

DS4 - Corrigé

1) Pompe à chaleur.

2 1. Voir en fin d'exercice

2 2. La loi de Laplace s'applique lors d'une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait.

Elle s'écrit $PV^\gamma = \text{cte}$. Or $V = \frac{nRT}{P}$, donc $P \left(\frac{nRT}{P} \right)^\gamma = \text{cte} \Rightarrow \boxed{P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}}$

3. $A \rightarrow B$ est adiabatique et réversible

$$P_A^{1-\gamma} T_A^\gamma = P_B^{1-\gamma} T_B^\gamma \Rightarrow T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_A \alpha^b$$

$$b = \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{1,5-1}{1,5} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \quad T_B = 283 \cdot 5^{\frac{1}{3}} = \boxed{483 \text{ K} = T_B}$$

3

$C \rightarrow D$ est adiabatique et réversible dans la turbine.

$$P_C^{1-\gamma} T_C^\gamma = P_D^{1-\gamma} T_D^\gamma \Rightarrow T_D = T_C \left(\frac{P_C}{P_D} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C \alpha^{-b}$$

$$T_D = 298 \cdot 5^{-\frac{1}{3}} = \boxed{174 \text{ K} = T_D}$$

4. 1^{er} PV: $\Delta U_{AB} = W_{AB} + \underbrace{Q_{AB}}_0 = W_{AB} = \Delta U_{AB} = C_V (T_B - T_A) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_B - T_A)$

car
adiabatique $W_{AB} = \frac{10 \cdot 8,31}{0,5} (483 - 283) = \boxed{33,2 \text{ kJ} = W_{AB}}$

2

De même par CD: $W_{CD} = \Delta U_{CD} = C_V (T_D - T_C) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_D - T_C)$

$$W_{CD} = \frac{10 \cdot 8,31}{0,5} (174 - 298) = \boxed{-20,6 \text{ kJ} = W_{CD}}$$

5. Travail des forces de pression:

$$W = - \int_I^F P dV = - P (V_F - V_I) = - PV_F + PV_I = - nRT_F + nRT_I = nR (T_I - T_F)$$

isobare

$$W_{\text{isobare}} = - nR (T_F - T_I)$$

3

$$W_{BC} = - nR (T_C - T_B) = - 10 \cdot 8,31 (298 - 483) = \boxed{15,4 \text{ kJ} = W_{BC}}$$

$$W_{DA} = - nR (T_A - T_D) = - 10 \cdot 8,31 (283 - 174) = \boxed{-9,1 \text{ kJ} = W_{DA}}$$

6. L'efficacité d'une pompe à chaleur est définie par

$$\epsilon = - \frac{Q_c}{W} \quad \text{avec } Q_c \text{ le transfert thermique reçu par le gaz de la part de la source chaude.}$$

La + haute température atteinte est T_B . Le gaz se refroidit entre B et C, c'est au cours de l'étape BC que la source chaude est chauffée.

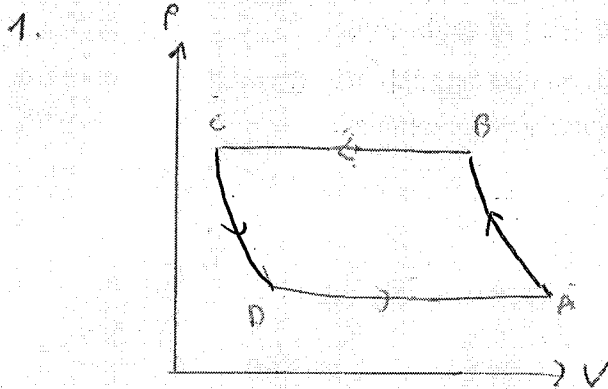
7. $\epsilon = - \frac{Q_{BC}}{W}$ W est connu.

18 pp à l'étape BC.

