TD 13 - Électrostatique 1

4 janvier 2026

1 L'oscilloscope cathodique (CCINP 2014) - II

On verra que l'on peut définir le potentiel électrostatique V comme

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \tag{1}$$

Et qu'une particule de charge q plongée dans un potentiel V a pour énergie potentielle $E_p = qV$.

1.1 Accélération du faisceau d'électrons

La première partie d'un oscilloscope est un canon à électrons qui crée et accélère un faisceau d'électrons. Une cathode C émet des électrons de charge $-e$ de masse m_e à une vitesse nulle. À une distance d de la cathode C on place une anode A percée d'un trou en son centre permettant de faire passer les électrons.

La cathode est portée au potentiel électrostatique V_C et l'anode à V_A, on note $U = V_A - V_C > 0$. Le tout est schématisé sur la figure 1.

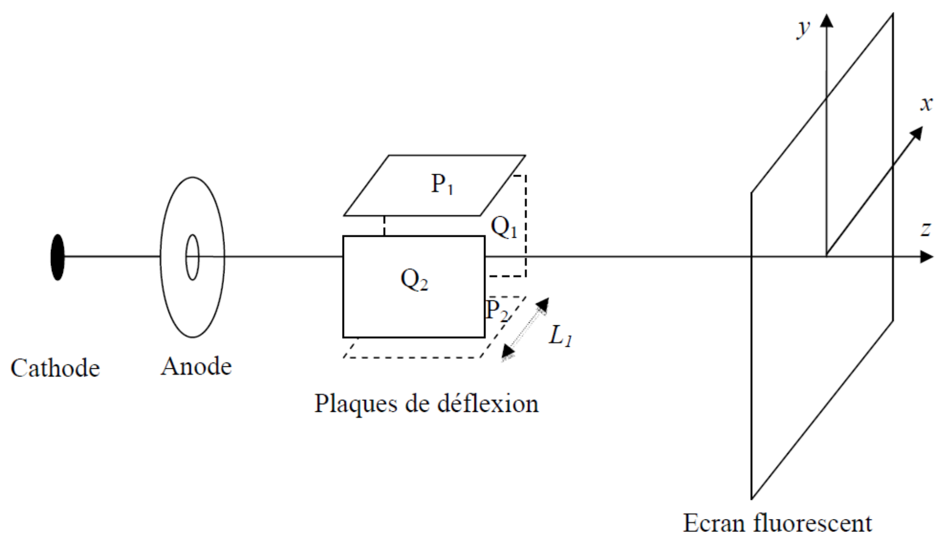

FIGURE 1 – Schéma de l'oscilloscope cathodique

Données numériques :

$$m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\text{kg} \quad ; \quad e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C} \quad ; \quad \varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\text{F/m} \quad ; \quad g = 9{,}81\,\text{m/s}^2 \tag{2}$$

1. On admet que le potentiel $V(z)$ entre la cathode et l'anode est donné par

$$V(z) = -\frac{U}{d}z \tag{3}$$

Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}$ entre la cathode et l'anode.

2. Déterminer l'expression de la force électrostatique $\vec{f}$ subie par l'électron entre C et A.
3. Sachant que $d = 0{,}1\,\mathrm{m}$ et que $U = 1{,}0\,\mathrm{kV}$, justifier numériquement que le poids de l'électron est négligeable devant la force électrostatique qu'il subit.
4. À l'aide du principe fondamental de la dynamique, déterminer l'expression de la vitesse v_0 de l'électron en A.
5. Retrouver ce résultat à l'aide du théorème de l'énergie mécanique.

1.2 Déflexion du faisceau d'électrons - II

La trajectoire des électrons est ensuite déviée grâce aux plaques P_1 et P_2 de la figure 1 (on ne s'intéressera pas aux plaques Q. On applique entre les plaques P_1 et P_2 la tension $U_Y = V_{P_1} - V_{P_2} > 0$. Ces deux plaques sont distantes de L_1. De la même manière que précédemment on admet que le potentiel entre ces deux plaques est donné par

$$V(y) = -\frac{U_Y}{L_1} y \tag{4}$$

On se place maintenant dans le repère (O_1xyz) où O_1 est le point d'entrée des électrons dans le dispositif de déflexion. Les électrons entrent dans ce dispositif avec la vitesse $\vec{v} = v_0\vec{e}_z$.

1. Donner l'expression de $\vec{f'}$ la force que subit l'électron entre les plaques P_1 et P_2.
2. Appliquer le PFD à l'électron pour déterminer son accélération $\vec{a}$.
3. En déduire par intégration les équations horaires relatives au mouvement de l'électron dans le repère (O_1xyz).
4. Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire de l'électron dans ce repère est

$$y = \frac{eU_Y z^2}{2L_1 m_e v_0^2} \tag{5}$$

2 Lignes de champ - II

On considère le champ électrique en coordonnées cylindriques (r, θ, z)

$$\vec{E} = E_0(\vec{e}_r + \alpha\vec{e}_\theta) \tag{6}$$

on rappelle l'expression de $\mathrm{d}\vec{l}$ en coordonnées cylindriques

$$\mathrm{d}\vec{l} = \mathrm{d}r\vec{e}_r + r\mathrm{d}\theta\vec{e}_\theta + \mathrm{d}z\vec{e}_z \tag{7}$$

1. À partir de l'équation des lignes de champ montrer que l'on a

$$\mathrm{d}\theta = \alpha\frac{\mathrm{d}r}{r} \tag{8}$$

2. Intégrer l'équation précédente entre de $\theta = 0$ à θ et de $r = r_0$ à r. Montrer alors que l'équation d'une ligne de champ est

$$r = r_0 \exp(\alpha\theta) \tag{9}$$

3. Dessiner la forme des lignes de champ pour $\alpha > 0$, $\alpha < 0$ et $\alpha = 0$.