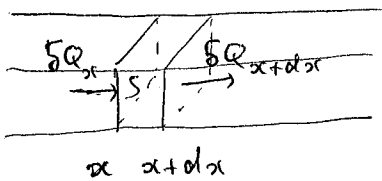


DS 3 corrigé

1) Diffusion thermique à travers un igloo

1. Loi de Fourier $\vec{j} = -\lambda \text{grad } T$ avec $\vec{j}$ la densité de flux thermique en $\text{Watt} \cdot \text{m}^{-2}$. Elle modélise le transfert thermique du chaud vers le froid.

2.



Entre t et $t+dt$,

$$\delta Q_x = \Phi(x, t) dt = j(x, t) S dt$$
$$\delta Q_{x+dx} = \Phi(x+dx, t) dt = j(x+dx, t) S dt$$

1^{er} principe infinitésimal:

$$dU = \delta Q_x - \delta Q_{x+dx}$$

3

$$\rho S dx c (T(x, t+dt) - T(x, t)) = [j(x, t) - j(x+dx, t)] S dt$$

$$\rho c \frac{T(x, t+dt) - T(x, t)}{dt} = - \frac{j(x+dx, t) - j(x, t)}{dx}$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial j}{\partial x}$$

3. Loi de Fourier 1D: $j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$

donc $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)$

2

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} \quad \text{avec } D = \frac{\lambda}{\rho c}$$

Par analyse dimensionnelle de l'équation $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, on obtient

$$\frac{[K]}{[s]} = D \frac{[K]}{[m]^2} \Rightarrow \boxed{D = [m]^2 [s]^{-1}}$$

4. $\tau = \frac{L^2}{D}$ est le temps caractéristique d'établissement du régime stationnaire dans le matériau.

5. $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

En régime stationnaire, $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow D \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$

2 $\frac{dT}{dx} = A \quad T(x) = Ax + B$

Conditions aux limites:

$T(x=0) = T_1 = B$ et $T(x=L) = AL + T_1 = T_2 \Rightarrow A = \frac{T_2 - T_1}{L}$

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$$

6. $\Phi_{12} = jS = -\lambda \frac{dT}{dx} S = \lambda \frac{(T_1 - T_2)}{L} S$

1,5 $\Rightarrow \boxed{T_1 - T_2 = \frac{L}{\lambda S} \Phi_{12}} \quad \boxed{R_{th} = \frac{L}{\lambda S}}$

7. $U = RI$ électrique

1 $\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \Delta T & R_{th} & \Phi_{12} \end{matrix}$ thermique

8. $\Phi_{sf} = hS'(T_s - T_f) \Rightarrow T_s - T_f = \frac{1}{hS'} \Phi_{sf}$

1,5 On identifie $\boxed{R_{cc} = \frac{1}{hS'}}$

9. Si on tasse les blocs, la masse volumique augmente, et donc la conductivité thermique augmente d'après la courbe.

1,5 La résistance thermique diminue, donc l'isolation est moins bonne

10. Pour $\rho = 200 \text{ kg.m}^{-3}$, on lit $\lambda = 0,13 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

2,5
$$R_{th} = \frac{0,130}{2\pi \cdot 0,13 \cdot 1,5(1,8)} \approx \frac{3 \cdot 10^{-1}}{1,5 \times 6,3 \cdot 0,13 \cdot 1,8} = \frac{2 \cdot 10^{-1}}{6,3 \cdot 1,3 \cdot 10^{-1} \cdot 1,8} = \frac{2}{15}$$

$$R_{th} = \frac{20}{15} \cdot 10^{-1} = \frac{4}{3} \cdot 10^{-1} = 1,3 \cdot 10^{-1} = 0,13 \text{ K.W}^{-1}$$

11. le flux thermique passe de l'air intérieur à l'air extérieur.

1 L'association est en série.

12. $h_e > h_i$ à cause du vent.

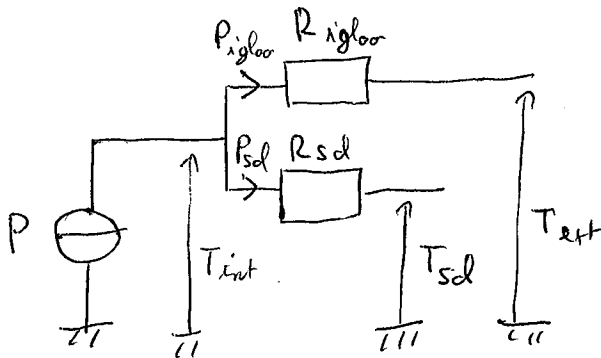
13. $R_{igloo} = R_{cc,ext} + R_{th} + R_{cc,int}$

1,5
$$= \frac{1}{h_e S_e} + \frac{L}{2\pi \lambda n_i (n_i + L)} + \frac{1}{h_i S_i} \quad S_e = 2\pi n_e^2 \quad S_i = 2\pi n_i^2$$

$$R_{igloo} = \frac{1}{h_e 2\pi (n_i + L)^2} + \frac{L}{2\pi \lambda n_i (n_i + L)} + \frac{1}{h_i 2\pi n_i^2}$$

14.