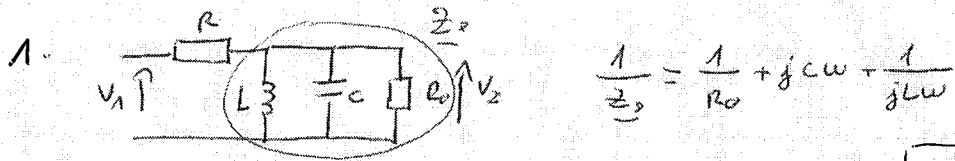
2. $\Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} \Rightarrow Q_{BC} = \frac{mR}{\gamma-1} (T_C - T_B) - W_{BC} = \frac{10 \cdot 8,3}{0,5} (298 - 483) - 15400$

$$Q_{BC} = -46,1 \text{ kJ}$$

1. 8. $\epsilon = \frac{46,1}{33,2 - 20,6 + 15,4 - 9,1} = 2,4 = \epsilon$



2 Oscillateur à RLC



3

$$\underline{H_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_p}{R + Z_p} = \frac{1}{1 + \frac{R}{Z_p}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_0} + j\omega RC + \frac{R}{jL\omega}} = \boxed{\frac{1}{1 + \frac{R}{R_0} + j\left(RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)}} = \underline{H_1}$$

1

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pour } \omega \rightarrow +\infty, \underline{H_1} \rightarrow 0 \\ \text{Pour } \omega \rightarrow 0, \underline{H_1} \rightarrow 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{pass-bande}$$

2. Rétroaction négative $\Rightarrow$ régime linéaire

2,5

$$\begin{aligned} V^+ &= V^- \\ V^+ &= V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_3 \Rightarrow \underline{H_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \\ V^- &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_3 \end{aligned}$$

Il s'agit du montage amplificateur non inverseur.

1,5 3. $V_3 = V_1$
Critère de Barkhausen: $\underline{H_1} \underline{H_2} = 1$

Argument: $\arg(\underline{H_1}) + \arg(\underline{H_2}) = \arg(1)$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $0 \quad 0$ car réels > 0.

donc $\arg(\underline{H_1}) = 0$ donc $\underline{H_1}$ est réelle, donc $RC\omega - \frac{R}{L\omega} = 0$

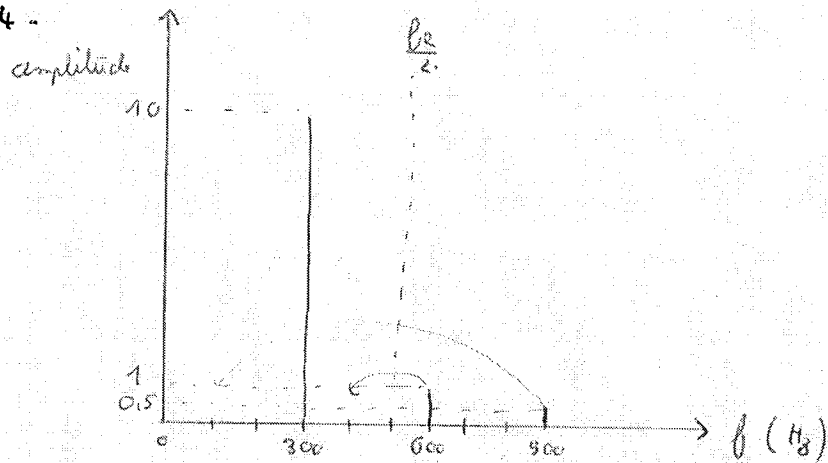
3

$$\Rightarrow C\omega = \frac{1}{L\omega} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Par cette valeur de ω on a, $\frac{R_1 + R_2}{R_1} \times \frac{1}{1 + \frac{R}{R_0}} = 1$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_0}{R_0 + R} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_0 + R}{R_0} = 1 + \frac{R}{R_0} \Rightarrow \boxed{\frac{R_2}{R_1} = \frac{R}{R_0}}$$

4.



