

I/1) • L'évaporation de l'eau est un phénomène endothermique qui refroidit ainsi l'air de la goutte.

• La détente de l'air entraîne un abaissement de température : en effet si on considère que l'air est un gaz parfait, et que la détente est adiabatique réversible, on a :

$$T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma P_2^{1-\gamma} \quad \text{avec } P_1 > P_2 \text{ (détente de 1 à 2)}$$

d'où $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ et $\gamma > 1$ donc $\frac{1-\gamma}{\gamma} < 1$ ainsi $T_2 < T_1$: la détente refroidit bien l'air.

2) On a : $\underline{Q_1} > 0$ car la source chaude réchauffe le fluide

$\underline{Q_3} > 0$ car le but de cette machine est de refroidir la source froide.

De plus le premier principe appliqué au cycle donne : $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

$$\Rightarrow Q_2 = -Q_1 - Q_3 < 0 \Rightarrow \underline{Q_2} < 0$$

3) D'après le 1^{er} principe $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = -Q_3$

$$Q_1 + Q_2 \leq 0 \Rightarrow Q_1 \leq -Q_2 \Rightarrow \underline{|Q_1| \leq |Q_2|} \text{ (car } -Q_2 > 0)$$

4) Le COP est défini par : $\text{COP} = \frac{\text{Énergie utile}}{\text{Énergie coûteuse}}$

Ainsi ici $\text{COP} = \underline{\frac{Q_3}{Q_1}}$

5) Le 1^{er} principe appliqué au cycle donne

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

Le second :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + S_{\text{créé}} = 0 \text{ avec } S_{\text{créé}} \geq 0$$

$$\hookrightarrow Q_2 = -\frac{T_2}{T_1} Q_1 - \frac{T_2}{T_3} Q_3 - T_2 S_{\text{créé}}$$

$$\hookrightarrow Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) + Q_3 \left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right) - T_2 S_{\text{créé}} = 0$$

$$Q_1 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right) + Q_3 \left(\frac{T_3 - T_2}{T_3}\right) = T_2 S_{\text{créé}} \Rightarrow Q_3 \left(\frac{T_3 - T_2}{T_3}\right) = T_2 S_{\text{créé}} + Q_1 \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right)$$

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_2} \frac{T_3}{T_1} + \frac{T_2 T_3}{T_3 - T_2} S_{\text{créé}}$$

$$\text{COP} = \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3} \frac{T_3}{T_1} + \frac{T_2 T_3}{T_3 - T_2} S_{\text{créé}}$$

or $T_3 - T_2 < 0$ et $S_{\text{créé}} \geq 0$

donc $\frac{T_2 T_3}{T_3 - T_2} S_{\text{créé}} \leq 0$

$$\text{En posant } \boxed{\text{COP}_{\text{max}} = \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3} \frac{T_3}{T_1}} \text{ on a bien}$$

$$\text{COP} \leq \text{COP}_{\text{max}}$$

6) Lorsque T_1 devient très grand, $T_1 - T_2 \approx T_1$ d'où

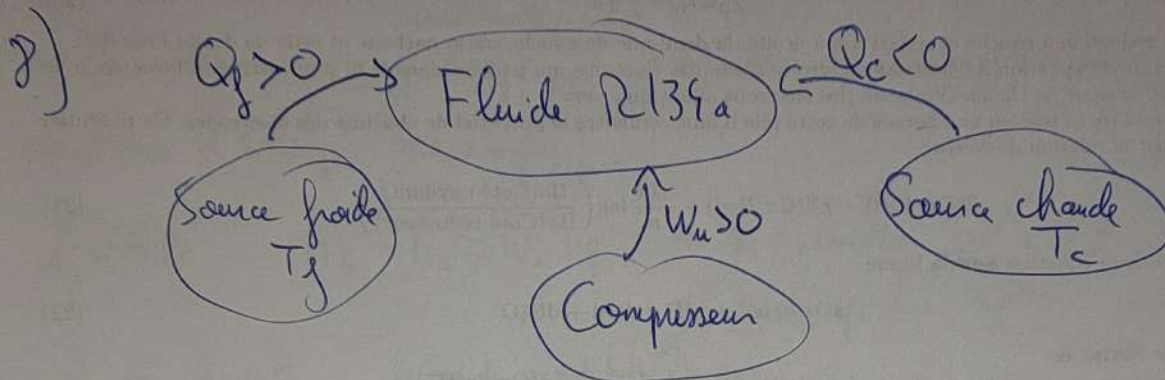
$$\lim_{T_1 \rightarrow +\infty} \text{COP}_{\text{max}} = \frac{T_1}{T_2 - T_3} \frac{T_3}{T_1} = \frac{T_3}{T_2 - T_3} \quad \text{c'est le coefficient de}$$

performance ^{de Carnot} d'une machine frigorifique diatherme fonctionnant entre T_2 et T_3 . (cf. Q11)

7) Des avantages possibles sont:

3

- Pas de compresseur donc pas de bruit généré
- Pas d'usure des pièces mécaniques car pas de partie mobile



9) Le condenseur fait se liquéfier le fluide, ce qui libère de la chaleur, il doit être ainsi en contact avec la source chaude.

