

Concours Blanc n°1 - Épreuve de Physique-Chimie

À bord d'un bateau

03/11/2025

Durée 4 heures - Calculatrices autorisées
Ce problème est composé de 5 parties indépendantes

Dans ce sujet nous nous intéresserons à plusieurs problèmes autour d'une campagne de mesures scientifiques faites depuis un bateau.

1 Pression dans l'océan

Les chercheurs présents dans le bateau souhaitent faire des mesures des caractéristiques de l'océan à une profondeur de 4000 m. Pour dimensionner leurs appareils ils ont besoin de connaître le profil de pression dans l'océan.

On assimile dans un premier temps l'eau de l'océan à un liquide de température homogène et de masse volumique $\rho_0 = 1025 \text{ kg/m}^3$ uniforme baignant dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g} = -g\vec{e}_z$, avec $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. On note $P(M)$ la pression en un point M de coordonnées (x, y, z) situé sous la surface libre de l'océan, elle-même en $z = 0$. La pression atmosphérique est supposée uniforme et notée $P_{\text{atm}} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$. Le système de coordonnées est représenté en figure 1.

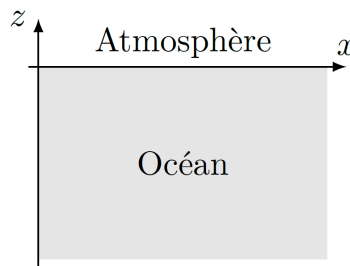


FIGURE 1

1. Démontrer qu'on a ici

$$\frac{dP}{dz} = -\rho_0 g \quad (1)$$

Comment nomme-t-on cette équation ?

2. En déduire le profil $P(z)$ de pression dans l'océan. En déduire la valeur numérique de la pression P_{4000} à une profondeur de 4000 m.

L'eau de mer est en réalité un liquide compressible dont la masse volumique varie avec la pression suivant une relation de la forme

$$\rho_e = \rho_0(1 + \chi_e(P - P_{\text{atm}})) \quad (2)$$

où $\chi_e = 4,50 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ est la compressibilité isotherme de l'eau de mer. On considère toujours que la température de l'océan est uniforme.

3. Déterminer la nouvelle équation différentielle vérifiée par P . La résoudre et montrer que le profil de pression peut se mettre sous la forme

$$P(z) = A + B(\exp(-Cz) - 1) \quad (3)$$

où on donnera les expressions des constantes A , B et C en fonction de χ , g , ρ_0 et P_{atm} .

4. Donner la nouvelle valeur P'_{4000} de la pression à une profondeur de 4000 m.
5. Calculer l'écart relatif entre les deux pressions calculées

$$\varepsilon = \frac{P'_{4000} - P_{4000}}{P_{4000}} \quad (4)$$

Conclure sur l'importance de prendre en compte la compressibilité de l'eau pour le calcul de la pression à 4000 m de profondeur.

6. Vérifier que dans ce modèle la masse volumique de l'eau à 4000 m de profondeur est $\rho_e \simeq 1,04 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

2 Propulsion du bateau

2.1 Propulsion par moteur

Dans cette section on va s'intéresser aux différents carburants pouvant servir dans le moteur du bateau. Les carburants envisagés sont

- L'essence SP98 dont l'octane C_8H_{18} est le principal constituant.
- Le GPL (Gaz de Pétrole Liquéfié) constitué en proportion molaire d'environ 50 % de propane C_3H_8 et 50% de butane C_4H_{10} . Une mole de GPL se compose ainsi de 0,5 mole de propane et de 0,5 mole de butane.
- Le GNV (Gaz Naturel pour Véhicules) essentiellement constitué de méthane CH_4 .

La masse molaire du méthane est $M(\text{CH}_4) = 14 \text{ g/mol}$. On donne la valeur d'enthalpies standard de formation de quelques espèces dans le tableau 1.

