Thermodynamique industrielle, Chap. I : Premier et second principes industriels

31 mars 2026

Les machines thermiques que vous avez étudié l'année dernière utilisent un fluide en écoulement passant à travers divers éléments comme un compresseur où un échangeur thermique. Ce fluide reçoit (ou donne) ainsi le long de son parcours du travail et de la chaleur. Nous avons vu en mécanique des fluides la relation de Bernoulli, traduisant un bilan d'énergie fait sur un fluide en écoulement. Nous allons ici voir la version thermodynamique, prenant en compte les échanges de chaleur.

1 Bilan macroscopique sur un système ouvert

Le contexte général est présenté sur la figure 1 : nous voulons effecteur un bilan et utiliser les principes de la thermodynamique sur un élément de machine thermique au travers duquel un fluide en écoulement **stationnaire** s'écoule. La première différence par rapport à certains bilans effectués précédemment (par exemple pour démontrer l'équation de la chaleur) est qu'ici le bilan est sur un système **macroscopique** et non infinitésimal.

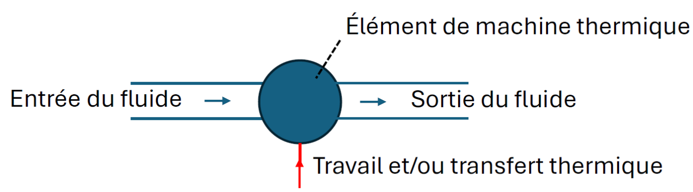

Figure 1 – Élément de machine thermique

La seconde différence et la plus importante est que l'élément de machine thermique est un système **ouvert**, en effet du fluide rentre à gauche et sort à droite. Or on ne peut appliquer les principes de la thermodynamique que sur des systèmes **fermés**. On va devoir trouver une astuce.

2 Exemple : démonstration de la relation de Bernoulli

On considère le système représenté sur la figure 2. On considère un écoulement stationnaire d'un fluide parfait et incompressible. Le système compris entre les surfaces S_A et S_B est noté Σ et est ouvert car du fluide entre en A et sort en B. On veut faire un bilan entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$. On note $\mathrm{d}m_e$ la masse *entrante* dans le système entre t et $t + \mathrm{d}t$

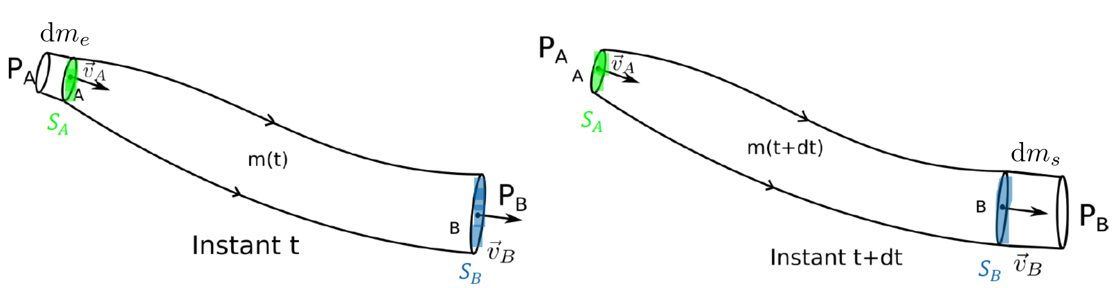

Figure 2 – Système sur lequel on fait un bilan d'énergie

(masse qui traverse S_A pendant dt) et dm_s la masse *sortante* de notre système pendant dt (masse traversant S_B pendant dt).

On définit le système Σ^* comme

- $\Sigma^*(t) = \Sigma(t) \cup \mathrm{d}m_e$
- $\Sigma^*(t + \mathrm{d}t) = \Sigma(t + \mathrm{d}t) \cup \mathrm{d}m_s$

Le système Σ^* est fermé ! En effet entre t et $t + ddt$ rien n'entre ni ne sort de Σ^*. On va pouvoir donc faire des bilans sur ce système fermé.

Commençons par un bilan de masse, on note m_Σ la masse comprise dans le système ouvert Σ donc la masse comprise entre A et B.