10) Inversement dans l'évaporateur le fluide se vaporise et prend ainsi de la chaleur au milieu, il doit donc être en contact avec la source froide.

11) Ici $COP = \frac{q_f}{w_u}$

Les deux principes de la thermodynamique appliqués à un cycle réversible donnent:

$$\Delta U = w_u + q_c + q_f = 0 \quad \Delta S = \frac{q_c}{T_c} + \frac{q_f}{T_f} + 0 = 0 \quad \xrightarrow{\text{réversible}}$$

$$q_c = -q_f \frac{T_c}{T_f} \rightarrow q_f \left(1 - \frac{T_c}{T_f} \right) + w_u = 0 \Rightarrow q_f \left(\frac{T_f - T_c}{T_f} \right) + w_u = 0$$

$$\Rightarrow COP_{\text{rév}} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

12) Le premier principe industriel est:

$$\underline{[h + e_c + e_p]_e^\Delta} = w_u + q$$

13) cf. cours

14) Le premier principe ^{industriel} appliqué au détendeur donne: (en négligeant les variations d'énergie mécanique)

~~Il est~~ $h_s - h_e = w_u + q$ or le détendeur est calorifugé $\Rightarrow q = 0$
et sans partie mobile $\Rightarrow w_u = 0$

d'où $\underline{h_s = h_e}$ détente isenthalpique.

15) cf. document B

16) Cette machine est réceptrice ($w_u > 0$) le cycle est donc parcouru dans le sens trigonométrique.

17) Ce sont des lignes horizontales car un changement d'état isotherme est isobare.

18) Ce sont des courbes décroissantes presque verticales. En effet si la vapeur est un gaz parfait on a $\Delta h = c_p \Delta T$ ou $\underline{dh = c_p dT}$
le long d'une isotherme $dT = 0$ d'où $dh = 0$, donc droite verticale.

19) cf. document B

20) $\rightarrow$

21) cf. doc. A

22) Premier principe industriel dans le compresseur calorifugé:

$$h_2 - h_1 = w_{ic} + 0 \Rightarrow \underline{w_{ic} \approx 33 \text{ kJ/kg}}$$

23) Premier principe industriel dans l'évaporateur sans partie (5)
mobile: $h_1 - h_4 = q_f \Rightarrow q_f \approx 135 \text{ kJ/kg}$

24) On a $P_f = \Delta m q_f$ d'où $P_f = 27 \text{ kW}$

25) $\text{COP} = \frac{q_f}{W_{\text{ic}}} = 4,1$

En prenant $T_f = 5^\circ\text{C} = 278 \text{ K}$ et $T_c = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$

On trouve $\text{COP}_{\text{rev}} \approx 6,2 > \text{COP}$

en effet dans notre cycle il existe des étapes irréversibles qui font baisser le coefficient de performance de la machine.

26) * voir p8

U / 27) La distribution de charge est invariante par rotation d'angle θ et par translation selon l'axe z ainsi

$$\vec{E} = \vec{E}(r)$$

• Soit $M(r, \theta, z)$ un point quelconque. Les plans $\pi_1(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ et $\pi_2(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ sont plans de symétrie de la distribution de charge. Ainsi $\vec{E}(M) \in \pi_1 \cap \pi_2$ d'où

$$\vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r$$

28) σ étant uniforme on a $Q = 2\pi a_1 H \sigma \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{2\pi a_1 H}$

29) On choisit comme surface de Gauss un cylindre fermé de rayon r tel que $a_1 < r < a_2$ et de hauteur h . On note la surface du haut S_{haut} , celle du bas S_{bas} et la latérale S_{lat}

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \underbrace{\iint_{S_{\text{lat}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}}_0 + \underbrace{\iint_{S_{\text{haut}}} E(r) \vec{e}_r \cdot dS \vec{e}_z}_0 + \underbrace{\iint_{S_{\text{bas}}} E(r) \vec{e}_r \cdot dS (-\vec{e}_z)}_0$$

