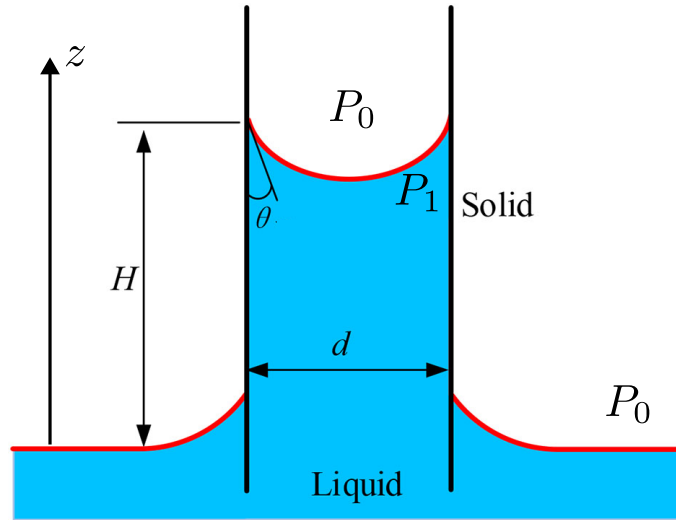


1 Montée capillaire

On va s'intéresser à la montée de l'eau dans un capillaire, c'est à dire un tube très fin de diamètre d . Cette montée est due à la force de tension superficielle ou capillarité, aucune connaissance sur ces notions n'est nécessaire à la résolution de cet exercice. Lorsque l'on plonge ce tube dans de l'eau, le liquide monte d'une hauteur H à l'intérieur du tube. On remarque également que dans le tube, l'interface entre l'air et l'eau est courbée. On note P_1 la pression dans le tube juste sous l'interface.



L'axe des z est orienté vers le haut et $z = 0$ correspond au niveau de l'eau hors du tube. On note ρ la densité de l'eau.

1. Rappeler l'énoncé du principe fondamental de la statique des fluides (PFS) pour un fluide homogène, l'axe z étant orienté vers le haut.
2. Au vu de la situation, la pression est-elle continue au niveau de l'interface courbe eau-air dans le tube, c'est à dire a-t-on $P_0 = P_1$? Justifier la réponse.
3. Utiliser le PFS en négligeant la courbure de l'interface pour trouver P_1 en fonction de P_0 , ρ , g et H .
4. En notant γ le coefficient de tension superficielle et θ l'angle entre l'interface et le tube (voir le schéma), la théorie de la tension superficielle nous donne

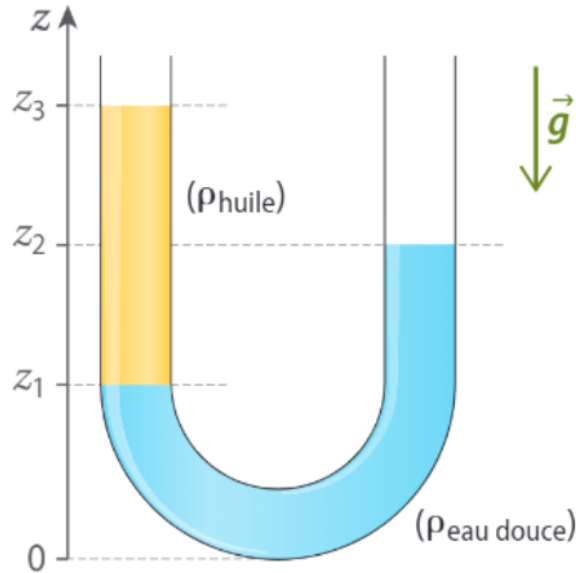
$$P_1 = P_0 - \frac{\gamma \cos \theta}{d}. \quad (1)$$

En utilisant les deux expressions de P_1 , donner l'expression de la hauteur de montée capillaire H en fonction des paramètres du problème. Ce résultat s'appelle la **loi de Jurin**. Commenter notamment comment H varie avec ρ , g et d .

2 Tube en U

Une conséquence pratique du principe fondamental de la statique des fluides incompressibles est que la différence de pression entre deux points d'un **même fluide** est donnée par $\Delta P = \rho gh$, avec ΔP et h des grandeurs positives. Mais il faut bien la maîtriser.

1. L'examineur vous représente au tableau un axe des z , orienté comme il le souhaite, et deux valeurs de z notées z_1 et z_2 , placées au hasard sur cet axe. L'accélération de la pesanteur $\vec{g}$ est orientée vers le bas. En cohérence avec ce schéma, donner l'expression de h en fonction de z_1 et z_2 , ainsi que celle de ΔP en fonction de $P(z_1)$ et $P(z_2)$.
2. Un tube en U contient initialement de l'eau, et on ajoute un peu d'huile du côté gauche. On mesure alors z_1 , z_2 et z_3 à l'équilibre. La pression dans l'air est P_0 uniforme.



Déterminer la masse volumique de l'huile en fonction de la masse volumique de l'eau douce et de z_1 , z_2 , z_3 .

3 Pression dans un fluide stratifié

Un fluide est dit *stratifié* si sa masse volumique est une fonction z , la coordonnée verticale. On se place dans un tel fluide, dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme, l'axe des z est orienté vers le bas et en $z = 0$ le fluide est en contact avec l'air à la pression P_0 . La masse volumique du fluide est donnée par

$$\rho = \rho_0 + \alpha z \quad (2)$$

avec $\alpha > 0$. On cherche à déterminer le profil de pression $P(z)$ dans ce fluide.

1. Donner l'unité de α
2. Rappeler l'énoncé du principe fondamental de la statique des fluides avec l'axe z orienté vers le bas. Discuter du signe.
3. Utiliser l'expression précédente et trouver l'expression de la pression $P(z)$ en fonction de P_0 , ρ_0 , α et g .
4. Dans l'océan, la masse volumique de l'eau varie de 1020 kg/m^3 à la surface à 1030 kg/m^3 à 500 m de profondeur de manière linéaire. Donner une estimation de la valeur numérique de α .
5. À 500 m de profondeur, calculer la surpression due au terme $\rho_0 g z$ et celle due au terme $\alpha g z^2 / 2$. On prendra $\rho_0 = 1020 \text{ kg/m}^3$, $g \simeq 10 \text{ m/s}^2$ et pour α la valeur calculée précédemment.
6. Conclure sur l'importance de prendre la stratification en compte pour le calcul de la pression.