

CEB 1

Connexion

I/ 1) Le fluide étant au repos on utilise le principe fondamental de la statique des fluides:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad \text{avec } z \text{ l'axe vertical ici orienté}$$

vers le haut. Ici l'océan est supposé de masse volumique $\rho = \rho_0 = \text{cte}$. Ainsi

$$\frac{dP}{dz} = -\rho_0 g$$

2) Ainsi $P(z) = -\rho_0 g z + A$ on $P(z=0) = P_{\text{atm}}$

d'où $P_{\text{atm}} = A$, finalement $P(z) = P_{\text{atm}} - \rho_0 g z$

Application numérique (A.N.): $P_{4000} = 4,03 \times 10^7 \text{ Pa}$

3) On a maintenant $\rho = \rho_0 (1 + \chi_e (P - P_{\text{atm}}))$

$$\text{Ainsi } \frac{dP}{dz} = -\rho_0 (1 + \chi_e (P - P_{\text{atm}})) g \Rightarrow \frac{dP}{dz} + \rho_0 \chi_e g P = -\rho_0 g (1 - \chi_e P_{\text{atm}})$$

La solution homogène de cette équation différentielle est

1/10

$$P_1(z) = A e^{-\log \chi_e g z}$$

Une solution particulière est: $P = P_{atm} - \frac{1}{\chi_e}$

$$\text{Ainsi } P(z) = P_{atm} - \frac{1}{\chi_e} + A e^{-\log \chi_e z}$$

$$\text{On } P(z=0) = P_{atm} \Rightarrow P_{atm} - \frac{1}{\chi_e} + A = P_{atm} \Rightarrow A = \frac{1}{\chi_e}$$

$$\text{D'où } \boxed{P(z) = P_{atm} + \frac{1}{\chi_e} (e^{-\log \chi_e z} - 1)}$$

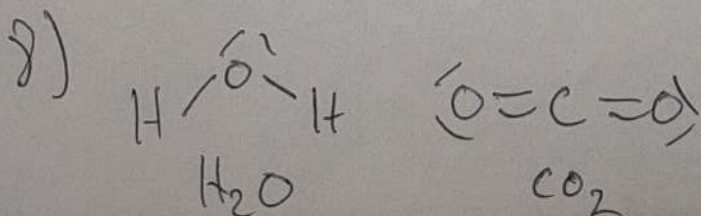
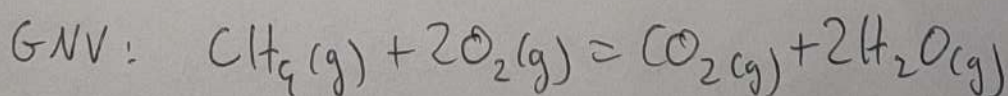
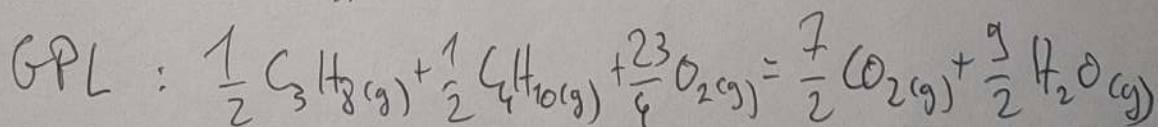
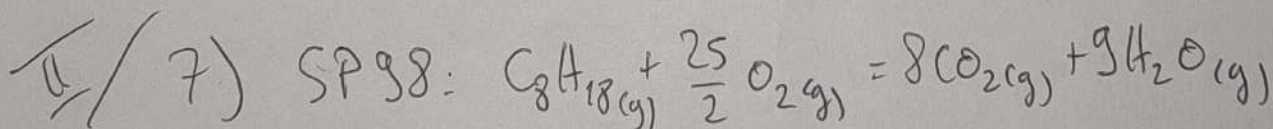
$$\text{ainsi } \begin{aligned} A &= \frac{1}{\chi_e} \\ B &= \frac{1}{\chi_e} \\ C &= \log \chi_e \end{aligned}$$

$$4) \text{ A.N. : } \underline{P'(4000) = 4,07 \times 10^7 \text{ Pa}}$$

5) A.N. : $\varepsilon = 0,9\%$: cet écart relatif est très faible, ainsi la compressibilité est négligeable pour le calcul de la pression à 4000m.

$$6) \text{ A.N. : } \rho_e = 1025 \left(1 + 4,5 \times 10^{-10} (P'(4000) - 1,01 \times 10^5) \right)$$

$$\underline{\rho_e \approx 1,09 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} \quad \checkmark$$



9) $\Delta_f H^\circ(O_{2(g)}) = 0$ car $O_{2(g)}$ est un corps pur simple dans son état standard de référence.

