TD : Cinématique et dynamique des fluides

3 octobre 2025

1 Pression, force de Coriolis et météo

On va s'intéresser aux mouvement des masses d'air de l'atmosphère en fonction des conditions de pression.

1. On considère les situations suivantes (figure 1). Dire dans chaque cas si on a $P_1 > P_2$ ou $P_2 > P_1$. Dans le cas $P_2 > P_1$

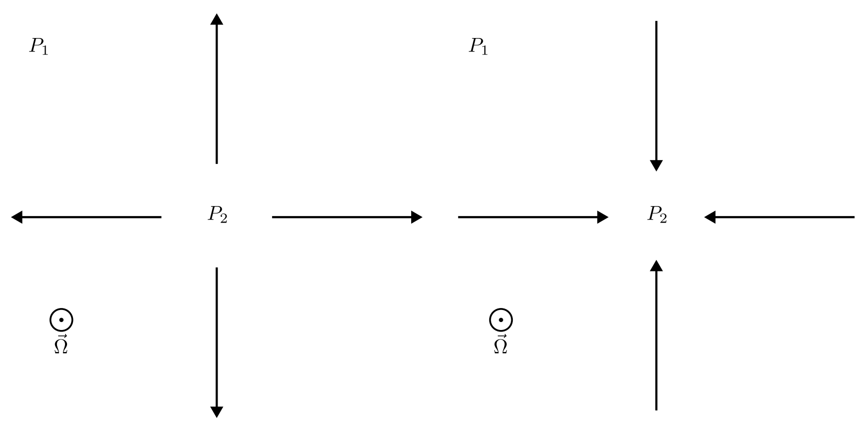

Figure 1 – Mouvement de l'air en fonction de la pression. On note $\vec{\Omega}$ le vecteur correspondant à la rotation de la Terre.

on considère qu'on est dans des conditions de haute pression et la météo est généralement bonne, inversement dans le cas $P_1 > P_2$ on a une dépression et la météo est mauvaise.

2. La force de Coriolis, due à la rotation de la Terre (caractère non galiléen du référentiel Terrestre) est

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v} \tag{1}$$

Dessiner qualitativement le sens de la force de Coriolis sur chacune des 4 flèches dans chaque situation.

3. En déduire le sens de rotation de la masse d'air dans chaque cas. On parle de situation *cyclonique* lorsque la masse d'air tourne dans le même sens que la Terre, et de situation *anticyclonique* lorsque les rotations sont opposées. Relier ces situations aux termes météorologiques.

2 Bilan de masse et équation de continuité

On rappelle que le vecteur densité de courant $\vec{j}$ est défini par $\vec{j} = \rho\vec{v}$ et représenté le flux de masse local. La masse dm traversant la surface $\vec{S}$ entre t et $t + \mathrm{d}t$ est

$$\mathrm{d}m = \vec{j} \cdot \vec{S}\mathrm{d}t \tag{2}$$

On considère une tranche de fluide infinitésimale comprise entre x et $x + \mathrm{d}x$ comme schématisé figure 2.

1. Calculer la masse $\mathrm{d}m(t)$ comprise dans la tranche à l'instant t. De même, calculer $\mathrm{d}m(t + \mathrm{d}t)$.
2. Calculer la masse entrante $\mathrm{d}m_e$ dans la tranche entre t et $t + \mathrm{d}t$.
3. Calculer la masse sortante $\mathrm{d}m_s$ de la tranche entre t et $t + \mathrm{d}t$.

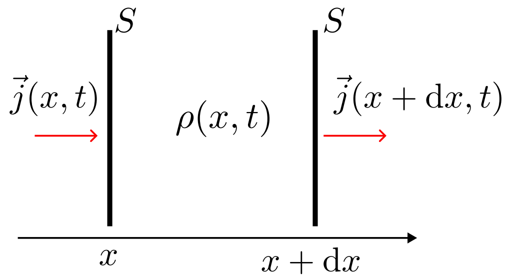

FIGURE 2 – Tranche infinitésimale de fluide.

4. Utiliser le fait que la masse se conserve pour montrer que

$$\frac{\partial j}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

3 Portance d'une aile d'avion

L'écoulement de l'air au voisinage d'une aile d'avion est représenté figure 3. Cet écoulement stationnaire peut être considéré comme incompressible, et on utilise le modèle du fluide parfait pour l'air. On néglige les variations d'altitude entre les points étudiés Le profil de vitesse en amont de l'aile (points O et O') est supposé uniforme, et $P_O \sim P_{O'}$.