Espèce chimique	$\Delta_f H^0$ (kJ/mol)
$\text{CH}_4(\text{g})$	-74.8
$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$	-241.8
$\text{CO}_2(\text{g})$	-393.5

TABLE 1 – Enthalpies standard de formation de certaines espèces.

7. Écrire les réactions de combustion d'une mole de ces hydrocarbures par le dioxygène de l'air qui aboutit à la formation de vapeur d'eau et de dioxyde de carbone.
8. Faire le schéma de Lewis de la molécule d'eau H_2O et de la molécule de dioxyde de carbone CO_2 .
9. Rappeler en la justifiant la valeur de l'enthalpie standard de formation de $\text{O}_2(\text{g})$, puis calculer la valeur de l'enthalpie standard de réaction de la combustion du méthane $\Delta_r H_1^0$. Commenter son signe.
10. Pour les combustions respectives d'une mole de GPL et d'une mole d'essence SP98, on a $\Delta_r H_2^0 = -2351 \text{ kJ/mol}$ et $\Delta_r H_3^0 = -5068 \text{ kJ/mol}$. En déduire pour chacun de ces trois combustibles, l'énergie libérée par mole de CO_2 formée.

11. Les chercheurs du bateau voulant limiter les émissions de CO_2 , ils décident d'utiliser du GNV. Justifier leur choix.
12. Le pouvoir calorifique est l'énergie thermique libérée par kg de combustible brûlé. Donner le pouvoir calorifique du méthane PC en J/kg.

Le moteur du bateau fournit une puissance utile $\mathcal{P}_u = 75 \text{ kW}$, on suppose que son rendement est de 35 %, c'est à dire qu'il convertit 35 % de la puissance reçue par la réaction de combustion en puissance utile.

13. En déduire le débit massique D_m de méthane nécessaire pour alimenter le moteur du bateau.

2.2 Utilisation d'une voile

Pour limiter l'utilisation du moteur, lorsqu'il y a suffisamment de vent le bateau avance grâce à une voile. On suppose que l'air s'écoule autour du bateau à la vitesse constante $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Le fonctionnement d'une voile est similaire à celui d'une aile d'avion. La voile du bateau est représentée en coupe, vue de haut sur la figure 2. On y a également représenté les lignes de courant.

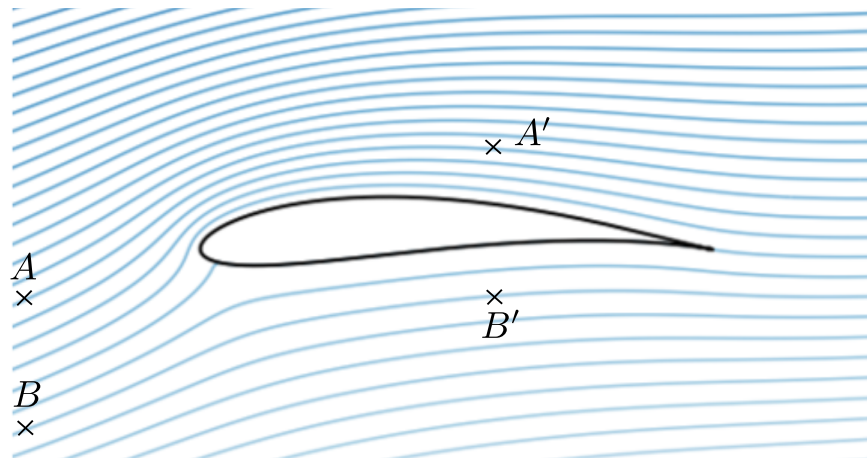


FIGURE 2 – Lignes de courant autour de la voile du bateau, vu de haut.

On suppose que loin en amont de la voile, (points A et B) la vitesse est uniforme ($v_A = v_B = v_0$) et la pression est également uniforme ($P_A = P_B = P_0$). On suppose que l'écoulement de l'air autour de la voile est parfait et stationnaire, et on considère ici que l'air est un fluide incompressible et homogène de masse volumique $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$.

