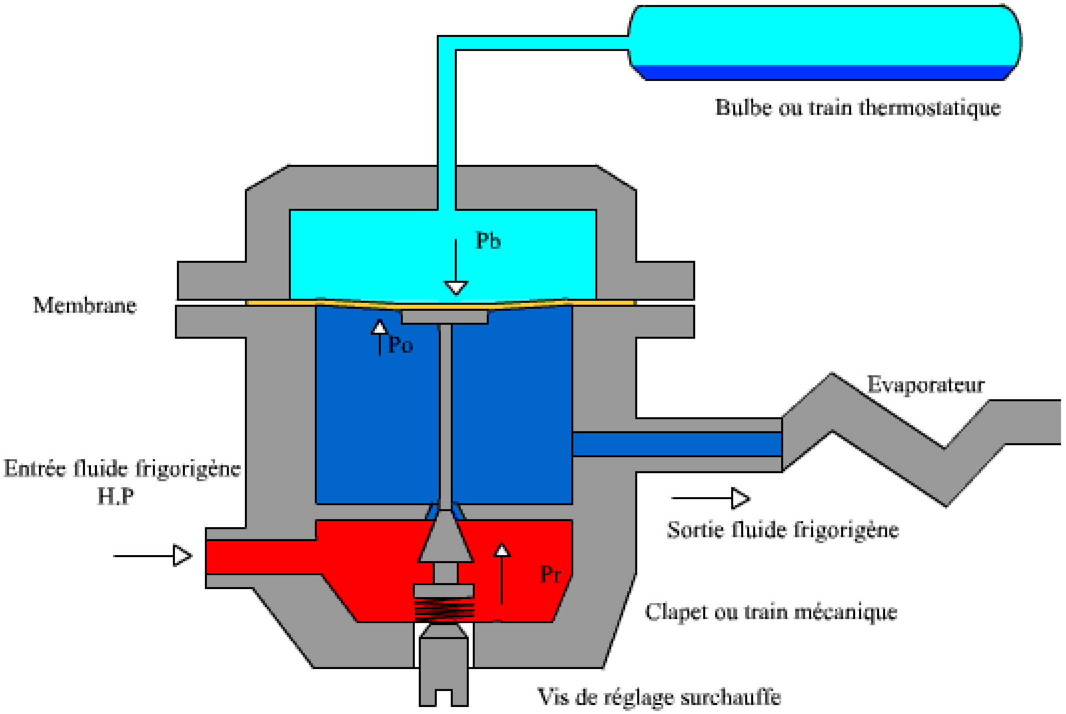
3. Exemples

Sauf cas exceptionnel, les variations d’énergie cinétique et potentielle de pesanteur sont négligées.

Compresseur : une partie mobile apporte du travail w_u, ce qui fait monter la pression et la température.

Approximation courante : on considère la transformation adiabatique $q = 0$

$$\Delta h = w_u$$



Détendeur : étranglement

Pas de parties mobiles $w_u = 0$, et le transfert thermique est négligeable $q = 0$.

$$\Delta h = w_u + q = 0$$

$h = cte$, la transformation est isenthalpique

Echangeur thermique

Sortie d'eau

Entrée d'eau

Pas de parties mobiles donc $w_u = 0$.
L'eau qui circule transfère de l'énergie thermique vers l'air donc $q < 0$.

Chaudière à gaz :

$w_u > 0$ et $q > 0$ pour mettre en mouvement l'eau et la chauffer.

q est apportée par la combustion d'un gaz.

$$\Delta h = q$$

$$c_p(T_s - T_e) = q$$ avec c_p la capacité thermique de l'eau qui circule

$$D_m c_p(T_s - T_e) = P_{th}$$

4. Activité expérimentale : chauffage à reflux

Intérêt de ce montage : porter un milieu réactionnel à une température élevée pour améliorer la cinétique, sans pertes par évaporation.

