

TD : Relation de Bernoulli généralisée

3 octobre 2025

1 Pompe et dénivellation

On considère un écoulement homogène, parfait, permanent, incompressible (figure 1). On appelle D_m le débit massique. On appelle P_1, v_1 la pression et la vitesse de l'eau à l'entrée de la pompe et P_2, v_2 la pression et la vitesse de l'eau à la sortie de la pompe.

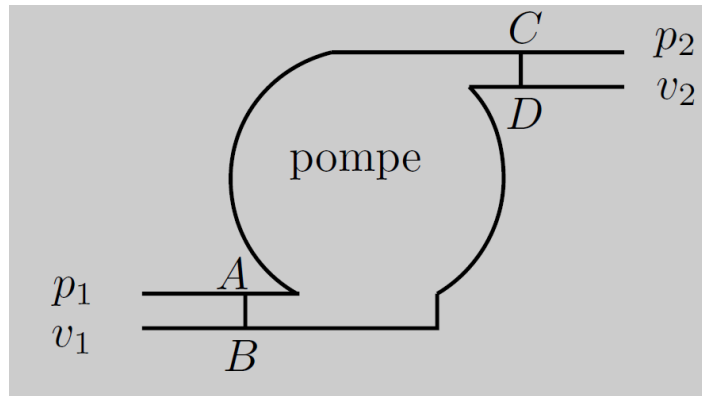


FIGURE 1 – Schéma du problème.

Calculer la puissance $\mathcal{P}$ la puissance à fournir à la pompe pour que l'eau franchisse la dénivellation de hauteur H en fonction de D_m, ρ, P_1, P_2, g et H . La section S_1 à l'entrée de la pompe est égale à la section S_2 en sortie.

2 Remplissage d'arrosoir

Un jardinier amateur possède un réservoir rempli d'eau de pluie sur lequel il a adapté un tuyau d'arrosage de longueur $L = 35$ m de diamètre $d = 19$ mm. On note $h = 1,3$ m la différence de hauteur entre la surface libre du réservoir et la sortie du tuyau.

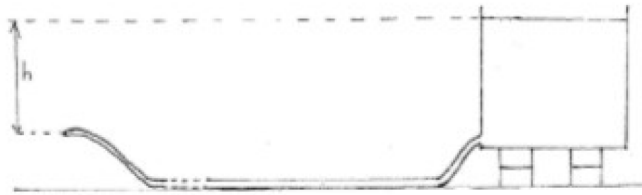


FIGURE 2 – Schéma du problème.

L'écoulement de l'eau dans le tuyau subit une perte de charge régulière donnée par

$$\Delta P_c = 0.32 Re^{-1/4} \frac{L}{d} \rho \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

Le raccord entre le réservoir et le tuyau provoque une perte de charge singulière dont le coefficient est $K = 1$.

1. Donner une raison physique de considérer la hauteur h comme constante.
2. En détaillant les étapes du raisonnement, trouver le temps qu'il faut à ce jardinier pour remplir son arrosoir de volume $V = 11,5 \text{ L}$.

3 Résistance hydraulique

On considère un écoulement stationnaire d'un fluide homogène de masse volumique ρ et de viscosité η dans un tuyau de rayon R et de longueur L . On note le débit volumique D_v et on considère que l'écoulement subit des pertes de charge régulières données par la formule de Poiseuille

$$\Delta P_c = \frac{8\eta D_v L}{\pi R^4} \quad (2)$$

Nous allons essayer de faire une analogie entre cet écoulement et la loi d'Ohm $U = RI$ donnant la relation entre tension U et courant I aux bornes d'une résistance R . On peut voir la loi d'Ohm comme la traduction de "appliquer une tension U aux bornes d'une résistance R fait circuler un courant $I = U/R$."

1. Dans la formule de Poiseuille, identifier l'analogue de I puis de U .
2. En déduire l'expression de R_{hyd} la résistance hydraulique.
3. Commenter la formule obtenue.
4. Faire un schéma d'un écoulement mettant deux résistances hydrauliques en série, puis d'un écoulement mettant deux résistances hydrauliques en parallèle.

4 Hélice et puissance

On considère un écoulement homogène, parfait et incompressible et stationnaire autour d'une hélice. Le fluide est de masse volumique ρ et s'écoule avec un débit volumique D_v . L'écoulement se rétrécit au niveau de l'hélice, la section du tube en amont étant S_A et S_B en aval. On note v_A la vitesse au point A et v_B la vitesse au point B , les pressions aux points A et B sont supposées égales à P_0 . On note w_i le travail indiqué fourni par l'hélice au fluide, on cherche à déterminer la puissance $\mathcal{P}$ fournie par l'hélice.

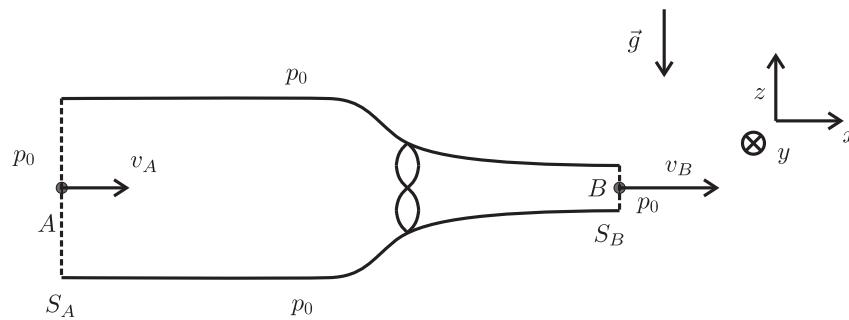


FIGURE 3 – Schéma du problème

En détaillant les étapes du raisonnement, exprimer $\mathcal{P}$ en fonction de ρ , D_v , v_A , S_A et S_B . Commenter le signe au vu du schéma.

Si on avait eu $S_A < S_B$, le signe aurait-il changé? Qu'est-ce que cela signifie?