Ainsi $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{\text{lat}}} E(r) r dz d\theta = r E(r) \int_0^h \int_0^{2\pi} dz d\theta$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2\pi r h E(r)$$

La charge intérieure à la surface de Gauss est:

$$Q_{\text{int}} = 2\pi a_1 h \sigma$$

On applique le théorème de Gauss: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$

$$2\pi r h E(r) = 2\pi a_1 h \sigma \Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{a_1 \sigma}{r \epsilon_0} \vec{e}_r} \quad \text{pour } a_1 < r < a_2$$

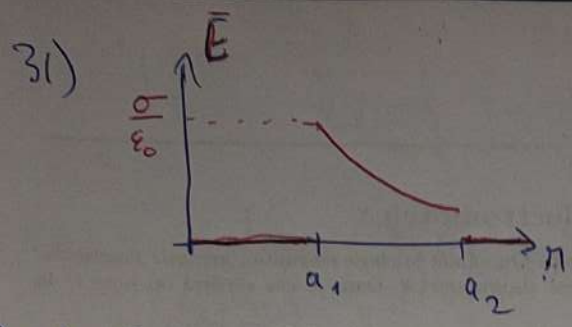
30) On prends la même surface de Gauss sauf que le rayon du cylindre est maintenant $r < a_1$: ainsi $Q_{\text{int}} = 0$
de Gauss

$$\text{d'où } \vec{E}(r < a_1) = \vec{0}$$

De même les armatures étant de charge ~~égales~~ opposées

$$\text{Or pour } r > a_2 \quad Q_{\text{int}} = 0$$

$$\text{d'où } \vec{E}(r > a_2) = \vec{0}$$



Le champ n'est pas continu
en $r=a_1$ ni en $r=a_2$

32) On a ainsi $U=V_1-V_2$ d'où $Q=C_0(V_1-V_2)$

$$C_0 = \frac{Q}{V_1-V_2}$$

33) La relation entre $\vec{E}$ et V est $\vec{E} = -\text{grad } V$

On utilise l'expression fournie du gradient:

$$\frac{a_1 \sigma}{\epsilon_0 r} \vec{e}_r = -\frac{dV}{dr} \vec{e}_r \Rightarrow -\frac{a_1 \sigma}{\epsilon_0} \frac{dr}{r} = dV$$

On intègre entre $r=a_1$ ($V=V_1$) et $r=a_2$ ($V=V_2$)

$$-\frac{a_1 \sigma}{\epsilon_0} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right) = V_2 - V_1 \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{a_1 \sigma}{\epsilon_0} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

34) On fait apparaître Q grâce à $\sigma = \frac{Q}{2\pi a_1 l}$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi l \epsilon_0} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right) \Rightarrow \boxed{C_0 = \frac{2\pi l \epsilon_0}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}}$$

35) On peut considérer ces deux condensateurs comme en parallèle car soumis à la même différence de potentiel. Les capacités de condensateurs en parallèle s'ajoutent ainsi $C = C_{eau} + C_{air}$

$$36) C(h) = \frac{2\pi h \epsilon}{\ln(\frac{a_2}{a_1})} + \frac{2\pi (H-h) \epsilon_0}{\ln(\frac{a_2}{a_1})} \quad \text{on factorise par } C_0 \quad (8)$$

$$C(h) = \frac{2\pi H \epsilon_0}{\ln(\frac{a_2}{a_1})} \left(\frac{h}{H} \left[\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right] + 1 \right) = C_0 \left(h \times \frac{1}{H} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right) + 1 \right)$$

ainsi $C(h) = C_0(Ah+B)$ avec $A = \frac{1}{H} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right)$ et $B = 1$

37) En $h=0$ on a

$C(h) = C_0$ on retrouve la capacité du condensateur sans eau ce qui est le cas ($h=0$).

38) La première variation $h_{\min}$ est détectée lorsque

$$C(h_{\min}) = 1,05 C_0 \Rightarrow Ah_{\min} + 1 = 1,05 \Rightarrow Ah_{\min} = 0,05$$

$$\Rightarrow \underline{h_{\min} \approx 7,6 \text{ mm}}$$

Ce dispositif semble en effet bien précis vu sa hauteur totale ($H=5\text{m}$)

* 26) On souhaite avoir $P_g' = 1,05 P_g$ et $P_g' = D_m q_g' = D_m (h_1 - h_g')$