Réfrigérant à boules

Ballon contenant le milieu réactionnel

Chauffe-ballon électrique

Sortie d’eau chaude (évier)

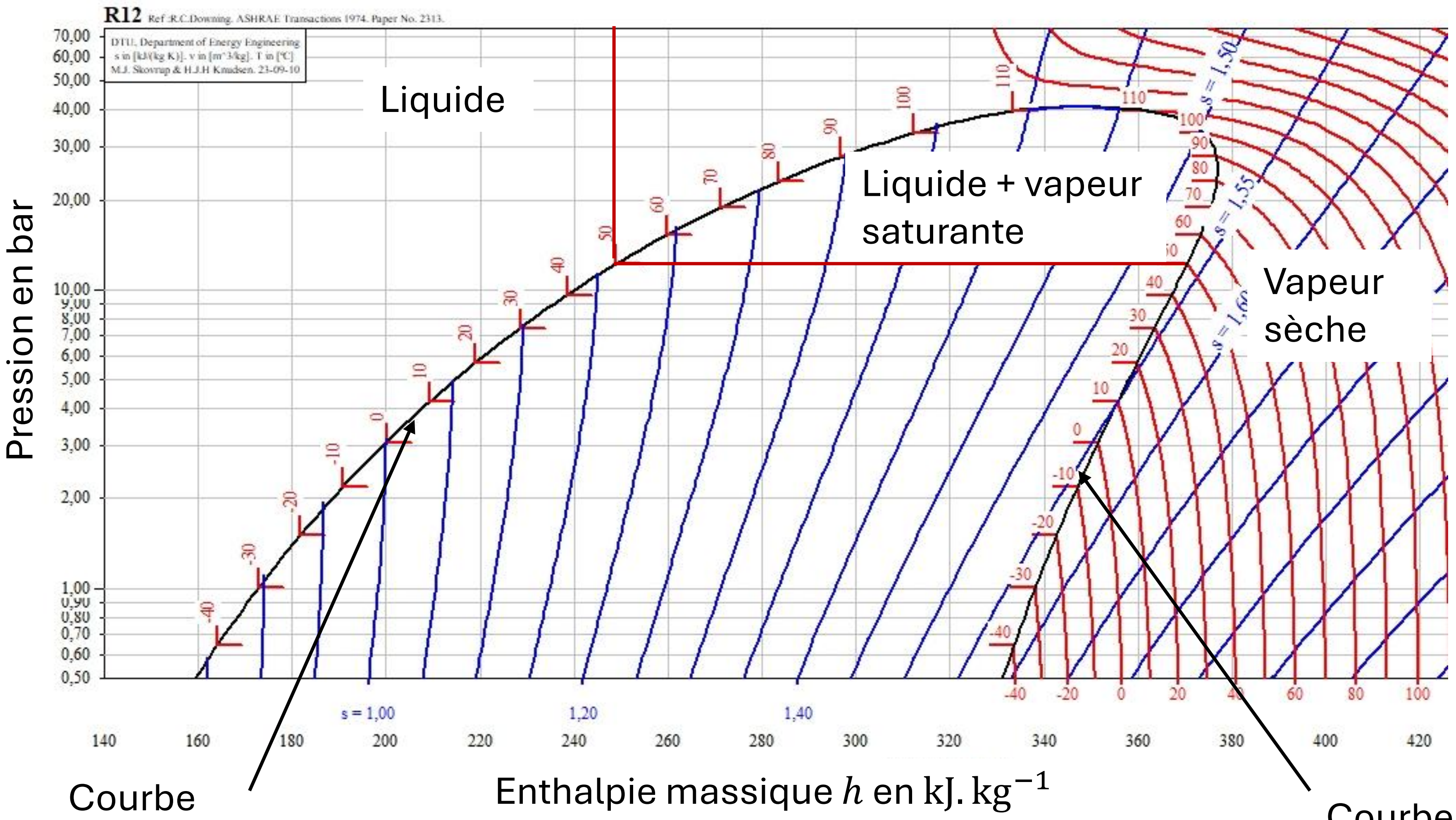
Entrée d’eau froide (robinet)

Travail demandé :

- Remplir le ballon d'eau au tiers, ajouter quelques grains de pierre ponce
- Mettre le chauffage du chauffe-ballon au maximum.
- Lancer le réfrigérant à eau, avec un petit débit. Mesurer la température d'entrée et le débit.
- Observer l'évolution de la température de sortie au cours du temps.
- Par application du premier principe industriel, calculer la puissance thermique reçue par l'eau qui circule dans le réfrigérant.
- En déduire la masse d'eau condensée par le réfrigérant par seconde, puis en 30 minutes de fonctionnement.
- Augmenter un petit peu le débit et interpréter l'évolution de la température de sortie.

