

1 Diffusion thermique à travers un igloo

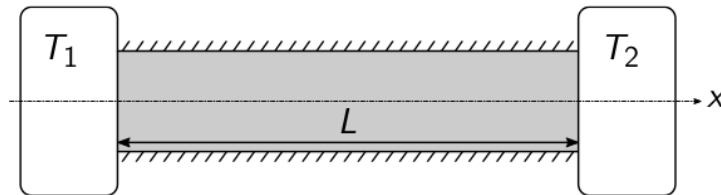
Les habitants des régions polaires savent qu'un abri constitué de neige (quinzee, hutte, abri sous arbre, trou à neige, igloo, etc.) offre un rempart efficace contre le froid. Nous allons nous intéresser ici au cas de l'igloo.



Aides au calcul : $5 \times 1,3 = 6,5$; $\frac{3,5}{1,45} = 2,4$.

Equation de diffusion

On considère un matériau solide de section S , de longueur L , calorifugé latéralement et placé au contact parfait de deux sources de températures constantes T_1 et T_2 . On note $T(x, t)$ la température d'une section d'abscisse x du matériau.



Le matériau est caractérisé par sa masse volumique ρ , sa capacité thermique massique c et sa conductivité thermique λ .

1. Enoncer la loi de Fourier et en donner une interprétation physique.
2. Montrer, à l'aide d'un bilan thermique infinitésimal unidimensionnel, que :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial j}{\partial x}$$

où j est la densité de flux thermique.

3. En déduire que la température vérifie l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

avec D à identifier en fonction de ρ , c , λ . Quelle est l'unité de D ?

4. Quelle est l'interprétation physique du temps caractéristique $\tau = \frac{\rho c L^2}{\lambda}$?

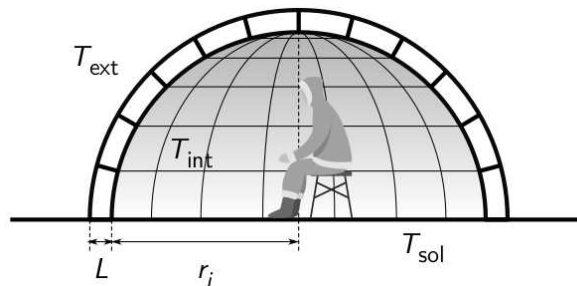
Régime stationnaire

On se place en régime stationnaire. On note $\Phi_{12} = jS$ le flux thermique traversant la section S du solide, de la zone de température T_1 vers celle de température T_2 . On appelle résistance thermique conductive R_{th} la grandeur satisfaisant la loi d'Ohm thermique $T_1 - T_2 = R_{th} \Phi_{12}$.

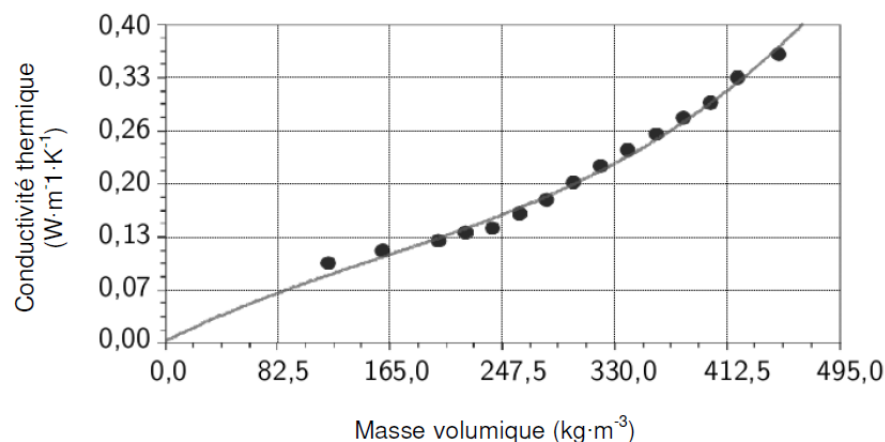
5. Donner l'équation différentielle satisfaite par la température $T(x)$ en régime stationnaire et en déduire l'expression de $T(x)$ en fonction de x , T_1 , T_2 et de L .
6. Déterminer l'expression littérale de Φ_{12} Montrer que la résistance thermique conductive du matériau vaut $R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$
7. Présenter l'analogie entre résistance électrique et résistance thermique.
Lorsqu'un solide de température de surface T_s et un fluide, dont la température loin du solide est notée T_f , sont en contact par le biais d'une surface d'aire S' , on observe un transfert thermique entre le solide et le fluide. Le flux thermique du solide vers le fluide suit la loi de Newton du transfert conducto-convectif $\Phi_{sf} = h(T_s - T_f)S'$ où h est appelé coefficient de transfert conducto-convectif.
8. Donner l'expression de la résistance conducto-convective R_{cc} associée à la loi de Newton, en fonction de h et S' .

