DS 1 physique TSI2

1 Exercices d'optique géométrique

1.1 Observation d'une bougie

On rappelle qu'un oeil peut être modélisé par une lentille convergente (le cristallin) et un écran (la rétine).

L'oeil d'un observateur est situé à 20 cm de la flamme d'une bougie, dont la taille est 3 cm. On admet que cet œil a une taille telle que la distance cristallin-rétine vaut 2 cm.

1. Calculer la taille angulaire en radians de la flamme de la bougie perçue depuis l'oeil.
2. Calculer la distance focale du cristallin dans cette situation.
3. Calculer la taille de l'image de la bougie sur la rétine.

Aide : formules de conjugaison et de grandissement γ, avec les notations habituelles : objet AB, image A'B', centre de la lentille O, distance focales f'.

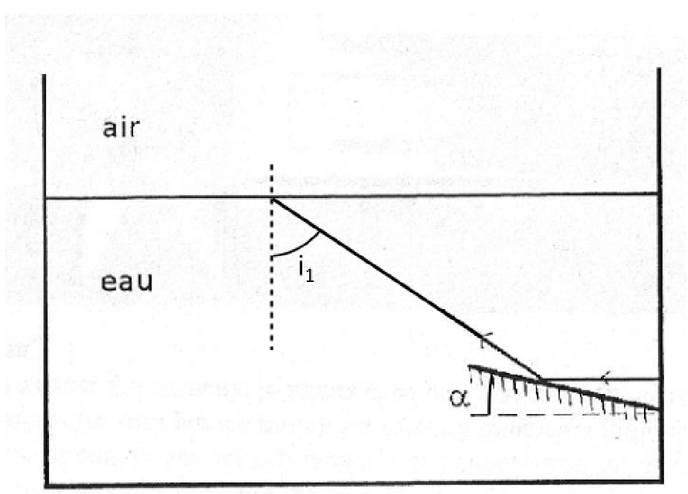
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Valeur numérique approchée : $\frac{20}{11} \approx 1,8$

1.2 Réflexion totale

1. Un rayon lumineux passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2, avec $n_1 > n_2$.
   Faire 3 schémas de réfraction, correspondant aux cas $i_1 < i_{1,lim}$; $i_1 = i_{1,lim}$; et $i_1 > i_{1,lim}$
   Indications : i_1 représente l'angle d'incidence par rapport à la normale, et $i_{1,lim}$ est l'angle d'incidence limite de réflexion totale. Le dioptre sera dessiné en trait plein, et les normales en pointillés. Les rayons lumineux doivent comporter des flèches indiquant le sens suivi par la lumière.
2. Donner la relation entre $i_{1,lim}$, n_1 et n_2.
3. On projette un rayon laser dans une cuve contenant de l'eau, et un miroir incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. La lumière est réfléchie par le miroir, et dirigée vers la surface de l'eau.

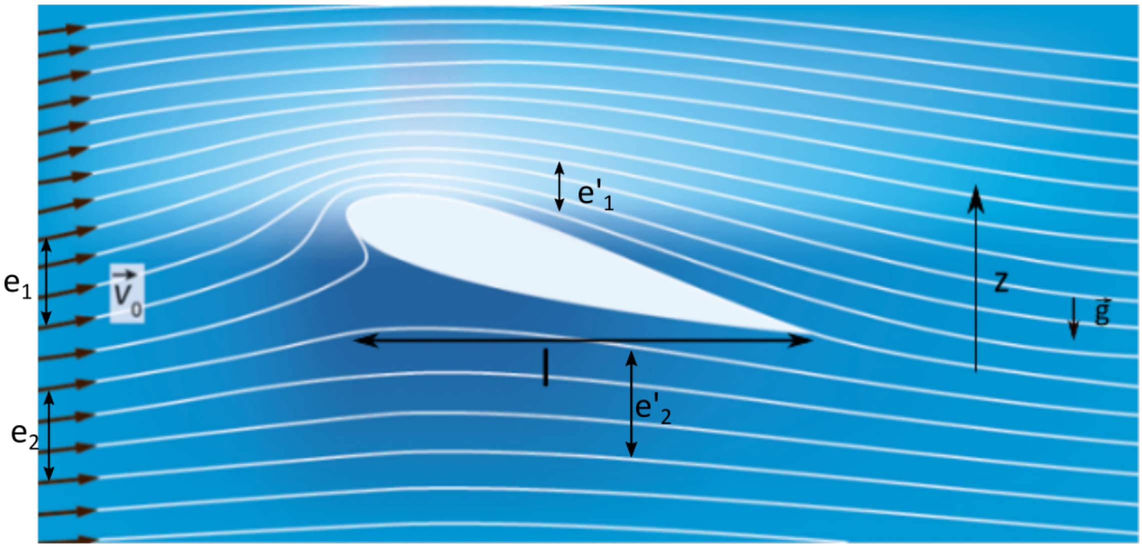


4. Déterminer la relation entre i_1 et α.
5. Y-a-t'il réflexion totale à la surface de l'eau ?

Données : indice de l'eau $n_1 = 1,33$ et celui de l'air $n_2 = 1,00$, $\arcsin(1/1,33) = 49°$.