- Données : capacité thermique massique $\mathrm{c} = 4{,}2\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$
  enthalpie massique de vaporisation $L_v = 2{,}1\ \mathrm{MJ.kg^{-1}}$

5. Diagramme pression-enthalpie massique



Isothermes $T = cte$
T en °C

Isentropiques $s = cte$
s en $\mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$

Verticales = isenthalpiques $h = cte$

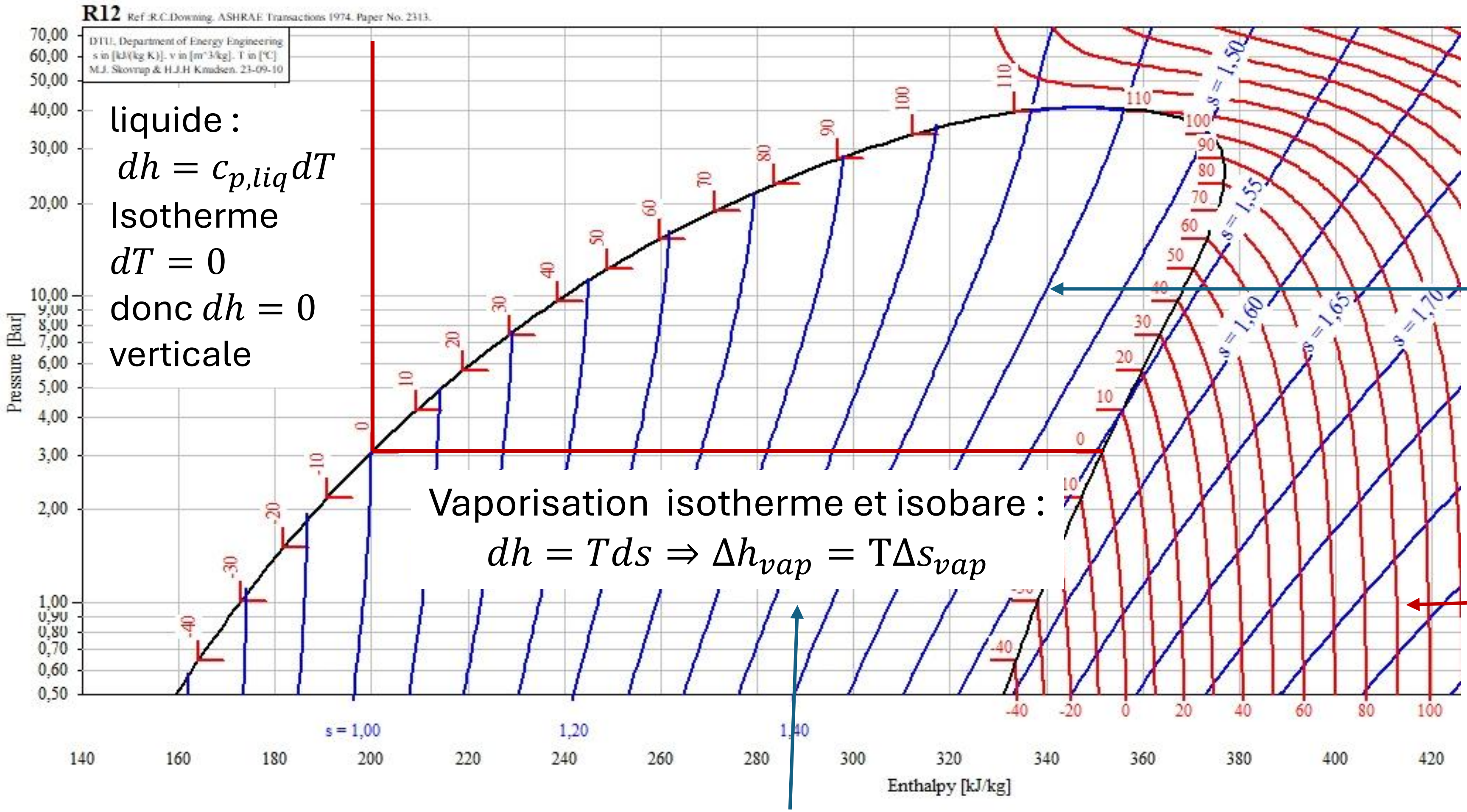
Horizontales = isobares $P = cte$

Courbe d'ébullition :
1ère bulle de vapeur saturante

Courbe de rosée :
100% vapeur saturante

2ème identité thermodynamique $dH = TdS + VdP$