Résistance thermique d'un igloo

On modélise un igloo par un hémisphère (une demi-sphère) creux de rayon intérieur $r_i = 1.5$ m, fabriqué à partir de blocs de neige de conductivité thermique λ et d'épaisseur supposée constante et égale à $L = 30$ cm.



Une étude expérimentale a permis de mesurer la conductivité thermique λ de la neige en fonction de sa masse volumique ρ .



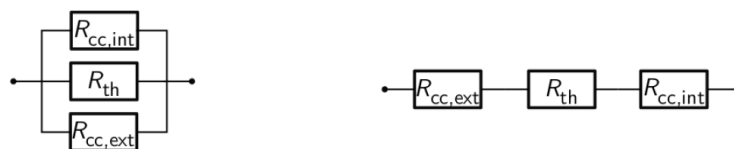
On note R_{th} la résistance thermique conductive de l'igloo dont l'expression, admise, en géométrie sphérique est :

$$R_{th} = \frac{L}{2\pi\lambda r_i(r_i + L)}$$

9. À partir de la figure, préciser si le fait de bien tasser les blocs de neige améliore ou non l'isolation de l'igloo.
10. Pour une neige de masse volumique $\rho = 200 \text{ kg.m}^{-3}$, estimer la valeur de la conductivité thermique correspondante et calculer la résistance thermique R_{th} . Le résultat est attendu à 2 chiffres significatifs. Utiliser l'aide au calcul en début d'énoncé.

Résistance thermique conduco-convective

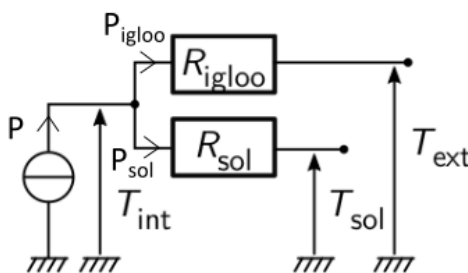
La circulation de l'air provoque de la conduco-convection que l'on prend en compte par le biais de résistances conduco-convectives intérieure $R_{cc,int} = \frac{1}{h_i S_i}$ et extérieure $R_{cc,ext} = \frac{1}{h_e S_e}$. Dans ces expressions, h_i et h_e sont les coefficients de transfert conduco-convectifs intérieur et extérieur tandis que S_i et S_e correspondent aux surfaces intérieure et extérieure de l'igloo. On envisage deux modèles d'association des résistances thermiques précédentes, en parallèle ou en série.



11. Préciser, en justifiant votre choix, quel modèle convient.
12. Pourquoi considère-t-on des valeurs différentes pour h_i et h_e ? Lequel est le plus élevé?
13. Déterminer, pour le modèle choisi, l'expression littérale de la résistance thermique équivalente R_{igloo} en fonction de λ , h_e , h_i , L et de r_i .
Aide : la surface d'une sphère de rayon r vaut $4\pi r^2$.

Température interne de l'igloo

Pour étudier le comportement thermique de l'igloo, on propose un modèle électrique analogue représenté ci-dessous. Ce modèle tient compte du sol sur lequel repose l'igloo et de la puissance thermique dégagée par ses occupants. On note T_{sol} la température du sol, R_{sol} sa résistance thermique et P la puissance thermique dégagée par les occupants de l'igloo qui, du point de vue électrique, est analogue à un générateur de courant. La représentation électrique de l'ensemble est donnée ci-dessous.