2

le premier pic domine, mais n'est pas seul. le signal n'est donc pas sinusoïdal mais pas trop loin de l'être.

5. Critère de Shannon: il faut choisir une fréquence d'échantillonnage

1.5

$$f_e > 2 f_{\max} = 1200 \text{ Hz}$$

6. Pour $f_e = 1000 \text{ Hz}$, donc $f_e/2 = 500 \text{ Hz}$,

1.5

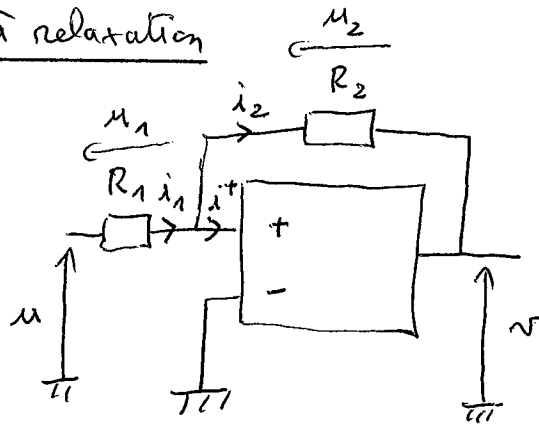
le pic à 600 Hz est replié à 400 Hz.
le pic à 900 Hz est replié à 100 Hz.

 $f_e - f$

3) Oscillateur à relaxation

1- Comparateur à hystérésis

a. le montage comprend une rétroaction positive, donc fonctionne en régime saturé.



b. Laides nœuds à l'entrée + : $i_1 = i^+ + i_2$

ALI idéal : $i^+ = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{\mu_1}{R_1} = \frac{\mu_2}{R_2}$

$$\Rightarrow \frac{\mu - v^+}{R_1} = \frac{v^+ - v}{R_2} \Rightarrow v^+ \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) = \frac{\mu}{R_1} + \frac{v}{R_2}$$

$$\Rightarrow v^+ = \frac{\frac{\mu}{R_1} + \frac{v}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

et $v^- = 0$

donc $\varepsilon = v^+$

c. $v = V_{sat} \Rightarrow \varepsilon > 0 \Rightarrow v^+ > 0 \Rightarrow \frac{\mu}{R_1} + \frac{V_{sat}}{R_2} > 0$

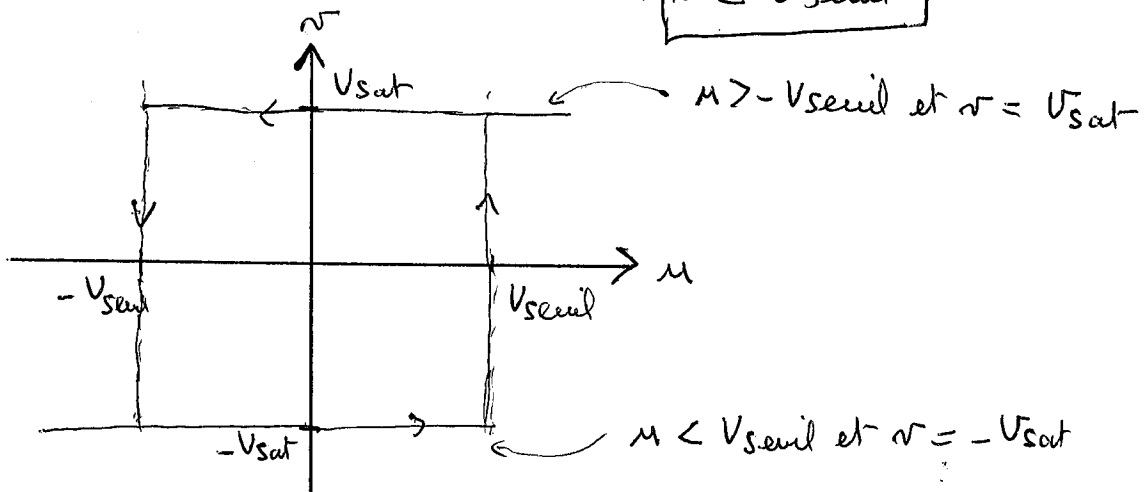
$$\Rightarrow \mu > -\frac{R_1}{R_2} V_{sat}$$