14. Par un raisonnement qualitatif, en utilisant la figure 2 montrer qu'on a $v_{A'} > v_{B'}$. Dans la suite on prendra $v_{B'} = v_0$ et $v_{A'} = 2v_0$.
15. En utilisant deux fois la relation de Bernoulli, donner la relation entre $P_{B'}$, $P_{A'}$, v_0 et ρ_a .
16. On note $S = 5 \text{ m}^2$ la surface de la voile. Montrer que l'expression de la norme de la résultante des forces de pression F_p est

$$F_p = \frac{3}{2} S \rho_a v_0^2 \quad (5)$$

17. Faire l'application numérique.
18. On suppose que la puissance fournie par la voile a pour ordre de grandeur $\mathcal{P}_v = F_p v_0$. Montrer que cette expression est homogène. Faire ensuite l'application numérique.
19. Quelle devrait être la vitesse d'écoulement de l'air autour du bateau pour que la voile délivre la même puissance $\mathcal{P}_u = 70 \text{ kW}$ que le moteur ? Commenter la valeur obtenue.

3 Chauffage de la cabine

Pour que le trajet ne soit pas trop pénible, la cabine du bateau est chauffée. On s'intéresse dans cette partie à la pompe à chaleur utilisée pour le chauffage de la cabine.

Cette pompe à chaleur est destinée à maintenir l'air de la cabine à la température $T_a = 20^\circ\text{C}$ en prélevant de l'énergie thermique à l'air extérieur de température $T_e = 5,0^\circ\text{C}$, grâce à un fluide frigorigène qui circule en circuit fermé dans la machine.

On suppose que cette pompe à chaleur fonctionne de manière réversible selon un cycle de Carnot. Au cours d'un cycle, on note W le travail reçu par le fluide de la part compresseur, Q_f le transfert thermique reçu par le fluide de la part de la source froide et Q_c le transfert thermique reçu par le fluide de la part de la source chaude. On désigne par T_c la température de la source chaude et T_f la température de la source froide.

20. Rappeler et justifier les signes de W , Q_c et Q_f pour une pompe à chaleur.

21. Dans notre situation, quelle est la source froide et quelle est la source chaude ?

On rappelle que le cycle de Carnot se compose de deux transformations isothermes aux températures T_c et T_f et de deux transformations adiabatiques réversibles.

22. Définir une transformation isotherme et une transformation adiabatique.

23. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au fluide au cours d'un cycle réversible. Appliquer ensuite le second principe de la thermodynamique au fluide au cours d'un cycle réversible.

24. Définir le coefficient de performance COP (ou efficacité) d'une pompe à chaleur.

25. En déduire l'expression du coefficient de performance COP_{rev} de ce cycle réversible en fonction de T_c et T_f . Effectuer l'application numérique.

26. Dans ces conditions d'utilisation, le constructeur annonce un coefficient de performance $COP = 5,5$. Pour quelle raison est-il différent du COP_{rev} ?

27. Comment varie le coefficient de performance de la pompe à chaleur lorsque l'air extérieur devient plus froid ?

4 Isolation de la cabine

Dans cette partie nous allons étudier l'isolation thermique de la cabine du bateau. On considère une paroi plane (figure 3) d'épaisseur e_0 , de surface S_0 . On néglige les effets de bord dans les direction y et z . La température ne dépend que de x . La température sur la face extérieure située en $x = 0$ est notée $T_e = 5,0^\circ\text{C}$, celle de la seconde face située en $x = e_0$ est notée $T_a = 20^\circ\text{C}$.

On note c la capacité thermique massique du matériau, ρ_m sa masse volumique et λ sa conductivité thermique.