14. Ecrire la loi des noeuds et les lois d'Ohm thermiques.
15. Montrer que la température intérieure de l'igloo vaut :

$$T_{int} = \frac{PR_{igloo}R_{sol} + T_{ext}R_{sol} + T_{sol}R_{igloo}}{R_{igloo} + R_{sol}}$$

Les personnes se trouvant à l'intérieur de l'igloo dégagent une puissance thermique $P = 300 \text{ W}$. La température extérieure vaut $T_{ext} = -40^\circ\text{C}$, celle du sol vaut $T_{sol} = -20^\circ\text{C}$ et les résistances thermiques valent $R_{igloo} = 0,15 \text{ K.W}^{-1}$ et $R_{sol} = 1,3 \text{ K.W}^{-1}$.

16. Calculer numériquement la température intérieure T_{int} de l'igloo. Qu'en pensez-vous? Comment font les habitants en pratique pour augmenter encore cette température?

2 Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur fonctionnant avec $n = 10$ mol d'air comme fluide caloporteur effectue le cycle de Joule inversé suivant :

- l'air pris dans l'état A de température T_A et de pression P_A est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'au point B où il atteint la pression P_B .
- le gaz est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale T_C correspondant à l'état C.
- le gaz est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique réversible pour atteindre l'état D de pression $P_D = P_A$.
- le gaz se réchauffe enfin à pression constante et retrouve son état initial.

On considère que l'air est un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1.5$

On pose $b = \frac{\gamma-1}{\gamma}$ et $a = \frac{P_B}{P_A}$.

Valeurs numériques : $T_A = 283$ K ; $T_C = 298$ K ; $a = 5$; $R = 8,314$ J.K⁻¹.mol⁻¹.

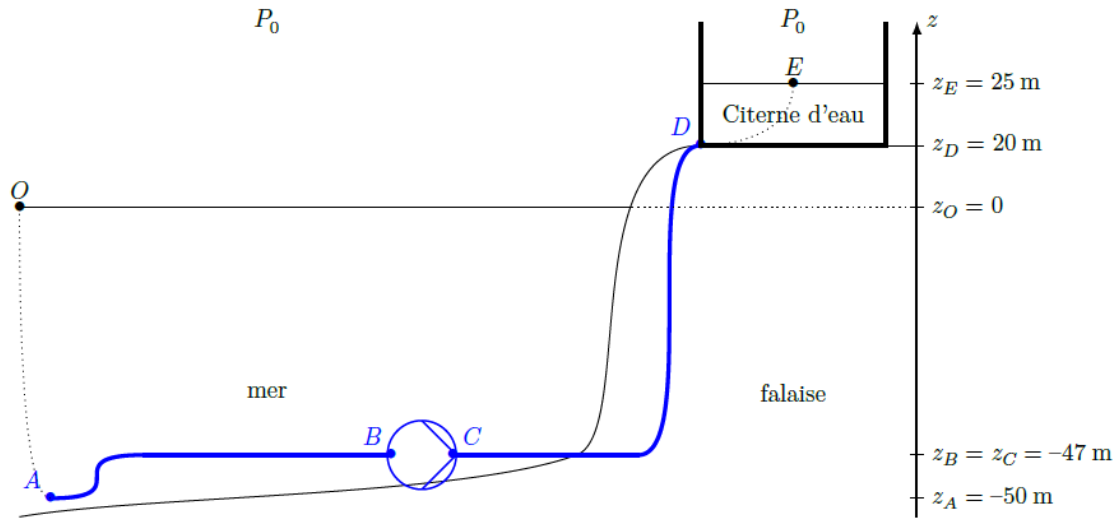
Par ailleurs, on rappelle l'expression de la capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait :

$$C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$$

1. Tracer l'allure du diagramme de Watt P en fonction de V .
2. Rappeler la loi de Laplace et ses conditions de validité. L'écrire en variables pression-température.
3. En déduire l'expression des températures T_B et T_D des états B et D en fonction de T_A , T_C , a et b . Calculer numériquement T_B et T_D .
4. Appliquer le premier principe au gaz lors des étapes adiabatiques-réversibles : A→B et C→D. En déduire les travaux de forces de pression W_{AB} et W_{CD} en fonction des températures. Calculer numériquement ces travaux.
5. Rappeler l'expression générale du travail des forces de pression. Considérons une transformation isobare entre un état initial I et un état final F : montrer alors que $W = -nR(T_F - T_I)$. En déduire les expressions des travaux W_{BC} et W_{DA} . Calculer numériquement ces travaux.
6. L'efficacité e de cette pompe à chaleur est définie par $e = -\frac{Q_{BC}}{W}$, où W est le travail total reçu par le gaz au cours du cycle. Justifier cette expression.
7. Calculer Q_{BC} .
8. Déduire des questions précédentes la valeur numérique de e .