2 A propos d'un avion

2.1 Portance



Le schéma ci-dessus montre les lignes de courant de l'écoulement autour d'une aile d'avion se déplaçant à $v_0 = 30$ m.s^{-1}, de longueur $L = 10$ m (perpendiculairement au plan du dessin), et de largeur $l = 2,0$ m (horizontalement sur le dessin). L'écoulement est stationnaire, incompressible et homogène, à la masse volumique $\rho_0 = 1,2$ kg.m^{-3} près du sol. Loin de l'aile, l'air est à la pression P_0. On se place dans le référentiel de l'avion. La pesanteur est $g \approx 10$ m.s^{-1}.

1. Définir de façon générale le débit volumique à travers un tube de courant. Quelle est son unité ? A quelle condition se conserve-t-il ? Donner son expression en fonction de la vitesse moyenne v et de la section S.

   On définit les deux tubes de courant suivants, de profondeur L :
   - Le premier passe au dessus de l'aile. Son épaisseur passe de e_1 à e_1'. La vitesse d'entrée est v_0, et la vitesse de sortie est v_1.
   - Le second passe en dessous de l'aile. Son épaisseur passe de e_2 et e_2'. La vitesse d'entrée est v_0, et la vitesse de sortie est v_2.

2. Déterminer en justifiant l'expression de v_1 en fonction de v_0, e_1 et e_1'.
3. De même, déterminer l'expression de v_2 en fonction de v_0, e_2 et e_2'.
4. À l'aide de mesures à la règle effectuées sur la figure, et des relations précédentes, déterminer les valeurs numériques de v_1 et v_2.

   Pour la suite, on prendra pour valeurs $v_1 = 2v_0$ et $v_2 = v_0$

5. Énoncer la relation de Bernoulli, ainsi que ses hypothèses de validité. Dans l'air, on néglige le terme de pesanteur.
6. Exprimer la pression au dessus de l'aile (notée P_1) en fonction de P_0, ρ_0, v_0 et v_1.
7. De même déterminer la pression en dessous de l'aile (notée P_2) en fonction de P_0, ρ_0 et v_2.

8. Exprimer la force de pression sur l'aile $\vec{F}_p$, appelée portance, en fonction de P_1, P_2, l, L et du vecteur unitaire $\vec{u}_z$.
9. A l'aide des questions précédentes, montrer que

$$||\vec{F}_p|| = \frac{3}{2}\rho_0 v_0^2 lL$$

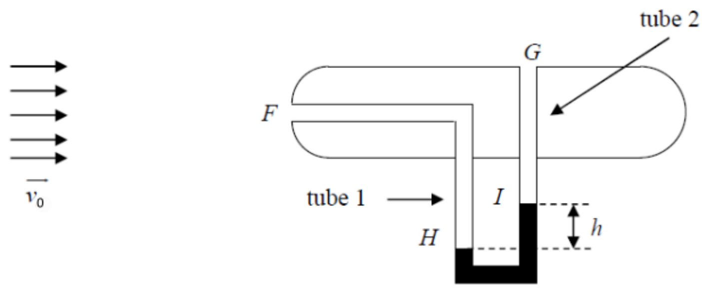
10. Faire l'application numérique de la norme de la portance.
11. L'avion a une masse de $3,0.10^3$ kg. Peut-il décoller à cette vitesse ?
12. On cherche à évaluer la masse volumique de l'air ρ en fonction de l'altitude z, dans le modèle de l'atmosphère isotherme, à la température T_0. On note M la masse molaire de l'air. À l'aide du principe fondamental de la statique des fluides, et de la relation des gaz parfaits, montrer que

$$\frac{d\rho}{dz} + \frac{\rho}{H} = 0$$

avec H une hauteur caractéristique à identifier.
13. En déduire l'expression de $\rho(z)$ en fonction de la masse volumique au sol ρ_0, H et z.
14. Calculer l'altitude à laquelle la portance compense le poids lorsque l'avion vole à la vitesse $v_0 = 30$ m.s^{-1}. Données : $H = 10$ km ; $\ln(1,2 \times 0,9) = 0,077$

2.2 Mesure de vitesse

Pour mesurer la vitesse de l'avion v_0, le pilote utilise un tube de Pitot :

