

Exercices de colle : Dynamique des fluides parfaits et visqueux

22 septembre 2025

1 Génération d'électricité par une turbine

Une turbine est alimentée par une conduite de section constante $S = 0,5 \text{ m}^2$ reliée à un réservoir situé en altitude ($H = 500 \text{ m}$) (figure 1). La vitesse de l'eau dans la conduite est avant la turbine est $v_0 = 2 \text{ m/s}$, le fluide est à la pression atmosphérique à la sortie de la conduite. On considère que l'écoulement est stationnaire et que le fluide est parfait.

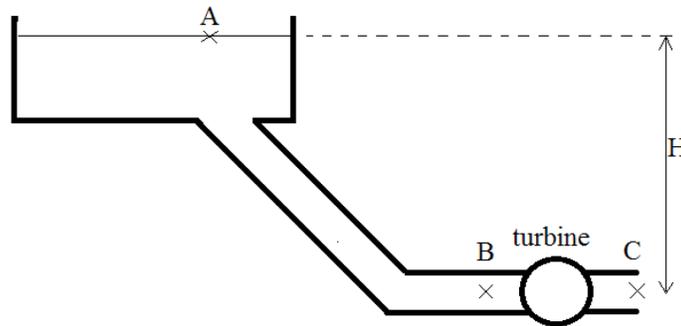


FIGURE 1 – Schéma de la situation considérée.

1. Justifier que la vitesse du fluide après la turbine est v_0 .
2. En précisant les hypothèses utilisées, estimer le travail indiqué massique w_i reçu par l'eau de la part de la turbine. Commenter le signe du résultat.
3. En déduire la puissance reçue par la turbine de la part de l'écoulement.
4. Un alternateur permet la génération d'électricité à partir de la puissance mécanique reçue par la turbine. On suppose que l'ensemble turbine+alternateur à un rendement de 90 %. Calculer la puissance électrique produite par la turbine.
5. Quelle serait la valeur de la vitesse du fluide sans la turbine ?

2 Pertes de charge

On étudie un écoulement d'eau liquide dans une conduite cylindrique de diamètre $d = 32 \text{ mm}$ et de longueur $L = 10 \text{ m}$ avec un débit volumique constant $D_v = 5 \text{ m}^3/\text{h}$. On définit le nombre de Reynolds de l'écoulement comme

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} \quad (1)$$

avec v la vitesse de l'écoulement.

1. Déterminer la vitesse de l'écoulement et en déduire son nombre de Reynolds.

Pour des écoulements dont le nombre de Reynolds est compris entre 2000 et 1×10^5 , la perte de charge régulière peut être calculée (en Pa) par la formule de Blasius :

$$\Delta P_c = 0.32 Re^{-1/4} \frac{L}{D} \rho \frac{v^2}{2} \quad (2)$$

2. Calculer la perte de charge en Pa puis en m de colonne d'eau pour cet écoulement.
3. Calculer la puissance dissipée par cette perte de charge régulière.

On déforme la conduite étudiée, qui présente désormais un coude brusque à 60° . Un extrait d'une table de référence donne le coefficient K de perte de charge singulière pour un coude d'angle α

$$K = \sin^2 \alpha + 2 \sin^4(\alpha/2). \quad (3)$$

4. Calculer K dans le cas considéré.
5. En déduire la perte de charge singulière en Pa associée à la présence de ce coude.
6. Calculer la puissance dissipée par la perte de charge singulière puis la puissance dissipée totale (pertes de charge régulières + singulière).

3 Alimentation en eau d'un village

Dans une région aride, on souhaite alimenter un village en eau avec un débit volumique constant ($D_v = 100 \text{ L/s}$), à l'aide d'une pompe et d'une conduite de section circulaire de longueur $L = 10 \text{ km}$. La dénivellation entre le point de captage et la sortie du tuyau vaut $H = 50 \text{ m}$. La pression à la surface du point de captage (point A) et la pression de sortie (point B) sont égales à la pression atmosphérique. On envisage une conduite de rayon $R = 5 \text{ cm}$; on recherche la

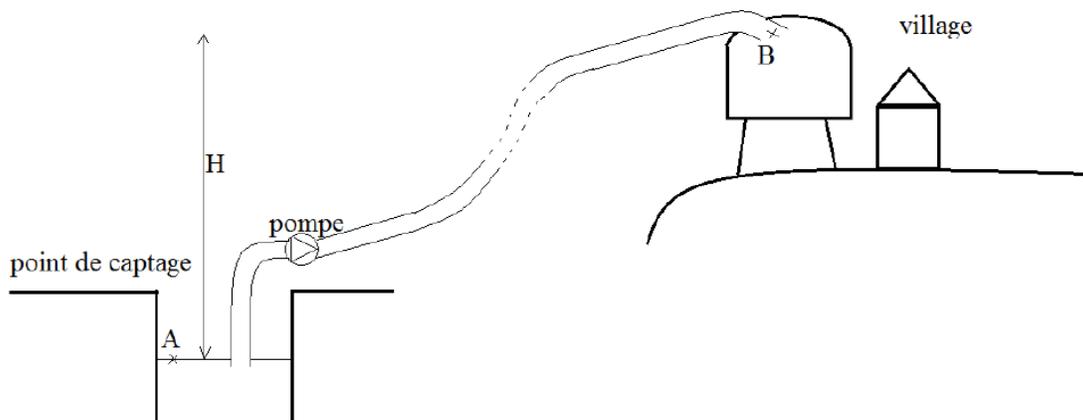


FIGURE 2 – Schéma de la situation considérée.

puissance minimale requise pour la pompe.

1. En supposant que l'eau est un fluide parfait, écrire la relation de Bernoulli entre la surface du point de captage et la sortie du tuyau. En déduire le travail indiqué w_i .
2. Calculer la puissance de la pompe \mathcal{P} fournie par la pompe.

On va maintenant prendre en compte les pertes de charge régulières. On suppose qu'on peut les estimer à l'aide de la loi de Poiseuille

$$\Delta P_c = \frac{8\eta D_v L}{\pi R^4} \quad (4)$$

3. Calculer la perte de charge régulière de l'écoulement.
4. En utilisant la relation de Bernoulli généralisée, estimer à nouveau le travail indiqué w_i .
5. En déduire la puissance \mathcal{P} fournie par la pompe. Si elle a un rendement de 95%, donner la puissance électrique consommée par la pompe.

Pour des raisons économiques on choisit d'utiliser une pompe qui délivre une puissance $\mathcal{P} = 50 \text{ kW}$.

6. Quel rayon minimal faut-il choisir pour le tuyau?