TD 1 - Statique des fluides

1 Résultante des forces de pression sur un barrage

Un barrage droit retient une hauteur H d'eau, supposée incompressible de masse volumique ρ (figure 1).

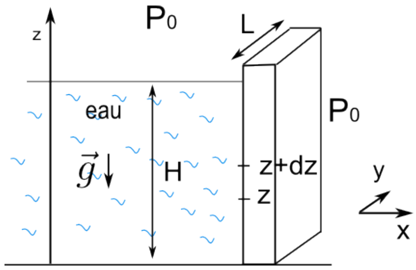

FIGURE 1 – Schéma du barrage

1. Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ dans l'eau.
2. Exprimer la force $\mathrm{d}\vec{F}$ exercée par l'eau sur la tranche de paroi $[z, z+dz]$ de largeur L.
3. Par intégration, déterminer la résultante des forces de pression exercée par l'eau sur la paroi.
4. L'air situé à droite de la paroi compense une partie de cette force. Laquelle ?

2 Ballon sonde

On considère un ballon sonde rigide de rayon $R_b = 5,00$ m pouvant se déplacer suivant l'axe vertical z. L'atmosphère est modélisée par un gaz parfait isotherme à la température $T_0 = 290$ K. La pression au sol vaut $P_0 = 1,01.10^5$ Pa. L'accélération de la pesanteur est $g = 9,81$ m/s^2. La constante des gaz parfaits est $R = 8,31$ SI. La masse molaire de l'air vaut $M = 29,0$ g/mol. Le ballon pèse initialement $m_b = 60$ kg.

1. Par application du principe fondamental de la statique des fluides, montres que la pression $P(z)$ vérifie une équation différentielle de la forme
$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} + \frac{P}{H} = 0 \tag{1}$$
Identifiez l'expression de la hauteur caractéristique H en fonction de R, T_0, M, g. Faire l'application numérique.
2. Exprimer la pression en fonction de l'altitude dans l'atmosphère $P(z)$.
3. Exprimer la poussée d'Archimède s'exerçant sur le ballon en $z = 0$ en fonction des données. Le ballon peut-il décoller ?
4. Le ballon s'élève jusqu'à une altitude z_{max} où il se retrouve bloqué. Calculer z_{max}.

3 Pression dans une étoile

On suppose que l'intérieur d'une étoile de rayon R peut se modéliser comme un fluide incompressible de densité ρ. On se place en géométrie sphérique et on note r la coordonnée radiale et $\vec{u}_r$ le vecteur unitaire associé (figure 2). On cherche à déterminer le champ de pression $P(r)$, sachant que la pression à l'extérieur de l'étoile est nulle, $P(R) = 0$. À l'intérieur de l'étoile, le champ de gravité n'est pas uniforme, on donne
$$\vec{g}(r) = -\frac{4}{3}\pi\rho G r\vec{u}_r \tag{2}$$

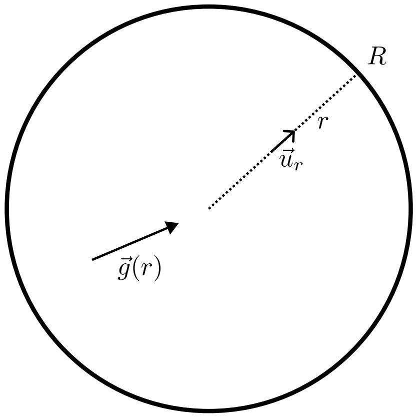

FIGURE 2 – Schéma d'une étoile

1. Utiliser le principe fondamental de la statique des fluides pour montrer que
$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\frac{4}{3}\pi G \rho^2 r \tag{3}$$
2. Intégrer l'expression précédente et trouver l'expression du champ de pression dans l'étoile $P(r)$. Vérifiez la cohérence de l'expression.

4 Altimètre

Pour illustrer le fonctionnement d'un altimètre, nous allons tenter une mesure de la hauteur d'un étage du lycée à l'aide du capteur de pression dont disposent certains smartphones. Pour tester si votre smartphone est équipé, installez l'application phyphox et tentez une mesure de pression. Formez des binômes munis d'un téléphone équipé.
- Mesurez la pression, le téléphone étant posé sur le rebord de la fenêtre de la salle. Notez la valeur avec tous les chiffres significatifs fournis, et l'unité !
- Descendre dans la cour, et prendre à nouveau la mesure, sur le rebord de la fenêtre de l'étage inférieur.

1. De retour dans la salle, chaque binôme doit écrire au tableau la valeur de la variation de pression ΔP obtenue.
2. Calculer avec excel la valeur moyenne $\overline{\Delta P}$ et l'écart type σ. En déduire l'incertitude type sur la valeur moyenne $u(\Delta P) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$, où N est le nombre de valeurs de ΔP.

   Excel fournit un très grand nombre de chiffres significatifs pour $\overline{\Delta P}$ et σ. Pour garder ceux qui ont du sens, la règle est la suivante :
   - on garde deux chiffres significatifs pour $u(\Delta P) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.
   - on arrête les décimales de $\overline{\Delta P}$ au même endroit que celles sur $u(\Delta P)$, en arrondissant le dernier chiffre si nécessaire.
   Exemple : si pour la mesure d'une longueur x on obtient $x_m = 1.23456$ m et $u(x) = 0.017762$ m, alors on gardera $u(x) = 0.018$ m et $x_m = 1.235$ m.

3. Ecrire $u(\Delta P)$ et $\overline{\Delta P}$ avec le nombre de chiffres signicatifs adapté. Ecrire le résultat final sous la forme "résultat $\pm$ incertitude".
4. On modélise l'air par un gaz parfait de masse molaire $M = 29.0$ g·mol^{-1}. Calculer sa masse volumique, avec 3 chiffres significatifs. On dispose d'un thermomètre dans la salle.
5. A l'aide du principe de la statique des fluides, en modélisant l'air par un gaz parfait incompressible, déterminer la hauteur h d'un étage obtenue par cette mesure de pression, et l'incertitude associée $u(h)$.

5 Iceberg

Un iceberg est un bloc de glace d'eau douce dérivant sur un plan d'eau, généralement la mer mais dans certains cas un lac ; de tels blocs, souvent de masse considérable, se détachent du front des glaciers ou d'une barrière de glace flottante.
On donne les masses volumiques suivantes :
$\mu_S = 1.025\ 10^3$ kg.m^{-3} pour l'eau liquide salée
$\mu_d = 1.000\ 10^3$ kg.m^{-3} pour l'eau douce pure.
$\mu_g = 0.917\ 10^3$ kg.m^{-3} pour la glace d'eau douce.

1. Schématiser l'iceberg flottant et indiquer son volume immergé dans l'eau V_1, et son volume immergé dans l'air V_2. Son volume total est $V = V_1 + V_2$.
2. Quelles sont les forces subies par l'iceberg ? Les schématiser.
3. L'iceberg étant en équilibre, en déduire le rapport $\frac{V_1}{V}$ en fonction des masses volumiques. Faire l'application numérique.
4. Sous l'effet du réchauffement climatique, de nombreux iceberg fondent. En comparant le volume V_1 au volume pris par l'iceberg fondu, expliquer pourquoi cela tend à faire monter le niveau de la mer.