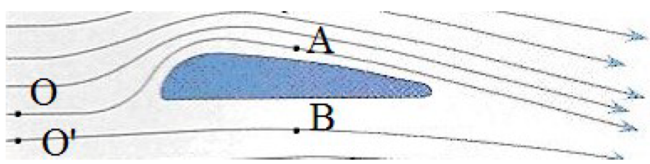

FIGURE 3 – Profil d'une aile d'avion

1. Écrire la relation de Bernoulli entre O et A puis entre O' et B.
2. En analysant les lignes de courant, donner une inégalité entre v_A et v_B. À l'aide de la relation précédente, en déduire une inégalité sur P_A et P_B.
3. En déduire le sens de la force de portance, qui est la résultante des forces de pression sur l'aile d'avion.

4 Vidange de Torricelli généralisée

On reprend l'exercice fait en cours sur la vidange de Torricelli (figure 4).

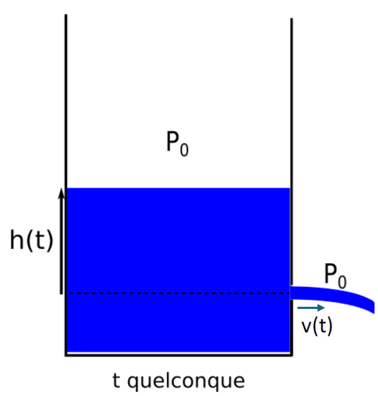

FIGURE 4 – Schéma de la vidange de Torricelli

Cette fois on ne néglige pas la vitesse de descente de l'interface mais on suppose toujours l'écoulement stationnaire. On note S_1 la surface supérieure et S_2 la surface du tube de sortie de l'eau.

1. En utilisant la relation de Bernoulli, relier v_1, v_2 et h.
2. En utilisant la stationnarité de l'écoulement, en déduire v_2 en fonction de h, S_1 et S_2.

5 Venturi et pertes de charge

On étudie de l'eau (supposée incompressible, de masse volumique ρ) en écoulement stationnaire dans une conduite horizontale qui présente un rétrécissement brusque. Afin d'observer les variations de pression, on a placé des tubes piézométriques comme indiqué sur le schéma. Dans chaque tube, la surface de l'eau est en contact avec l'atmosphère (pression P_0). La section de la conduite est la même aux points A et C. On admet le résultat suivant : sur une verticale perpendiculaire à l'écoulement, les variations de pression suivent la loi de l'hydrostatique. Le fluide en écoulement dans la conduite

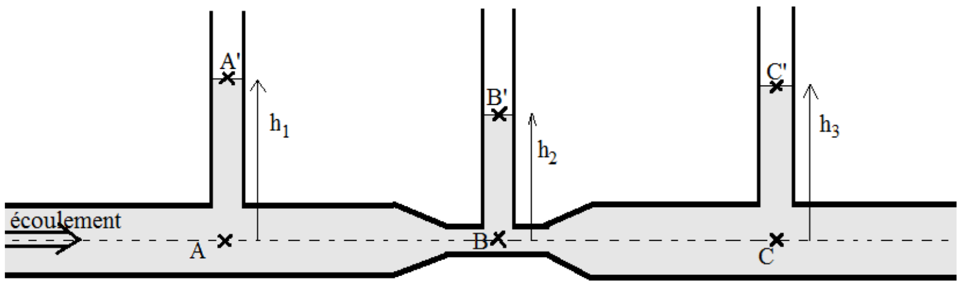

Figure 5 – Schéma de la conduite.

est de l'eau de masse volumique $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$. On ne néglige pas la viscosité de l'eau et l'écoulement est donc avec pertes de charge. Expérimentalement on observe $h_1 - h_3 = 3\,\mathrm{cm}$ lorsque le débit volumique est $D_v = 1 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3/s}$.

1. Exprimer P_A en fonction de ρ, g et h_1. Faire de même pour P_B et P_C avec h_2 et h_3.
2. En utilisant la relation de Bernoulli montrer que $h_2 < h_1$.
3. Montrer que pour un fluide parfait on aurait $h_1 = h_3$.
4. Donner ΔP_c la perte de charge en pression de l'écoulement entre les points A et C.
5. Donner la puissance dissipée par l'écoulement en W.