Ainsi $\Delta_r H^\circ_1 = -802,85 \text{ J/mol} < 0$: cette réaction est exothermique.

10) Pour le GNV: Pour chaque mole de CH_4 consommée, 1 mole de CO_2 est produite ainsi

$$E_{m_1} = 802,85 \text{ J/mol}$$

Pour le SP88, 8 mole de CO_2 sont produites par mole d'octane consommée ainsi

$$E_{m_2} = \frac{5068}{8} = 633,5 \text{ J/mol}$$

Pour le GPL ce sont $\frac{7}{2}$ mole d'acé

$$E_{m_2} = 2351 \times \frac{2}{7} = 671,7 \text{ J/mol}$$

11) On voit d'après la question précédente que le GNV est le carburant qui fournit le plus d'énergie par mole de CO_2 formée.

12) On a $PC = -\frac{\Delta_r H^\circ}{n} = 5,73 \times 10^7 \text{ J/kg}$

3/10

13) Le moteur doit donc recevoir la puissance W

$$P = \frac{P_u}{\eta} \text{ avec } \eta = 0,35. \text{ De plus } P = \underset{\substack{\uparrow \\ 5/2 \rho g}}{PC} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \rho g/s}}{D_m}$$

D'où $P_u = \eta PC D_m$

$$\underline{D_m = \frac{P_u}{\eta PC} \Rightarrow D_m = 3,7 \text{ g/s}}$$

14) L'écoulement est stationnaire et homogène ainsi le débit volumique se conserve. Lorsque les lignes de courant se resserrent la vitesse augmente alors. Les lignes de courant étant plus serrées en A' qu'en B' , on a $v_{A'} > v_{B'}$.

15) Le fluide est parfait, incompressible et homogène. L'écoulement est stationnaire. On peut donc appliquer le théorème de Bernoulli entre deux points d'une même ligne de courant.

$$\text{Entre } A \text{ et } A': P_A + \rho \frac{v_A^2}{2} + \rho g z_A = P_{A'} + \rho \frac{v_{A'}^2}{2} + \rho g z_{A'} \quad (1)$$

$$B \text{ et } B': P_B + \rho \frac{v_B^2}{2} + \rho g z_B = P_{B'} + \rho \frac{v_{B'}^2}{2} + \rho g z_{B'} \quad (2)$$

$$\text{On } P_A = P_B = P_0, v_A = v_B = v_{B'} = v_0, v_{A'} = 2v_0$$

$$\text{et } z_A = z_{A'} = z_B = z_{B'} \text{ (la figure 2 est vue de haut)}$$

$$\text{Ainsi (2)-(1) donne: } P_{B'} - P_{A'} + \frac{\rho}{2}(v_0^2 - 4v_0^2) = 0 \Rightarrow P_{B'} - P_{A'} = \frac{3}{2} \rho v_0^2$$

16) On suppose la pression uniforme et valant P_B en dessous et P_A au dessus de la voile

$$\text{On a donc } F_p = P_B S - P_A S = \frac{3}{2} S \rho_a v_0^2 = F_p$$

17) $F_p = 900 \text{ N}$

18) $P_v = F_p v_0$ or $N = P_a m^2 = \frac{S}{m^3} m^2 = S/m$
 $\frac{W}{N} \quad \frac{N}{S} \quad m/s$ d'où $\frac{Nm}{S} = \frac{S m}{m S} = S/s = W \quad \checkmark$

A.N. : $P_v = 9,09 \text{ W}$

19) $P_u = \frac{3}{2} S \rho_a v_0^3 \rightarrow v_0 = \left(\frac{2}{3} \frac{P_u}{S \rho_a} \right)^{1/3}$

A.N. : $v_0 \approx 20 \text{ m/s}$ Cela semble atteignable.

