

Interro de cours diffusion thermique

On modélise la diffusion de la chaleur dans une tige métallique de section S et de longueur L , le long de l'axe des x . Le matériau est homogène, de masse volumique ρ , de capacité thermique massique c et de conductivité thermique λ .

1. Donner la relation entre le flux thermique $\Phi(x, t)$ et la densité de flux thermique $j(x, t)$. Donner les unités de ces deux grandeurs physiques.
2. Énoncer la loi de Fourier à 1D. En déduire l'unité de λ .
3. On considère une tranche de section S , entre x et $x + dx$. On note $T(x, t)$ la température de la tranche à l'instant t .
 - a. Donner l'expression du transfert thermique δQ_x entrant dans la tranche en x pendant la durée dt . De même, donner l'expression du transfert thermique δQ_{x+dx} sortant de la tranche en $x + dx$ pendant la durée dt . Faire un schéma, et y représenter la barre, la tranche et les transferts thermiques.
 - b. Appliquer le premier principe de la thermodynamique à la tranche entre t et $t + dt$. Montrer que

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial j}{\partial x}$$

- c. Montrer que la température vérifie une équation aux dérivées partielles de la forme

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Identifier D en fonction des propriétés du matériau. Déterminer l'unité de D .

4. Donner l'expression du temps caractéristique τ du régime transitoire thermique dans cette barre.