# Colles d'électrostatique

## 1 Boule chargée

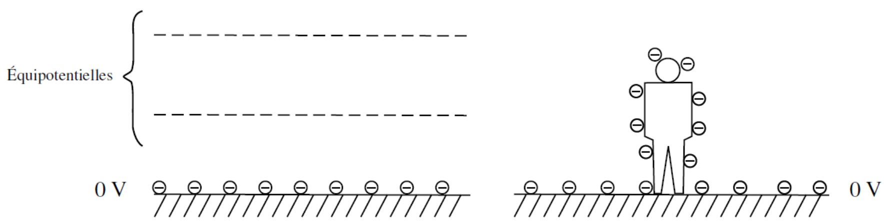
Considérons une boule de rayon $R$ chargée uniformément en volume, avec la densité volumique de charge $\rho$.

1. Exprimer la charge totale $Q$ de la boule en fonction de $\rho$ et $R$.
2. Schématiser la boule, et placer un point M à l'extérieur, à la distance $r > R$. Représenter la base sphérique.
3. Indiquer les plans de symétrie passant par M et les invariances. En déduire que le champ électrostatique créé par cette boule est de la forme $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$.
4. Décrire la surface de Gauss choisie pour la suite de l'exercice. Par application du théorème de Gauss, déterminer l'expression de $E(r)$ en fonction de $Q$,$r$,$\epsilon_0$. Vérifier que l'on trouve le même résultat que pour le champ créé par une charge ponctuelle $Q$.
5. Faire un nouveau schéma dans le cas où M est à l'intérieur de la boule $r < R$. Déterminer la nouvelle expression de $E(r)$.
6. Tracer l'allure de $E(r)$.
7. Donner la relation reliant le champ électrostatique $\vec{E}$ au potentiel $V$.
8. Par projection de cette relation sur $r$, en déduire l'expression de $V(r)$ pour $r > R$. La masse (potentiel nul) sera choisie à l'infini.
   Expression du gradient en sphériques :
   $$\vec{\text{grad}}(V) = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\vec{e}_\phi$$
9. Supposons que cette sphère est le noyau d'un atome de numéro atomique $Z$. A la distance $r$ se trouve un électron. Exprimer la force électrostatique subie par cet électron en fonction de $Z$, de la charge élémentaire $e$, de $r$ et $\epsilon_0$.
10. Exprimer également l'énergie potentielle $E_p$ de cet électron.

## 2 Champ électrique terrestre

On considère que la Terre et son atmosphère constituent les deux armatures d'un condensateur sphérique. L'armature terrestre est chargée négativement, l'atmosphère positivement. Au voisinage du sol, le champ électrique créé est de l'ordre de 100 V/m.

1. On suppose conventionnellement que le sol est de potentiel nul. Sur la figure (a) ci-dessous, attribuer à chacune des équipotentielles sa valeur en volts, sachant qu'elles sont séparées d'un mètre. Représenter quelques lignes de champ électrique.



(a) En l'absence d'obstacle (b) En présence humaine

2. Sur la figure (b), représenter les mêmes équipotentielles en tenant compte de la présence d'un homme. Représenter quelques lignes de champ électrique au voisinage de l'homme. L'observation de ces lignes de champ permet-elle de déterminer les zones de faible ou de fort champ électrique ? Justifier. Indiquer alors les zones de fort champ électrique.

   Le système Terre-atmosphère est localement modélisable par un condensateur plan dont une armature porte la densité surfacique de charge $\sigma$ supposée positive.

3. Par une utilisation soignée du théorème de Gauss, montrer qu'un plan infini portant la densité surfacique de charge $\sigma$ crée un champ électrique de norme $E_{plan} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.
4. Représenter le vecteur champ électrique de part et d'autre du plan infini portant la densité surfacique de charge $\sigma$. Établir, en utilisant l'expression de $E_{plan}$, et à l'aide du théorème de superposition, l'expression de la norme du champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur d'un condensateur plan.
5. Sachant que $\sigma = 1,1\ 10^{-9}$ C/m$^2$, calculer la valeur numérique du champ électrique à l'intérieur du condensateur plan.

## 3 Cylindre chargé en surface

On considère un cylindre rectiligne chargé, de section circulaire de rayon $R$ en équilibre électrostatique. Ce cylindre est creux et est donc chargé uniquement en surface avec une densité surfacique de charges uniforme $\sigma_0$.

1. Représenter cette distribution de charges. On appelera $z$ l'axe du cylindre.
2. Soit un point M situé à l'extérieur du cylindre, que l'on repère par ses coordonnées cylindriques $(r, \theta, z)$. Par analyse des symétries et invariances, justifier *soigneusement* que $E(\vec{M}) = E(r)\vec{e_r}$. Ce résultat est-il changé lorsque le point M est à l'intérieur du cyclindre ?
3. Par application du théorème de Gauss, déterminer le champ électrique au point M, dans le cas $r > R$. Décrire la surface de Gauss choisie et la dessiner au tableau.
4. Faire de même pour $r < R$, avec un nouveau dessin. Le champ électrique est-il continu en $r = R$ ? Si ça n'est pas le cas, déterminer la discontinuité et commenter.
5. Calculer le potentiel électrostatique en fixant la référence de potentiel nul en $r = R$ (continu). Aurait-on pu choisir $V(+\infty) = 0$ ?
6. Tracer $E(r)$ et $V(r)$.