en massique $dh = Tds + vdP$



liquide :
$dh = c_{p,liq}dT$
Isotherme
$dT = 0$
donc $dh = 0$
verticale

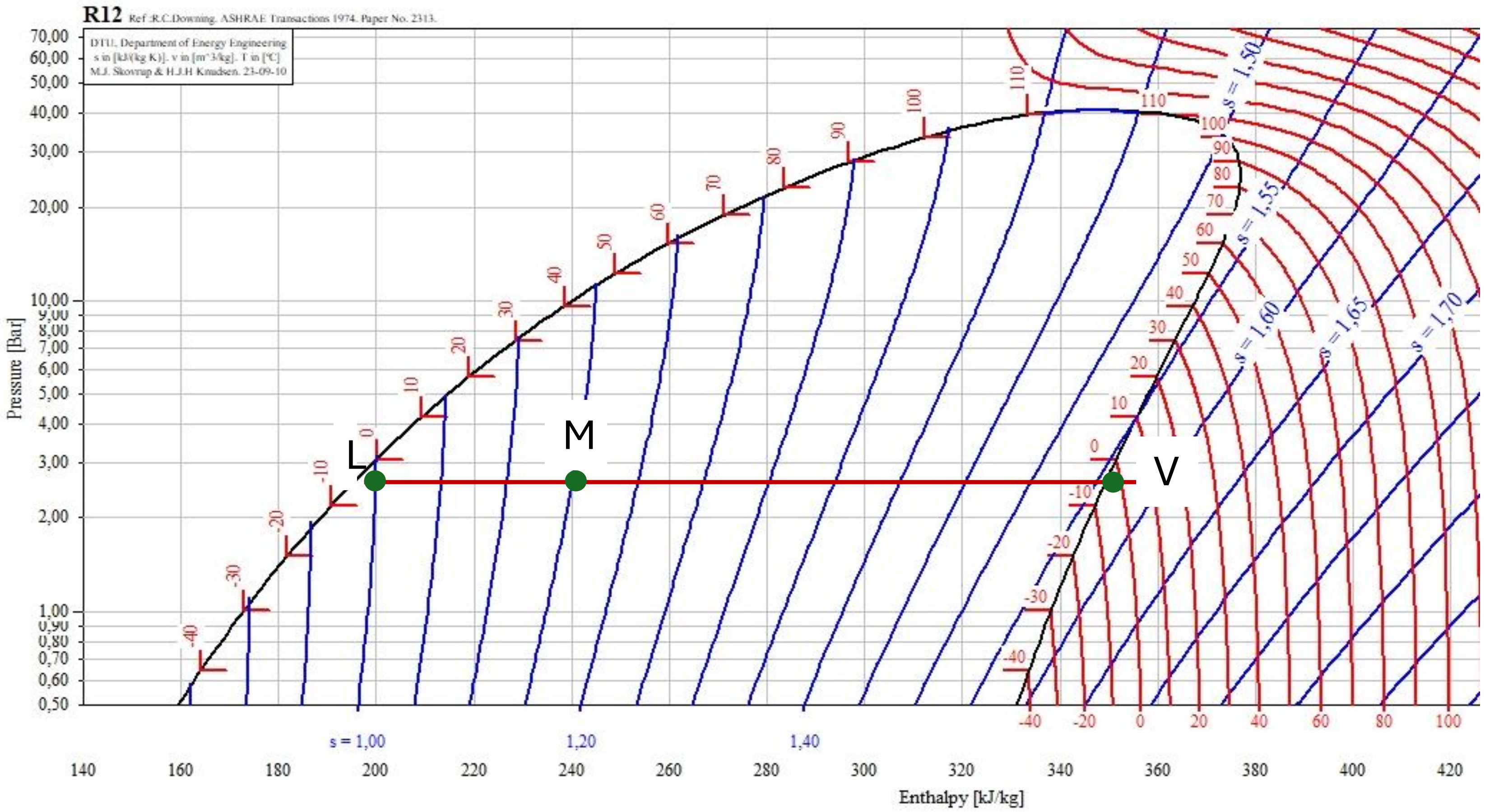
Isentropiques :
$ds = 0$
$dh = vdP \Rightarrow \frac{dP}{dh} = \frac{1}{v} > 0$

Vaporisation isotherme et isobare :
$dh = Tds \Rightarrow \Delta h_{vap} = \mathrm{T}\Delta s_{vap}$

Gaz parfait : $dh = c_{p,gaz}dT$
+ isotherme $dT = 0$
$dh = 0$, verticale

Vérification : $\Delta h_{vap}(273K) = 350 - 200 = 150\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$
$\mathrm{T}\Delta s_{vap} = 273 \times (1{,}55 - 1{,}02) = 144\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$