3 Aquarium

Pour s'approvisionner en eau peu polluée, un musée puise cette ressource dans la mer à une profondeur de 50 m pour l'acheminer jusqu'à une citerne. On choisit pour le repérage des altitudes un axe vertical ascendant (Oz) ayant pour origine O le niveau de la mer. L'accélération de pesanteur est $g = 10$ m.s⁻². La masse volumique de l'eau de mer sera notée ρ , et sa valeur prise égale à celle de l'eau douce.



Une pompe immergée fonctionne en permanence avec un débit volumique $Q_v = 40 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Celle-ci est comprise entre les points B et C située à l'altitude $z_B = z_C = -47 \text{ m}$. Le lieu de captage de l'eau se trouve au point A d'altitude $z_A = -50 \text{ m}$.

On appelle *circuit d'aspiration* le tuyau reliant le point A situé au lieu du captage au point B situé à entrée de la pompe. Celui-ci a une longueur $L_a = 200 \text{ m}$ et un diamètre $D_a = 0,20 \text{ m}$. De par sa configuration, le tuyau d'aspiration comporte deux coudes à 90° et d'autres irrégularités non représentées sur le schéma. On estime les pertes de charge totales (régulières + singulières) à

$$\Delta P_{c, \text{aspiration}} = 2,2 \text{ kPa}$$

On appelle *circuit de refoulement* le tuyau reliant le point C, sortie de la pompe au point D, entrée de la citerne. Ce tuyau a une longueur $L_r = 100 \text{ m}$ et un diamètre $D_r = 0,20 \text{ m}$. Il possède deux coudes à 90° et d'autres irrégularités non représentées sur le schéma. On estime les pertes de charge totales (régulières + singulières) à

$$\Delta P_{c, \text{refoulement}} = 1,2 \text{ kPa}$$

Le remplissage de la citerne se fait au point D d'altitude $z_D = 20 \text{ m}$. La surface libre de l'eau de la citerne est à l'altitude $z_E = 25 \text{ m}$. On considère que pression de l'air atmosphérique est uniforme et vaut $P_0 = 1,010^5 \text{ Pa}$.

1. Calculer la section S des tuyaux en m^2 .
2. Convertir le débit volumique en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.
3. Calculer la vitesse moyenne de l'eau dans les tuyaux, notée v .
4. Définir les notions de pertes de charge régulière et singulière. Proposer une expérience mettant en évidence une perte de charge.
5. Montrer qu'un Pascal correspond à un joule par m^3 .
6. Calculer la perte de charge totale de l'installation en Pascal, en Joules par kg, puis en Watt.
7. Quelles sont les hypothèses de validité de la relation de Bernoulli généralisée ?
8. Par application de cette relation entre les points O et E, calculer le travail massique w_i fourni par la pompe au fluide.
9. Calculer la puissance $\mathcal{P}_i$ fournie par la pompe au fluide. Comparer à la puissance dissipée par les pertes de charge.

Pour la dernière question, les pertes de charge seront négligées.

10. Il pourrait sembler plus simple de placer la pompe en surface, au niveau du point D, plutôt que de la positionner en profondeur.
- Schématiser la nouvelle installation.
 - Par application de la relation de Bernoulli entre 2 points à indiquer, calculer la pression en entrée de la pompe. Quel est le problème rencontré ?

I – Gaz naturel

Le gaz naturel est un combustible fossile présent naturellement dans les roches poreuses du sous-sol, exploité par l'Homme pour répondre à une partie de ses besoins énergétiques. Il est principalement utilisé pour la production d'électricité, le chauffage, et comme carburant.