III/20) $W > 0$, on fournit du travail, c'est un récepteur
 $Q_c < 0$ on chauffe la source chaude
 $Q_f > 0$ on reçoit de la chaleur de la source froide.

21) La source chaude est l'air de la cabine.

La source froide est l'air extérieur.

5/10

22) Une transformation isotherme se fait à $T = T_{\text{ext}} = \text{cte}$, T_{ext} étant la température extérieure.

• Une transformation adiabatique se fait sans échange de chaleur $Q = 0$.

$$23) \Delta U = W + Q_c + Q_f = 0 \quad \text{cycle}$$

$$\Delta S = S_c + 0 = 0 \quad \text{réversible cycle} \quad \text{et } S_c = +\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_c}$$

$$\text{Ainsi } \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$$

$$24) \text{COP} = -\frac{Q_c}{W} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{énergie utile} \\ W \leftarrow \text{énergie courante} \end{array}$$

$$25) \text{On a } W = -Q_c - Q_f \text{ et } Q_f = -Q_c \frac{T_f}{T_c}$$

$$\text{d'où } W = -Q_c \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) = -Q_c \left(\frac{T_c - T_f}{T_c}\right)$$

$$\text{Ainsi } \text{COP}_{\text{rev}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} \quad \text{A.N. : } \text{COP}_{\text{rev}} = 20$$

26) En réalité le cycle est loin d'être réversible.

27) Lorsque T_f diminue, $T_c - T_f$ augmente et ainsi le COP diminue.

$$\text{28) } \vec{j}_Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_x$$

conductivité thermique $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$

densité de flux thermique W/m^2

29) $\vec{j}_Q(x,t) \mid T(x,t) \rightarrow \vec{j}_Q(x+dx,t)$ Soit une tranche infinitésimale de surface latérale dS et d'épaisseur dx .

Son énergie interne à un instant t est : $dU = \rho_m c dS dx T(x,t)$
 à $t+dt$ est : $dU(t+dt) = \rho_m c dS dx T(x,t+dt)$

L'énergie entrante dans le système pendant dt est

$$\delta^{\Pi} Q_e = \vec{j}_Q(x) dS dt$$

et l'énergie sortante $\delta^{\Pi} Q_s = \vec{j}_Q(x+dx) dS dt$

Alors le 1^{er} principe de la thermodynamique nous donne ($\delta W = 0$)

$$dU(t+dt) - dU(t) = \delta^{\Pi} Q_e - \delta^{\Pi} Q_s$$

$$\rho_m c dS dx \frac{\partial T}{\partial t} dt = - \frac{\partial \vec{j}_Q}{\partial x} dS dx dt \Rightarrow \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial \vec{j}_Q}{\partial x}$$

En utilisant la loi de Fourier $\vec{j}_Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$

$$\Rightarrow \rho_m c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho_m c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

Équation de la chaleur, avec $D = \frac{\lambda}{\rho_m c}$ en m^2/s .

30) Régime stationnaire : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T = ax + b$

or $T(x=0) = T_e$ d'où $b = T_e$ et $T(x=l_0) = T_a \Rightarrow al_0 + T_e = T_a \Rightarrow a = \frac{T_a - T_e}{l_0}$

Finalement $T(x) = \frac{T_a - T_c}{e_0} x + T_c$

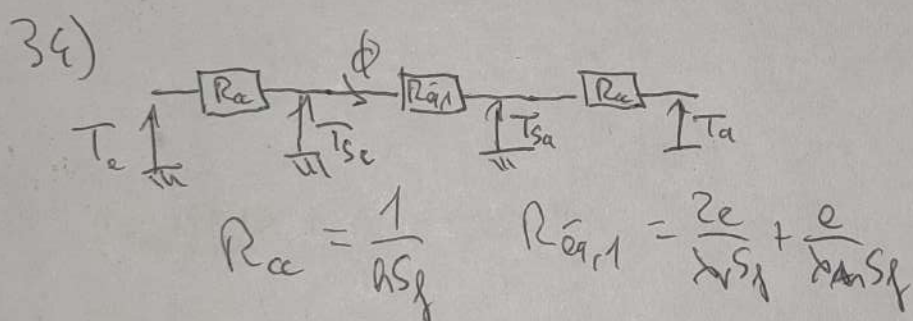
31) On a $\phi = j_Q \times S = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} S = \lambda S \frac{T_c - T_a}{e_0} = \phi$

Une analogie électrique nous donne: $T_c - T_a = R_{ta} \phi$

d'où $\boxed{R_{ta} = \frac{e_0}{\lambda S}}$

32) Elles sont en série et traversées par le même flux thermique.