Théorème des moments



Titre massique en vapeur en un point M de la zone diphasée :

$$\boxed{x = \frac{h_M - h_L}{h_V - h_L}} \approx 30\% \text{ sur cet exemple}$$

6. 2ème principe

Par application du second principe entre t et $t + dt$, on obtient

$$s_{\text{sortie}} - s_{\text{entrée}} = s_{\text{échangée}} + s_{\text{créée}}$$

$$\Delta s = s_e + s_c$$

$$\boxed{\Delta s = \frac{q}{T_{ext}} + s_c}$$

Variation d'entropie massique sortie - entrée

Entropie échangée reçue par un kg de fluide traversant l'élément de machine

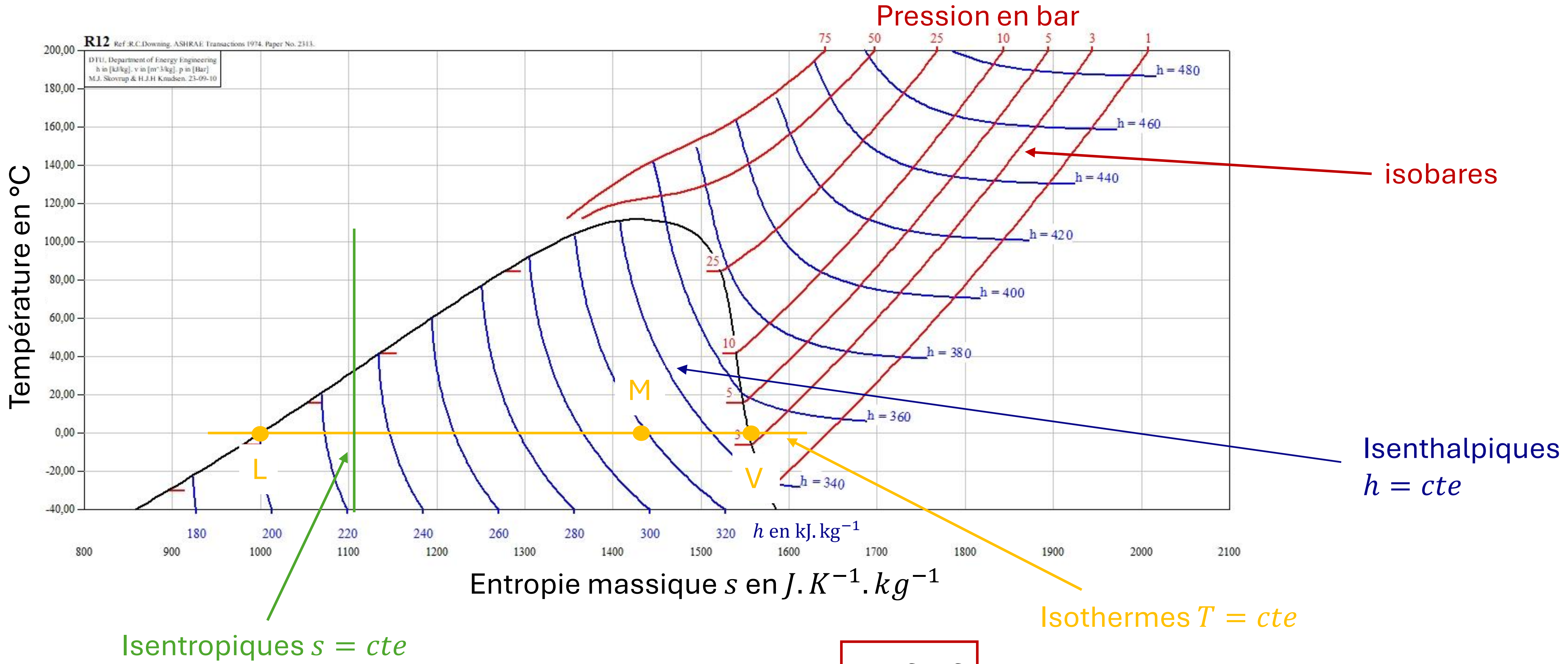
Entropie créée pour 1 kg de fluide traversant

Cas particulier : transformation adiabatique et réversible :

adiabatique $\Rightarrow q = 0 \Rightarrow s_e = 0$,   réversible $\Rightarrow s_c = 0$

$\Delta s = 0 \Rightarrow$ transformation isentropique $s = \text{cte}$

7. Diagramme Température-entropie massique



Titre en vapeur au point M ; $\boxed{x = \frac{s_M - s_L}{s_v - s_L}} \approx 70\%$ ici