4.1 Étude d'une paroi plane

28. Rappeler la loi de Fourier. Préciser les notations et les unités des grandeurs physiques qui interviennent.

29. Par un bilan d'énergie interne, établir l'équation de la diffusion thermique. Introduire et donner l'expression ainsi que l'unité du coefficient de diffusion D .

30. En régime stationnaire déterminer le profil de température $T(x)$ de cette paroi en fonction de e_0 , T_a et T_e .

31. Donner en régime stationnaire l'expression du flux thermique Φ traversant cette paroi orienté dans le sens $x > 0$, en fonction de e_0 , T_a , T_e , λ et S_0 . En déduire l'expression de la résistance thermique R_{th} de cette paroi en fonction de e_0 , λ et S_0 .

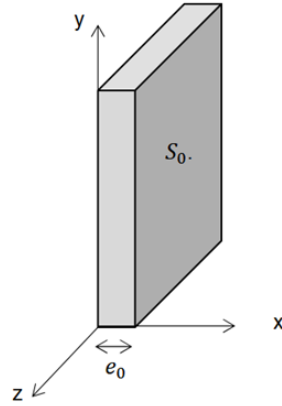


FIGURE 3 – Paroi plane

4.2 Étude d'une fenêtre double vitrage

Une fenêtre double vitrage (figure 4) de surface S_f est constituée de deux parois vitrées de même épaisseur e séparées d'une couche d'argon statique également d'épaisseur e . En plus des phénomènes de diffusion thermique dans le verre et dans l'argon, il faut tenir compte d'échanges conducto-convectifs au niveau des interfaces air extérieur – verre et verre – air intérieur. Ces échanges sont décrits par la loi de Newton $P = hS_f(T_{\text{air}} - T_S)$ où P est la puissance échangée, h est un coefficient d'échange, T_{air} et T_S sont les températures de l'air et du verre à une même interface.

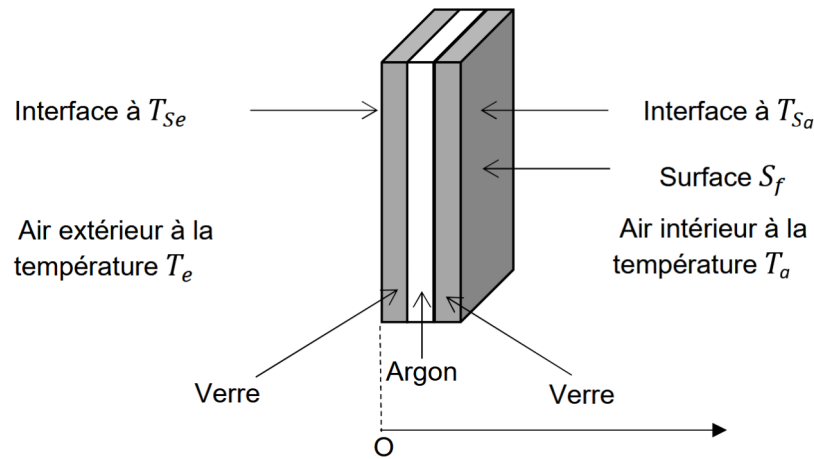


FIGURE 4 – Double vitrage

On note T_{Se} et T_{Sa} respectivement les températures en surface des verres aux interfaces air extérieur-verre et air intérieur-verre. On note ρ_v , c_v et λ_v la masse volumique, capacité thermique massique et conductivité thermique du verre. On note ρ_{Ar} , c_{Ar} et λ_{Ar} la masse volumique, capacité thermique massique et conductivité thermique de l'Argon. On a $\lambda_{Ar} \ll \lambda_v$.

32. Comment sont placées entre elles les résistances thermiques des parois de verre et de la couche d'Argon ? Justifier la réponse.

