

TD : Diffusion Thermique

3 octobre 2025

1 Isolation d'une pièce - II

On souhaite maintenir constant la température d'une pièce à $T_i = 20^\circ\text{C}$. La résistance thermique des 4 murs et du sol est $R_{\text{th1}} = 10,0 \times 10^{-3} \text{ K/W}$. La résistance thermique du plafond et des tuiles est $R_{\text{th2}} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ K/W}$. La température de l'extérieur est $T_e = 10^\circ\text{C}$. On se place en régime stationnaire.

1. Déterminer la puissance thermique $\mathcal{P}$ à apporter à la pièce afin de maintenir sa température constante.
2. On améliore l'isolation thermique en rajoutant une plaque de matériau isolant entre le plafond et les tuiles. Calculer la résistance thermique de ce matériau afin de réaliser une économie de 50 % sur la puissance thermique $\mathcal{P}$.

2 Résistance thermique conducto-convective - II

On rappelle la loi de Newton donnant la densité de flux thermique à l'interface entre un solide de température T_S et un fluide de température T_F

$$\vec{j}_{cc} = h(T_S - T_F)\vec{n}_{S \rightarrow F} \quad (1)$$

On considère une vitre carrée de côté L , de conductivité λ et d'épaisseur e placée entre un intérieur à température T_i et l'extérieur à température T_f . On considère qu'à l'extérieur, il y a une discontinuité de température entre la vitre et l'air extérieur, et que les échanges thermiques entre la vitre et l'air sont donnés par la loi de conducto-convection de Newton. On note $T(x)$ la température de la vitre et $T_v = T(x = e)$ la température de la vitre au contact de l'extérieur. On se place en régime stationnaire. Montrer que la résistance thermique équivalente à la vitre plus aux échanges conducto-convectifs est

$$R_{\text{th}} = \frac{e}{\lambda L^2} + \frac{1}{hL^2} \quad (2)$$

3 Ailette de refroidissement - IV

On considère une tige de cuivre cylindrique de rayon $a = 5 \text{ mm}$, de longueur L qu'on considérera quasi-infinie (figure 1). En $x = 0$, la tige de cuivre est en contact parfait avec un microprocesseur à la température $T_0 = 330 \text{ K}$. Tout le reste de la tige est en contact avec l'air ambiant de température uniforme $T_e = 300 \text{ K}$. On appelle $\lambda = 300 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ la conductivité thermique du cuivre et $h = 12 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ le coefficient de transfert conducto-convectif entre la tige de cuivre et l'air. On note ρ et c_p la masse volumique et capacité thermique massique du cuivre. On rappelle la loi de Newton donnant la densité de flux thermique à l'interface entre un solide et un fluide

$$\vec{j}_{cc} = h(T_S - T_F)\vec{n}_{S \rightarrow F} \quad (3)$$

où T_S est la température du solide et T_F la température du fluide, $\vec{n}_{S \rightarrow F}$ le vecteur unitaire normal à l'interface solide/fluide.

1. Justifier qu'on puisse considérer que la température ne dépende que de x et de t .
2. Faire un bilan d'énergie interne sur une tranche infinitésimale de tige, comprise entre x et $x + dx$, en notant $\vec{j}_Q$ le vecteur densité de flux thermique dû à la diffusion thermique, et montrer que

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j_Q}{\partial x} = -\frac{2h}{a}(T - T_e) \quad (4)$$

Dans la suite on se place en régime stationnaire

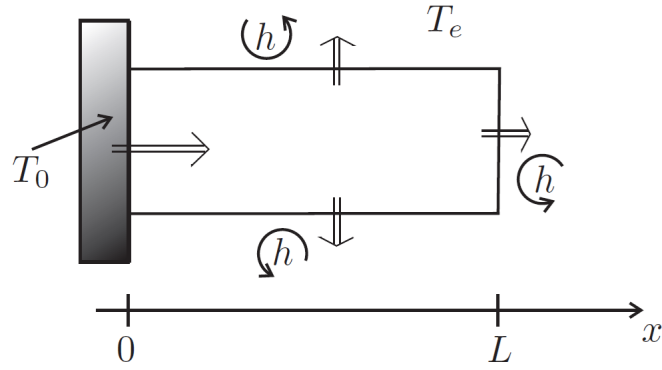


FIGURE 1 – Schéma de l'ailette de refroidissement

3. En utilisant la loi de Fourier, montrer que la température vérifie alors l'équation

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{2h}{\lambda a}T = -\frac{2h}{\lambda a}T_e \quad (5)$$

4. Résoudre l'équation différentielle précédente, appliquer les conditions aux limites pour montrer que

$$T(x) = T_e + (T_0 - T_e) \exp(-x/\delta) \quad (6)$$

avec $\delta = \sqrt{\frac{a\lambda}{2h}}$. Donner la valeur numérique de δ .

5. Montrer que le flux sortant de la tige de cuivre par conducto-convection est

$$\Phi_{cc} = \frac{2\pi ah(T_0 - T_e)}{\delta} (1 - \exp(-L/\delta)) \quad (7)$$

Évaluer numériquement Φ_{cc} pour $L \gg \delta$.

6. Montrer que sans l'ailette de refroidissement, le flux perdu par conducto-convection est

$$\Phi_{cc,2} = h(T_0 - T_e)\pi a^2 \quad (8)$$

Donner la valeur numérique de $\Phi_{cc,2}$

7. Quel est l'intérêt du dispositif? Discuter du choix de la longueur de la tige L .