

TD Diffusion Thermique (Centrale TSI 2022)

I.B – La température du cœur

On étudie uniquement le cœur d'uranium, modélisé comme un cylindre creux de rayon interne $R_1 = 10$ cm et de rayon externe $R_2 = 20$ cm. Le système étudié est une couronne cylindrique d'épaisseur dr , comprise entre r et $r + dr$, et de hauteur h . On suppose le problème invariant par rotation autour de l'axe de révolution du cylindre et invariant par translation suivant le même axe (figure 5).

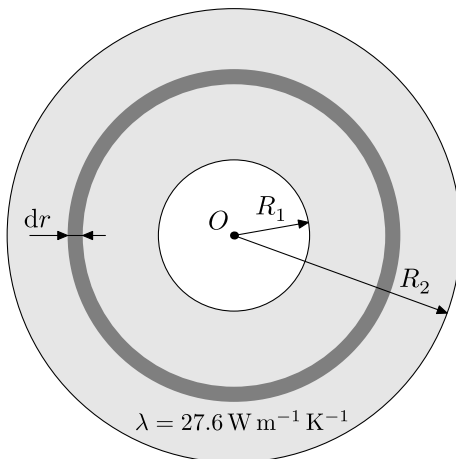


Figure 5 Schéma du système étudié vu de dessus. La zone grisée correspond à l'ensemble du cœur en uranium, la zone plus foncée au système étudié.

On note $\Phi(r)$ le flux thermique traversant une surface cylindrique située à la distance r du centre. On effectue un bilan d'enthalpie sur une couronne cylindrique d'épaisseur dr et de hauteur h . Ce bilan effectué pendant un temps dt s'écrit

$$dH = \Phi(r) dt - \Phi(r + dr) dt + P_v 2\pi r h dr dt. \quad (\text{I.1})$$

Q 3. Interpréter chacun des termes du bilan de l'équation (I.1).

Q 4. Montrer qu'en régime stationnaire, il vient

$$\frac{d\Phi(r)}{dr} = 2\pi h P_v r. \quad (\text{I.2})$$

Q 5. En déduire l'expression de $\Phi(r)$ en fonction de h , r , P_v et d'une constante A qu'on ne cherchera pas à calculer.

On note λ le coefficient de conduction thermique de l'uranium.

Q 6. Rappeler la loi de la conduction thermique de Fourier.

Q 7. En déduire l'expression de $\Phi(r)$ en fonction de h , r et $\frac{dT(r)}{dr}$. On pourra utiliser le formulaire fourni en fin d'énoncé.

Q 8. En déduire que l'expression de la température en fonction de la distance r est donnée par l'équation

$$T(r) = -\frac{A}{\lambda 2\pi h} \ln r - \frac{P_v}{4\lambda} r^2 + B \quad (\text{I.3})$$

où B est une constante que l'on ne cherchera pas à déterminer dans cette question.

Q 9. Justifier que $\Phi(R_1) = 0$ en régime permanent. En déduire que $A = -P_v \pi R_1^2 h$.

Q 10. En déduire l'expression de la température sur la face intérieure du cœur en contact avec le carbure de bore $T(R_1)$ en fonction de $T(R_2)$, la température sur la paroi extérieure du cœur ainsi que de R_1 , R_2 , P_v et λ .

Q 11. Sachant que la température $T(R_2)$ vaut 800°C , en déduire la valeur numérique de la température $T(R_1)$. On prendra $P_v = 2,7 \times 10^6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-3}$.

Q 12. Justifier, sans calcul, que la température de la barre de carbure de bore est uniforme.

Q 13. Sachant que la température de fusion du carbure de bore est d'environ 2350°C , que peut-on conclure sur l'aspect thermique de la modélisation proposée ?

Formulaire :

$$\vec{\text{grad}} T(r) = \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$$

1 Un carburant vert : le dihydrogène

Le dihydrogène est considéré comme le plus prometteur des modes de stockage, sous forme chimique, de l'énergie électrique. Il n'est ni polluant, ni toxique. Il peut être formé par électrolyse de l'eau ou selon la réaction de reformage à partir du gaz naturel. Il est utilisé dans les piles à combustible ou comme carburant dans des moteurs thermiques. Sa combustion ne génère que de l'eau. Son énergie massique de combustion (appelée **pouvoir calorifique**) dans l'air est supérieure à 100 MJ.kg⁻¹. Par comparaison, 1,0 kg de dihydrogène est équivalent à 2,8 kg d'essence. Cependant, le principal verrou technologique au développement du dihydrogène comme source énergétique est son stockage, de manière sûre et sur du long terme, ce gaz étant hautement inflammable.

1. Écrire l'équation de la réaction qui modélise la combustion du dihydrogène. Calculer son enthalpie de réaction standard $\Delta_r H^\circ$.
2. Quelle est la masse molaire M du dihydrogène ?
3. Déterminer, à 298 K, la valeur de l'énergie thermique Q libérée par la combustion de 1 kg de dihydrogène. On suppose la transformation isotherme. Confronter votre résultat aux informations fournies dans le texte d'introduction.
4. Écrire la réaction de combustion de l'octane puis calculer l'enthalpie standard de réaction correspondante.
5. Calculer ainsi l'énergie thermique libérée lors d'une transformation isotherme par la combustion de 1 kg d'octane. En déduire le pouvoir calorifique de l'octane. Justifier la phrase "Par comparaison, 1,0 kg de dihydrogène est équivalent 'à 2,8 kg d'essence".

Espèce	C ₈ H ₁₈ (l)	H ₂ O(g)	CO ₂ (g)
$\Delta_f H^\circ$ (kJ/mol)	-230	-242	-390

TABLE 1 – Enthalpies standard de formation de certaines espèces.

Atome	C	H	O
M (g/mol)	12	1.0	16

TABLE 2 – Masses molaires de certains atomes.