33. Donner l'expression de la résistance thermique conductive équivalente $R_{\text{eq},1}$ à l'ensemble parois de verre + couche d'Argon.
34. Proposer, en régime stationnaire, un schéma électrique équivalent qui décrit les transferts thermiques associés à cette fenêtre. Précisez les expressions littérales des résistances thermiques qui interviennent en fonction des données de l'énoncé. Vous ferez apparaître sur votre schéma les différentes températures T_a , T_{Sa} , T_e et T_{Se} .
35. Donner ainsi l'expression de la résistance thermique équivalente $R_{\text{eq,tot}}$ associée à l'ensemble des échanges thermiques.
36. On repère les différentes interfaces par leurs abscisses x . L'interface air extérieur – verre se situe en $x = 0$. On rappelle qu'on a $T_a > T_e$. Précisez parmi les profils de température proposés sur la figure 5 celui qui correspond à cette fenêtre.

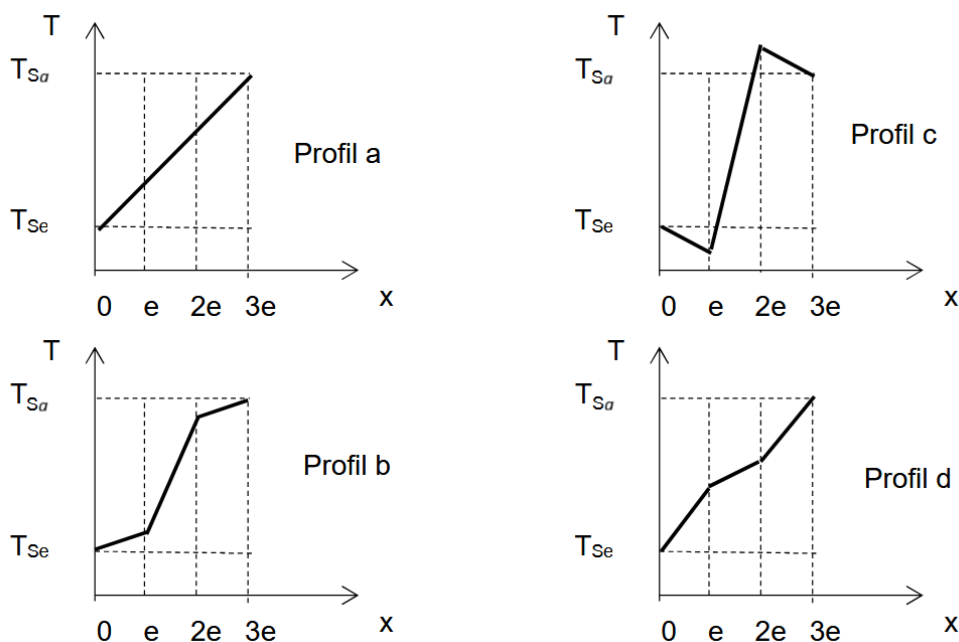


FIGURE 5 – Différents profils de température proposés

5 Génération d'électricité par une pile à combustible

Afin de produire l'électricité nécessaire au fonctionnement des appareils du bateau, on envisage d'utiliser une pile à combustible utilisant du méthanol CH_3OH . Les données numériques nécessaires à la résolution de certaines questions sont données en fin de partie dans les tableaux 2 et 3.

5.1 Production industrielle de méthanol

On s'intéresse tout d'abord à la production industrielle de méthanol qui se fait essentiellement en phase gazeuse. On étudie ici l'une des étapes de cette synthèse dont l'équation de réaction est



37. Calculer l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H_1^0$ de la réaction (6). Commenter son signe.

38. Calculer l'entropie standard de réaction $\Delta_r S_1^0$ de la réaction (6).
39. Rappeler la relation entre l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^0$, l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H^0$, l'entropie standard de réaction $\Delta_r S^0$ et la température T . Calculer, à $T = 298\text{ K}$ la valeur de l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G_1^0$ pour la réaction (6).
40. Donner la relation entre la constante d'équilibre K^0 , la température T et l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^0$. Calculer la constante d'équilibre K_1^0 , toujours à $T = 298\text{ K}$, de la réaction (6) et commenter la valeur obtenue.