On identifie $V_{seuil} = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$

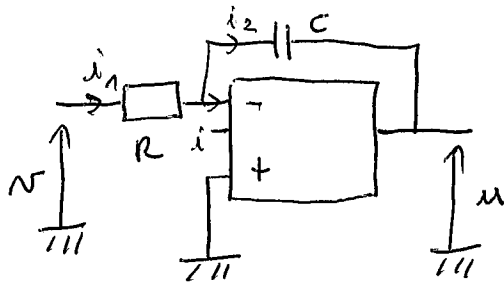
d. $v = -V_{sat} \Rightarrow \varepsilon < 0 \Rightarrow v^+ < 0$

$$\Rightarrow \frac{\mu}{R_1} + \frac{-V_{sat}}{R_2} < 0 \Rightarrow \mu < \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$$

$$\Rightarrow \mu < V_{seuil}$$



2. a.



La rétroaction est négative.

Le montage fonctionne en régime linéaire. $v^+ = v^-$.

Or, $v^+ = 0$, donc $v^- = 0$.

La des noeuds à l'entrée - : $i_1 = i^- + i_2$

AL1 idéal $\Rightarrow i^- = 0 \Rightarrow i_1 = i_2$.

2

$$\underline{i_1} = \underline{i_2} \Rightarrow \frac{\underline{v} - \underline{v}^-}{R} = \frac{\underline{v}^- - \underline{u}}{\frac{1}{j\omega C}} \quad v^- = 0$$

$$\frac{\underline{v}}{R} = -j\omega C \underline{u} \Rightarrow \boxed{jRC\omega \underline{u} = -\underline{v}}$$

1 b. En temporel : $\boxed{RC \frac{du}{dt} = -v(t)}$ car $j\omega u = \frac{du}{dt}$.

3. A $t=0$, $u(0) = V_{seuil}$ et $v = +V_{sat}$.

v reste à V_{sat} tant que $\epsilon > 0$.

2 $RC \frac{du}{dt} = -V_{sat} \Rightarrow \frac{du}{dt} = -\frac{V_{sat}}{RC} \Rightarrow u(t) = -\frac{V_{sat}}{RC} t + cte$

$u(0) = V_{seuil} = cte. \quad \boxed{u(t) = -\frac{V_{sat}}{RC} t + V_{seuil}}$

4. Lorsque $u(t_1) = -V_{seuil}$, v bascule à $-V_{sat}$.

$$-\frac{V_{sat}}{RC} t_1 + V_{seuil} = -V_{seuil}$$

2 $\Rightarrow \frac{V_{sat}}{RC} t_1 = 2 V_{seuil} \Rightarrow t_1 = 2 V_{seuil} \frac{RC}{V_{sat}} = 2 \frac{R_1}{R_2} V_{sat} \frac{RC}{V_{sat}}$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = 2 \frac{R_1}{R_2} RC}$$

5. Juste avant la bascule $t = t_1^-$: $u(t_1^-) = -V_{seuil}$, $u(t_1^+) = -V_{seuil}$

$v(t_1^-) = V_{sat}$, $v(t_1^+) = -V_{sat}$.