33) Ainsi $\underline{R_{eq,1} = \frac{2e}{\lambda_v S_f} + \frac{e}{\lambda_{An} S_f}}$



35) $\underline{R_{eq,tot} = \frac{2}{hS_f} + \frac{2e}{\lambda_v S_f} + \frac{e}{\lambda_{An} S_f}}$

36) En régime stationnaire le flux se conserve donc $j_Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ est indépendant de x . Ainsi si $\lambda_{An} \ll \lambda_v$

$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{An} \gg \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{v, \lambda} \Rightarrow$ profil b

et les deux sont de même signe. 8/10

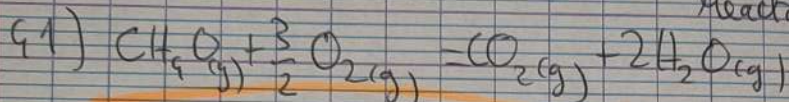
✓

37) $\Delta_n H^\circ_1 = -1288 \text{ J/mol} < 0$, la réaction est exothermique.

38) $\Delta_n S^\circ_1 = -333,5 \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

39) $\Delta_n G^\circ = \Delta_n H^\circ - T \Delta_n S^\circ$ à $T = 298 \text{ K}$, $\Delta_n G^\circ_1 = -29825 \text{ J/mol}$

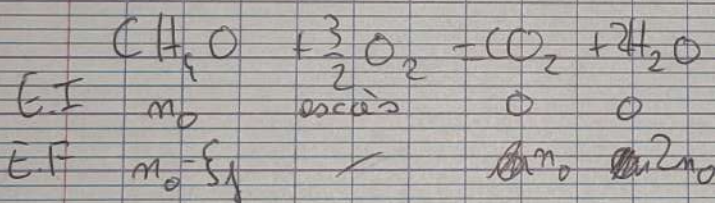
40) $K^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta_n G^\circ}{RT}\right) = 1,1 \times 10^5 > 10^4$: on peut supposer la réaction totale.



42) $\Delta_n H^\circ = -63925 \text{ J/mol} < 0$, la réaction est exothermique.

43) $M = 32 \text{ g/mol}$

44) $n_o = \frac{m}{M} = \frac{e m V}{M} \quad \text{A.N.} \quad n_o = 125 \text{ mol}$



La réaction est totale donc $n_o - \xi_f = 0 \Rightarrow \xi_f = n_o = 125 \text{ mol}$

45) Pour une transformation monobare, $\Delta H = Q$.

De plus, $dH = \Delta_n H^\circ d\xi + \frac{\partial H}{\partial T} dT$ et ici $dT = 0$ car la transformation est isotherme.

Ainsi $\Delta H = \Delta_n H^\circ \xi_f = Q$ et $Q_p = -Q$ car Q est l'énergie thermique reçue.

On a donc $Q_p = -\Delta_n H^\circ \xi_f \quad \text{A.N.} \quad Q_p = 8015$

46) D'après le tableau d'avancement fait en q.44) $n_1 = 2n_o = 250 \text{ mol}$

9/10

47) La transformation à considérer est $\text{H}_2\text{O}_{(g)} = \text{H}_2\text{O}_{(l)}$

d'après les données, l'enthalpie standard de cette réaction est $\Delta_r H^\circ = -44 \text{ kJ/mol}$.

De plus un changement d'état est isotherme à P fixée.

Ainsi $Q_{p,2} = -\Delta_r H^\circ n_1$

$$Q_{p,2} = 11 \text{ MJ}$$

48) $Q_{p,\text{tot}} = 91 \text{ MJ}$

49) $E_{\text{tot}} = n Q_{p,\text{tot}} = 64 \text{ MJ}$

- 50) • Porter des équipements de protection: blouse, lunettes, gants et masque.
• Éloigner de toute source de chaleur lors du stockage.
• Utiliser dans un espace bien ventilé.

10/10