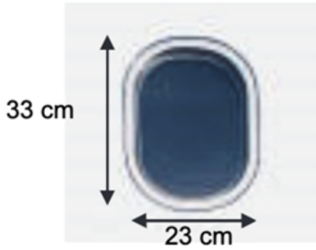


1. Justifier que l'on peut considérer que $v_F = 0$ m.s^{-1} et $v_G = v_0$.
2. À l'aide de la relation de Bernoulli, appliquée à deux lignes de courant distinctes, exprimer la relation entre la vitesse de l'avion v_0, la différence de pression $P_F - P_G$ et la masse volumique ρ_0. Indications : on suppose qu'on est près du sol : la masse volumique est ρ_0. Dans l'air on néglige les variations de pression dues à une petite différence d'altitude.
3. On note μ la masse volumique du liquide. En justifiant, donner la relation entre P_H, P_I, μ, g et h.
4. Déduire des résultats précédents la relation entre ρ_0, v_0, μ, g, h.
5. Si on vole à haute altitude à la même vitesse v_0, la valeur de h lue est-elle plus grande ou plus petite que lors d'un vol à basse altitude ? Justifier.

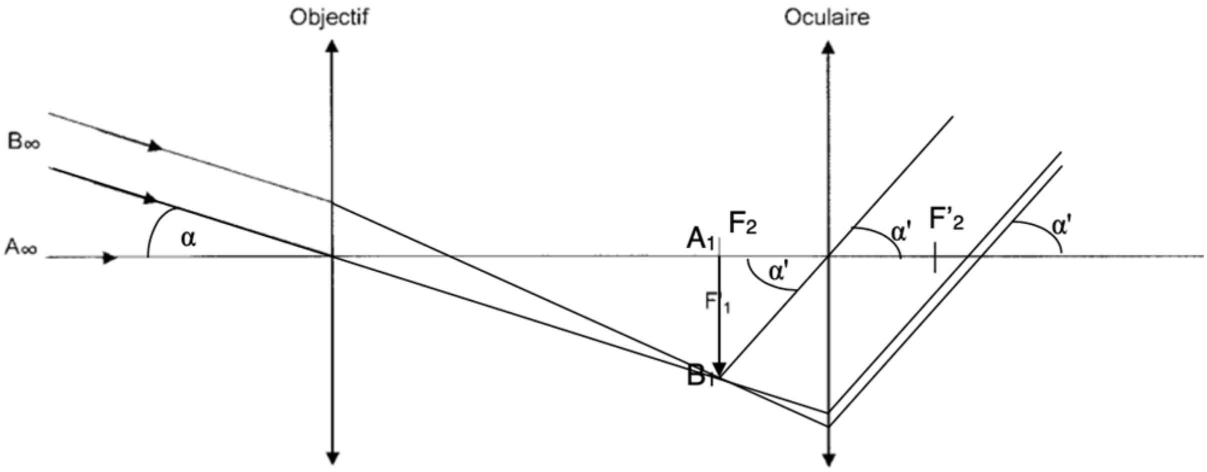
2.3 Observation à travers une lunette

- un observateur peut distinguer deux points différents A et B d'un objet si l'angle α sous lequel ces deux points sont vus depuis le point d'observation (voir figure ci-dessous) est supérieur ou égal à $3{,}0\times10^{-4}$ rad ;

- approximation dans le cas des petits angles (α << 1 rad) : $\tan(\alpha) = \alpha$;
- quelques données concernant un avion A312 :
  - longueur de l'avion : L = 44,5 m ;
  - altitude de vol de croisière de l'avion : h = 10,4 km ;
  - vitesse de vol de croisière de l'avion : v_c = 863 km·h^{-1} ;
  - hublot de l'avion A312 :



L'avion vole quasiment à la verticale de l'observateur et se trouve donc à la distance h de celui-ci. L'avion est observé à travers une lunette, sans accomoder. Sur le schéma ci-dessous, les extrémités avant et arrière de l'avion observé sont respectivement modélisées par les points A_∞ et B_∞, situés à une très grande distance de l'observateur. On définit le grossissement de la lunette $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$. Les distances focales de l'objectif et de l'oculaire sont $f_1' = 3,0$ m et $f_2' = 9,0$ cm.



1. Expliquer pourquoi, dans une lunette, le foyer image de l'objectif F_1' est confondu avec le foyer objet de l'oculaire F_2.
2. Montrer que, dans les conditions de Gauss, $\alpha = \frac{A_1B_1}{f_1'}$.
3. De même, obtenir la relation entre α', A_1B_1 et f_2'.
4. Montrer que $G = \dfrac{f_1'}{f_2'}$. Faire l'application numérique.
5. Peut-on distinguer l'avant et l'arrière de l'avion en l'observant à l'oeil nu ?
6. Peut-on distinguer un hublot en observant l'avion à travers la lunette ?