1

6. Pour $t > t_1$, $RC \frac{du}{dt} = +V_{sat}$

$$\frac{du}{dt} = \frac{V_{sat}}{RC} \Rightarrow u(t) = \frac{V_{sat}}{RC} t + cte$$

$$u(t_1^+) = -V_{seuil} = \frac{V_{sat}}{RC} t_1 + cte$$

3

$$\Rightarrow cte = -V_{seuil} - \frac{V_{sat}}{RC} t_1$$

$$u(t) = \frac{V_{sat}}{RC} (t - t_1) - V_{seuil}$$

Pour $t = t_2$, $u(t_2) = V_{seuil} = \frac{V_{sat}}{RC} (t_2 - t_1) - V_{seuil}$

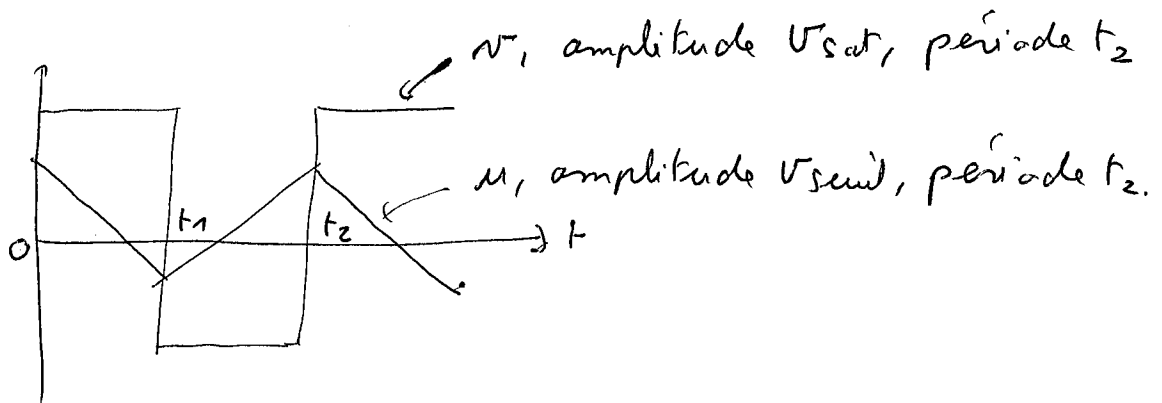
$$\Rightarrow \frac{V_{sat}}{RC} (t_2 - t_1) = 2 V_{seuil}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = 2 \frac{V_{seuil}}{V_{sat}} RC = 2 \frac{R_1}{R_2} RC$$

2

$$\Rightarrow t_2 = 4 \frac{R_1}{R_2} RC$$

7



2

4) Cogénération par centrale à vapeur.

4.1) Description du cycle thermo.

1. Pour un moteur $W_T < 0$ car le fluide cède son énergie à la turbine.

$Q_c > 0$ le fluide prend de l'énergie à la chaudière.

$Q_f < 0$ le fluide cède de l'énergie au condenseur.

2. La combustion a lieu dans la chaudière et non à l'intérieur d'un piston, comme dans un moteur à explosion.

3. $\eta = \frac{-W_T}{Q_c}$

4. Principes de la therm sur un cycle:

$$W_T + Q_c + Q_f = \Delta U = 0 \Rightarrow W_T = -Q_c - Q_f$$

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c = \Delta S = 0 \Rightarrow \frac{Q_f}{T_f} = -\frac{Q_c}{T_c} - S_c \Rightarrow \frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f}{Q_c} S_c$$

$$\eta = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = \boxed{1 - \frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f}{Q_c} S_c = \eta}$$

5. Pour une machine de Carnot, le fonctionnement est réversible, $S_c = 0$.

$$\boxed{\eta_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}}$$

AN: $\eta_c = 1 - \frac{300}{603} = 0,50$.