5.2 Utilisation du méthanol dans une pile à combustible

41. Écrire l'équation de réaction de combustion du méthanol.
42. Calculer l'enthalpie standard de réaction de cette réaction de combustion, et commenter son signe.
43. Calculer la masse molaire M du méthanol.
44. On place dans la pile à combustible un volume $V = 5,0\text{ L}$ de méthanol. La masse volumique du méthanol est $\rho_m = 800\text{ kg/m}^3$. Calculer la quantité de matière n_0 correspondante. On suppose que le dioxygène de l'air est en large excès et que la réaction est totale. Donner ainsi l'expression et la valeur de ξ_f l'avancement final de la réaction.
45. On suppose que la combustion faite dans la pile à combustible se fait à la température T fixée, de manière isotherme. Exprimer la variation d'enthalpie ΔH entre l'état initial de cette réaction et l'état final. En déduire l'énergie thermique Q_p **produite** par le milieu réactionnel. Faire l'application numérique.
46. Calculer la quantité de matière n_1 de vapeur d'eau $\text{H}_2\text{O(g)}$ produite par la réaction chimique.
47. Dans la pile à combustible, la vapeur d'eau $\text{H}_2\text{O(g)}$ produite par la réaction chimique se condense à pression constante pour former de l'eau liquide $\text{H}_2\text{O(l)}$. Comment varie la température T lors de ce changement d'état? En déduire la variation d'enthalpie ΔH_2 et l'énergie thermique produite $Q_{p,2}$ par le changement d'état des n_1 moles de vapeur d'eau. Donner la valeur numérique de $Q_{p,2}$.
48. En déduire la valeur numérique de $Q_{p,tot}$, l'énergie thermique produite par la réaction de combustion et la condensation de la vapeur d'eau.
49. En supposant que la pile à combustible peut convertir 70% de cette énergie en électricité, calculer l'énergie électrique totale que peut produire cette pile si elle est chargée avec 5,0 L de méthanol.

Un extrait de la fiche de sécurité du méthanol est rapporté en figure 6.

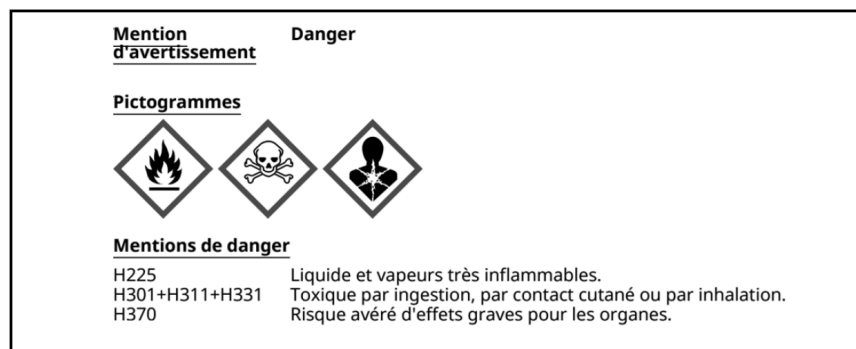


FIGURE 6 – Étiquetage sur une bouteille de méthanol.

50. Donner trois conseils de prudence relatifs au maniement du méthanol.

Espèce chimique	$\Delta_f H^0$ (kJ/mol)	S_m^0 (J K ⁻¹ mol ⁻¹)
CO(g)	-110	198
H ₂ (g)	0	131
CH ₃ OH(g)	-238	127
CO ₂ (g)	-393	214
H ₂ O(g)	-242	189
H ₂ O(l)	-286	69.9

TABLE 2 – Enthalpies standard de formation et entropies molaires standard de certaines espèces.

Espèce chimique	M (g/mol)
C	12
H	1.0
O	16

TABLE 3 – Masses atomiques du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène.

FIN DU SUJET