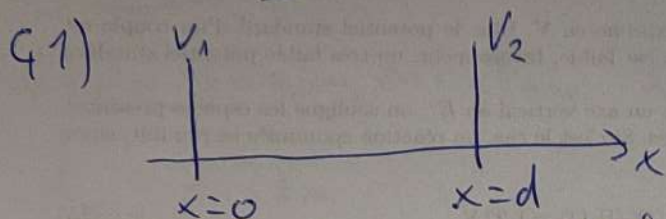
On $h_g' = h_3'$ (3 $\rightarrow$ 4 isenthalpe) $P_g' = D_m (h_1 - h_3')$

$$\Rightarrow h_3' = h_1 - \frac{P_g'}{D_m} \approx 262,85 / \text{kg} \Rightarrow \underline{T_3' \approx 42^\circ\text{C}}$$

Le sous refroidissement est $\Delta T = T_3 - T_3' \approx 8^\circ\text{C}$

39) $E_p = qV$

40) $E_c = \frac{1}{2} m_p v^2$ A.N.: $E_c = 7,9 \times 10^{-11} \text{ J}$



42) La seule force ici est la force électrostatique qui est conservative. Ainsi l'énergie mécanique se conserve

A l'instant initial : $E_{m_1} = E_p(x=0) + E_c(x=0)$
 $E_{m_1} = eV_1$ pas de vitesse initiale

Lorsque la particule est en $x=d$:

$$E_{m_2} = eV_2 + \frac{1}{2} m_p v_f^2$$

$$E_{m_1} = E_{m_2} \Rightarrow eV_1 = eV_2 + \frac{1}{2} m_p v_f^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_p v_f^2 = e(V_1 - V_2) = e \Delta V$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}}$$

43) On veut avoir $v_f = 0,99c$: $e\Delta V = \frac{1}{2} m_p (0,99c)^2$
 $\Delta V = \frac{1}{2} m_p \frac{(0,99c)^2}{e}$ A.N.: $\Delta V = 4,6 \times 10^8 \text{ V}$

44) On a $V(x) = ax + b$

or $V(0) = V_1$ et $V(d) = V_2$ d'où $b = V_1$ et $a = \frac{V_2 - V_1}{d}$

$$V(x) = \frac{V_2 - V_1}{d} x + V_1$$

95) $\vec{E} = -\text{grad } V = -\frac{dV}{dx} \vec{e}_x = \frac{V_1 - V_2}{d} \vec{e}_x$

(10)

$\vec{E} = \frac{\Delta V}{d} \vec{e}_x$

96) Au minimum, on a $E_{\text{dis}} = \frac{\Delta V}{d_{\text{min}}} \Rightarrow d_{\text{min}} = \frac{\Delta V}{E_{\text{dis}}}$

$d_{\text{min}} = 128 \text{ m}$

C'est grand mais faisable.

97) $E_{\text{c,rel}} = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$

Pour $v \ll c$ $E_{\text{c,rel}} \approx mc^2 \left(\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) - 1 \right) \approx mc^2 \left(\frac{v^2}{2c^2} \right)$

$E_{\text{c,rel}} \approx \frac{1}{2}mv^2$ on retrouve l'expression connue en mécanique classique.

98) $E_{\text{c,rel}} \xrightarrow{v \rightarrow c} +\infty$ il faudrait ainsi fournir une énergie infinie pour que la particule atteigne la vitesse de la lumière.

99) A cette vitesse on trouve $E_{\text{c,rel}} = 9,2 \times 10^{-10} \text{ J}$

$\Delta V_{\text{rel}} = \frac{E_{\text{c,rel}}}{e} = 5,7 \times 10^9 \text{ V} = 5,7 \text{ GV}$

$\Delta V_{\text{rel}} = 5,7 \text{ GV}$

50) On trouve $d_{\text{min}} = 1,59 \text{ km}$. C'est faisable avec beaucoup de moyens.

51) On trouve alors $d_{\text{min}} \approx 1,9 \times 10^3 \text{ km}$. C'est impossible, le LHC doit donc utiliser une autre méthode.

$$\vec{\text{grad}} f(r, \theta, z) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z \quad (5)$$

- Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
- Permittivité diélectrique de l'eau $\epsilon = 3.01 \times 10^{-10} \text{ F/m}$
- Vitesse de la lumière $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$
- Masse d'un proton $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- Charge élémentaire $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

État du fluide	1	2	3	4
Pression (bar)	2,75	14	14	2,75
Température (°C)	5	62	<u>50</u>	-2
Enthalpie massique ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	405	438	270	270
Titre en vapeur	1	1	0	0,37

FIGURE 5- Document réponse A

FIGURE 6- Document réponse B