1,5



La des maëuds: $P = P_{igloo} + P_{sol}$

La's d'ohm: $T_{int} - T_{sol} = R_{sol} P_{sol}$
 $T_{int} - T_{ext} = R_{igloo} P_{igloo}$

15. Résolution: $P = P_{igloo} + P_{sol} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{igloo}} + \frac{T_{int} - T_{sol}}{R_{sol}} = P$

$$\Rightarrow T_{int} \left(\frac{1}{R_{igloo}} + \frac{1}{R_{sol}} \right) = P + \frac{T_{ext}}{R_{igloo}} + \frac{T_{int}}{R_{sol}}$$

3

$$\Rightarrow T_{int} \frac{R_{sol} + R_{igloo}}{R_{sol} R_{igloo}} = P + \frac{T_{ext} R_{sol} + T_{int} R_{igloo}}{R_{igloo} R_{sol}} \Rightarrow T_{int} = \frac{P R_{igloo} R_{sol} + T_{ext} R_{sol} + T_{int} R_{igloo}}{R_{igloo} + R_{sol}}$$

16. Application numérique :

$$T_{int} = \frac{300 \cdot 0,15 \cdot 1,3 - 40 \cdot 1,3 - 20 \cdot 0,15}{0,15 + 1,3}$$

2

$$T_{int} = \frac{(3 \times 15 - 40) 1,3 - 3}{1,45} = \frac{5 \times 1,3 - 3}{1,45} = \frac{3,5}{1,45} = \boxed{2,4^\circ \text{C} = T_{int}}$$

C'est une température trop basse pour dormir.

05 En pratique, des couvertures, des peaux... viennent renforcer les résistances thermiques.

2. Atterissage du robot Persévérance sur Mars.

1. Énergie cinétique au point A:

$$E_{cA} = \frac{1}{2} m v_A^2$$

2. $\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

3. $\Delta E_c = \frac{1}{2} 3000 (160^2 - 420^2) = 1500 \times (-1,5 \cdot 10^5) \text{ J}$

4. $\Delta E_c = -15 \times 15 \times 10^6 \text{ J} = -225 \text{ MJ}$

5. Théorème de l'énergie cinétique: $\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F})$

6. $W_{AB}(\vec{P}) = +mgh$ avec h différence d'altitude positive
car mouvement descendant: le poids est moteur.

7. $W_{AB}(\vec{P}) = 3000 \cdot 3,7 \cdot (10,6 - 7,5) \cdot 10^3$

$$W_{AB}(\vec{P}) = 3 \cdot 3,7 \cdot 3,1 \cdot 10^6$$

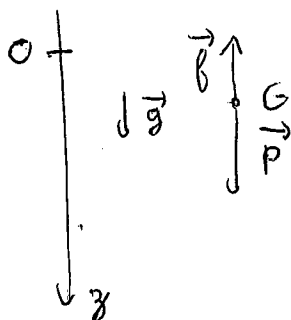
$$W_{AB}(\vec{P}) = 34 \text{ MJ}$$

8. Dans le théorème de l'énergie cinétique:

$$\Delta E_c = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{f})$$

9. $\Rightarrow W_{AB}(\vec{f}) = \Delta E_c - W_{AB}(\vec{P}) = -225 - 34 = -259 \text{ MJ} = W_{AB}(\vec{f})$

10.



11. Il y a une force de frottement, donc il ne s'agit pas d'une chute libre.

9. Seconde loi de Newton :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - h\vec{v} \quad \text{et} \quad \vec{v} = v\vec{e}_z$$

sur z : $m \frac{dv}{dt} = mg - hv$

2

$$\frac{dv}{dt} + \underbrace{\frac{h}{m}}_a v = \underbrace{g}_b$$

$$a = \frac{h}{m}$$

$$b = g$$

10. $v(t) = A e^{-\frac{h}{m}t} + \frac{mg}{h}$

$$v(t=0) = v_A = A + \frac{mg}{h} \Rightarrow A = v_A - \frac{mg}{h}$$

2

$$v(t) = \left(v_A - \frac{mg}{h} \right) e^{-\frac{h}{m}t} + \frac{mg}{h}$$

11. La vitesse limite est obtenue par $\frac{dv}{dt} = 0$ dans l'équation différentielle :

1
$$v_{\text{lim}} = \frac{mg}{h}$$

12. $\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{30 \cdot 10^9} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}.$

1

13. L'aller et retour correspond à une distance parcourue $2H$ par l'onde. La durée associée est Δt , et la vitesse est c .

1,5

On a donc $2H = c \Delta t \Rightarrow H = \frac{c \Delta t}{2}$

14. Le bouchon thermique est largué à une altitude $H = 10 \text{ km}.$

15. Donc $\Delta t = \frac{2H}{c} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-4} \text{ s} = \boxed{0,66 \cdot 10^{-4} \text{ s} = \Delta t}$

3. Contrôle actif du bruit dans une conduite

1. le contrôleur dispose de la durée $\Delta t_{\text{calcul}} = \frac{L}{c} - \frac{l}{c}$

2

↙

temps
de parcours
du bruit

↓

temps
par lequel l'onde
émise en B
atteint le point A.

2. Condition d'interférences destructives $\Delta \phi = (2m+1)\pi$.

1

point A

2 pts de plus