4.2) Diagramme des frigoriistes

1) D'après le deuxième principe industriel:

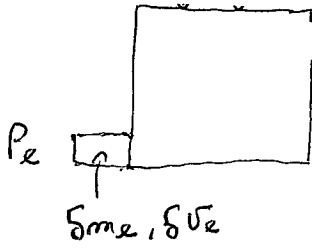
$$\Delta S = S_e + S_c$$

↓
0 si réversible

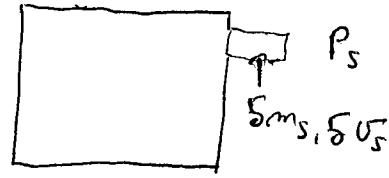
2
0
si adiabatique

$\Delta S = 0$ pour une adiabatique réversible, donc isentropique

3.



système à t



système à t + dt

Premier principe infinitésimal au système fermé :

$$dU = \delta W_{\text{pression}} + \delta W_u + \delta Q$$

En régime stationnaire, $dU = \delta m_s u_s - \delta m_e u_e$

$$\delta W_{\text{pression}} = \underbrace{P_e \delta V_e}_{\substack{\text{travail} \\ \text{positif} \\ \text{en entrée}}} - \underbrace{P_s \delta V_s}_{\substack{\text{travail} \\ \text{négatif} \\ \text{en sortie}}$$

5

Conservation du débit massique: $\delta m_e = \delta m_s = \delta m$

On remplace :

$$\delta m (u_s - u_e) = (P_e v_e - P_s v_s) \delta m + \delta W_u + \delta Q$$

$$u_s + P_s v_s - (u_e + P_e v_e) = \frac{\delta W_u}{\delta m} + \frac{\delta Q}{\delta m}$$

$$h_s - h_e = w_u + q$$

16 2. Doc réponse

4.3) Récupération de l'énergie thermique

1. Pour l'eau de chauffage $\Delta h = c_p (T_{\text{sortie}} - T_{\text{entrée}})$

1,5
$$\Delta h = c_p (T_d(x=L) - T_d(x=0))$$

2. 1^{er} pre industriel sous forme puissance à l'eau:

$$D_d c_p (T_d(x=L) - T_d(x=0)) = |P_\beta|$$

2
$$\Rightarrow D_d = \frac{|P_\beta|}{c_p (T_d(x=L) - T_d(x=0))} = \frac{1481 \cdot 10^3}{4,18 \cdot 10^3 (60 - 5)} = 5,44 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

3.
$$e_g = \frac{|P_H| + |P_\beta|}{|P_c|} = \frac{1056 + 1481}{2537} = 1$$

Ce résultat est prévisible car sur 1 cycle, $w_T + q_c + q_\beta = 0$
soit $q_c = -\overset{<0}{w_T} - \overset{<0}{q_\beta}$

2
$$|P_c| = |P_H| + |P_\beta|$$

$|P_H| + |P_\beta|$ correspond à la puissance récupérée en cogénération

$|P_c|$ correspond à la puissance issue d'une combustion.

4. 1^{er} pre industriel dans la chaudière, entre 2 et 3:

$$h_3 - h_2 = q_c$$

$$2648 - 111 = q_c$$

$$q_c = 2537 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P_c = q_c \dot{m}_1 = 2537 \text{ kW}$$

5. 1^{er} pre industriel dans la turbine, entre 3 et 4: $h_4 - h_3 = w_T$

$$h_4 - h_3 = 1592 - 2648 = -1056 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$w_T = -1056 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$|P_T| = \dot{m}_1 |w_T| = +1056 \text{ kW}$$

6. 1^{er} pre industriel au condenseur, entre 4 et 1: $h_1 - h_4 = q_f$

$$q_f = 111 - 1592 = -1481 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$|P_f| = 1481 \text{ kW}$$

Ordre de grandeurs
intermédiaire entre
vie domestique (kW)
et centrale nucléaire (GW).
Consol' en village.

$$\eta = \frac{|P_T|}{P_c} = \frac{1056}{2537} = 0,41 < \eta_c \text{ mais pas si loin.}$$

8. $x_{v4} = 0,62$ avec les isotopies

Théorème des moments:

$$x_{v4} = \frac{h_4 - h_L}{h_v - h_L} = \frac{1592 - 111}{2550 - 111} = 0,61$$



Numéro de place

Numéro d'inscription

Nom

Prénom

Signature

CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Épreuve : Physique-chimie 1 TS1