Le terme « gaz naturel » fait spécifiquement référence à un mélange d'hydrocarbures gazeux principalement composé de méthane (CH_4) mais contenant aussi d'autres alcanes (butane, propane...), et parfois un faible pourcentage de dioxyde de carbone (CO_2), de diazote (N_2), de sulfure d'hydrogène (H_2S) ou d'hélium (He).

Q1. Donner les formules de Lewis de la molécule de méthane, de la molécule de diazote et de la molécule de dioxyde de carbone.

Dans la suite, pour simplifier, on pourra assimiler le « gaz naturel » à du méthane pur. Au cours de la combustion du méthane, celui-ci réagit avec le dioxygène de l'air pour former de l'eau et du dioxyde de carbone, supposés à l'état de vapeur.

Q2. Établir l'équation de réaction modélisant la combustion du méthane.

Q3. Déterminer la valeur de l'enthalpie standard de réaction de cette réaction, et commenter son signe.

Q4. Déterminer la valeur de l'énergie thermique libérée par la combustion complète d'un mètre cube de méthane pur assimilé à un gaz parfait, à la température initiale $T = 0^\circ\text{C}$ sous une pression fixée de 1,013 bar. Cette quantité est nommée *pouvoir calorifique inférieur* (ou PCI). Comparer à sa valeur tabulée pour le gaz naturel commercial, comprise entre 9,2 et 10,2 $\text{kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-3}$ suivant le type de gaz et l'altitude.

En 2023, la France a consommé 33,9 milliards de m^3 de gaz naturel tous usages confondus - volume calculé dans les conditions de la question Q4 - la quasi-totalité étant importée. Par ailleurs, son empreinte carbone totale est estimée pour 2023 par l'INSEE à 644 millions de tonnes équivalent CO_2 . L'empreinte carbone de la France représente la quantité de gaz à effet de serre (GES) induite par la demande finale intérieure d'un pays.

Q5. Estimer la proportion due à la consommation de gaz naturel dans l'empreinte carbone totale de la France en 2023.

On cherche maintenant à estimer la température dans la flamme bleue produite par la combustion du méthane qui a donné son nom au *Blue Fire*. Celle-ci peut être modélisée en première approche comme un réacteur adiabatique fermé dans laquelle se déroule la transformation. Ce réacteur est constitué initialement d'air d'une part - de composition molaire de 80 % de N_2 et 20 % de O_2 - et de méthane d'autre part. Les réactifs sont supposés en proportions stoechiométriques dans ce réacteur, et le mélange gazeux avant combustion est initialement à la température de $T_i = 20^\circ\text{C}$. Les capacités thermiques à pression constante des différents gaz seront supposées indépendantes de T , de valeurs précisées dans les données numériques.

Q6. Proposer une estimation numérique de la température de la flamme bleue en détaillant la démarche.

Données utiles pour le traitement du sujet

Données partie A

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273$
- Définition du $\text{kW}\cdot\text{h}$: 1 $\text{kW}\cdot\text{h}$ est l'énergie consommée par un dispositif de puissance 1kW pendant une durée d'une heure.
- Masses molaires : $M(\text{H}) = 1,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M(\text{C}) = 12,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M(\text{O}) = 16,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Données thermodynamiques à 298 K :

	$\text{H}_2(\text{g})$	$\text{N}_2(\text{g})$	$\text{O}_2(\text{g})$	$\text{CO}_2(\text{g})$	$\text{CH}_4(\text{g})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
$\Delta_f H^\circ$ en $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$	0	0	0	-393,5	-74,6	-241,8
S_m° en $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$	130,7	191,6	205,2	213,8	186,3	188,8

- Capacités thermiques moyennes à pression constante des différents gaz, calculées sur l'intervalle de température [298K , 3 500K].

	$\text{H}_2(\text{g})$	$\text{N}_2(\text{g})$	$\text{O}_2(\text{g})$	$\text{CO}_2(\text{g})$	$\text{CH}_4(\text{g})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
$C_{p,n}$ en $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$	29,2	30,1	32,3	45,4	44,5	37,6

- Loi de van't Hoff : $\frac{d \ln K^\circ}{dT} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2}$