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

Question 35

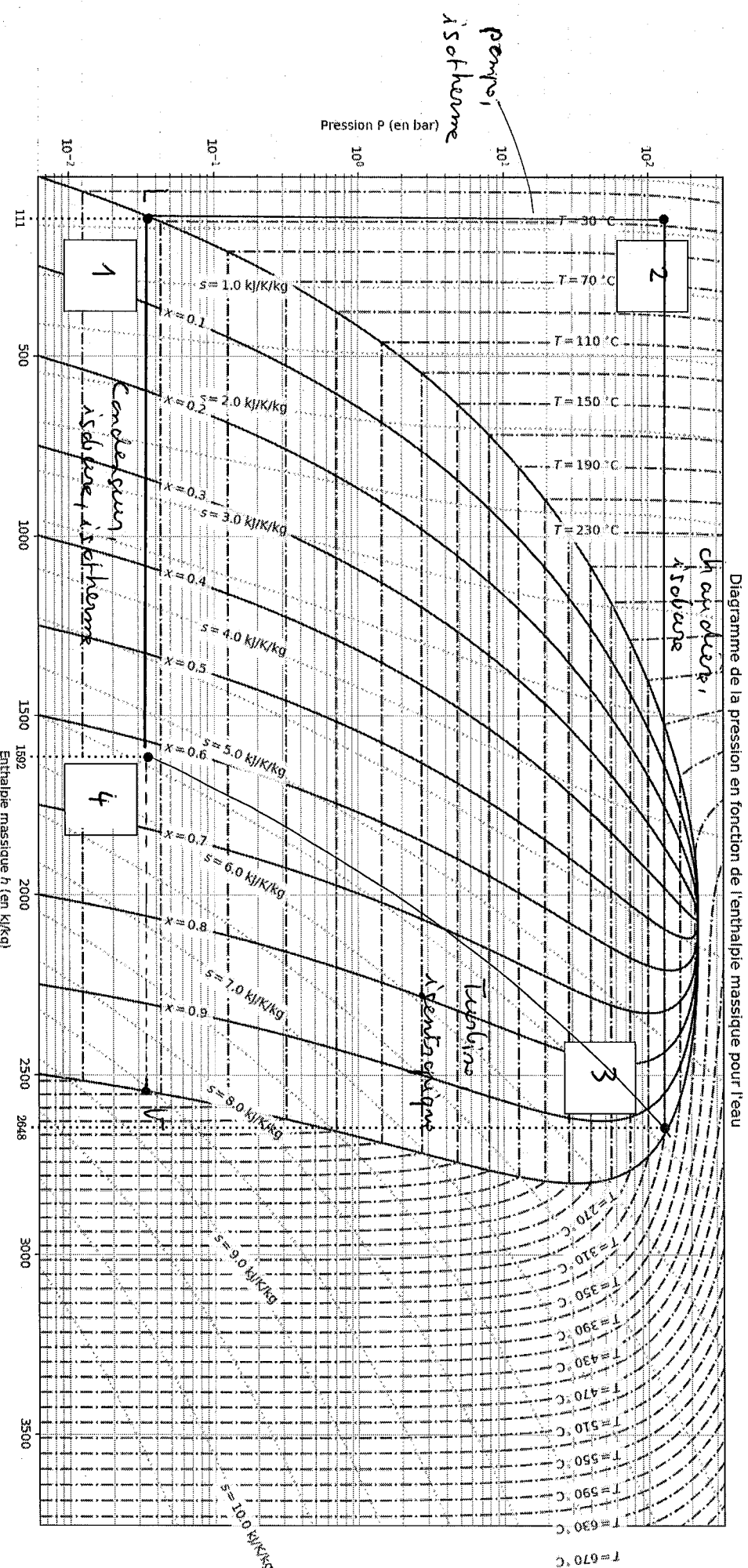


Figure A