On a

$$m_{\Sigma^*}(t) = m_\Sigma(t) + \mathrm{d}m_e \quad ; \quad m_{\Sigma^*}(t + \mathrm{d}t) = m_\Sigma(t + \mathrm{d}t) + \mathrm{d}m_s \tag{1}$$

D'où

$$m_{\Sigma^*}(t + \mathrm{d}t) - m_{\Sigma^*}(t) = m_\Sigma(t + \mathrm{d}t) - m_\Sigma(t) + \mathrm{d}m_s - \mathrm{d}m_e \tag{2}$$

Or la masse d'un système fermé est constante donc $m_{\Sigma^*}(t) = m_{\Sigma^*}(t + \mathrm{d}t)$. Ainsi

$$0 = \frac{\mathrm{d}m_\Sigma}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t + \mathrm{d}m_s - \mathrm{d}m_e \tag{3}$$

De plus notre écoulement est stationnaire donc la masse comprise dans le système Σ ne dépends pas du temps donc finalement

$$\mathrm{d}m_s - \mathrm{d}m_e = 0 \implies \mathrm{d}m_s = \mathrm{d}m_e = \mathrm{d}m \tag{4}$$

et on note

$$D_m = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{5}$$

le débit massique (constant) de l'écoulement.

Nous allons maintenant faire un bilan d'énergie mécanique sur notre système Σ^* et utiliser le théorème de l'énergie mécanique. On note E_m^* l'énergie mécanique su système Σ^* et E_m l'énergie mécanique du système Σ. Le théorème de l'énergie mécanique sur un système fermé nous donne

$$E_m^*(t + \mathrm{d}t) - E_m^*(t) = \delta W_{\mathrm{NC}} \tag{6}$$

où δW_{NC} est le travail des forces extérieurs non conservatives sur Σ^* pendant dt. Ici les seules forces extérieures sont les forces de pression s'appliquant en A et en B. Ainsi on a

$$\delta W_{\mathrm{NC}} = \delta W_{\mathrm{pression}} = -P_A \mathrm{d}V_A - P_B \mathrm{d}V_B \tag{7}$$

En A la masse entre dans le système donc le volume diminue $\mathrm{d}V_A < 0$ alors qu'en B la masse sort donc $\mathrm{d}V_B > 0$ et on a $\mathrm{d}V_B = -\mathrm{d}V_A = D_v \mathrm{d}t = \frac{D_m}{\rho}\mathrm{d}t$. Donc finalement

$$\delta W_{\mathrm{NC}} = \frac{D_m}{\rho}(P_A - P_B)\mathrm{d}t \tag{8}$$

Si on revient à notre théorème de l'énergie mécanique on doit exprimer $E_m^*(t)$ et $E_m^*(t + \mathrm{d}t)$

$$E_m^*(t) = E_m(t) + \mathrm{d}m_z g z_A + \mathrm{d}m_e \frac{v_A^2}{2} \tag{9}$$

$$E_m^*(t + \mathrm{d}t) = E_m(t + \mathrm{d}t) + \mathrm{d}m_s g z_B + \mathrm{d}m_s \frac{v_B^2}{2} \tag{10}$$

Le théorème de l'énergie mécanique donne donc

$$E_m(t + \mathrm{d}t) + \mathrm{d}m_s g z_s + \mathrm{d}m_s \frac{v_s^2}{2} - \left(E_m(t) + \mathrm{d}m_e g z_e + \mathrm{d}m_e \frac{v_e^2}{2}\right) = \frac{D_m}{\rho}(P_A - P_B)\mathrm{d}t \tag{11}$$

or on a $\mathrm{d}m_e = \mathrm{d}m_s = D_m \mathrm{d}t$. On divise par d$t$ et on a

$$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} + D_m\left(g(z_A - z_B) + \frac{v_A^2}{2} - \frac{v_B^2}{2}\right) = \frac{D_m}{\rho}(P_A - P_B) \tag{12}$$

L'écoulement est stationnaire donc l'énergie mécanique de Σ est constante dans le temps, on retrouve donc la relation de Bernoulli

$$P_A + \rho g z_A + \rho\frac{v_A^2}{2} = P_B + \rho g z_B + \rho\frac{v_B^2}{2} \tag{13}$$

3 Premier et second principes industriel

3.1 Démonstration

On va faire un bilan similaire à celui fait précédemment mais avec quelques différences :

- Il y aura cette fois de la chaleur et du travail utile échangés, on va donc utiliser le premier principe de la thermodynamique.
- Le fluide n'est plus incompressible et peut donc changer de masse volumique.

Le système étudié est représenté figure 3. C'est un système ouvert dans lequel le fluide reçoit un travail utile massique w_u et une énergie thermique massique q. De même que précédemment on défini $\Sigma^*(t) = \Sigma(t) \cup \mathrm{d}m_e$ et $\Sigma^*(t+\mathrm{d}t) = \Sigma(t+\mathrm{d}t) \cup \mathrm{d}m_s$ et on se place toujours en régime stationnaire.

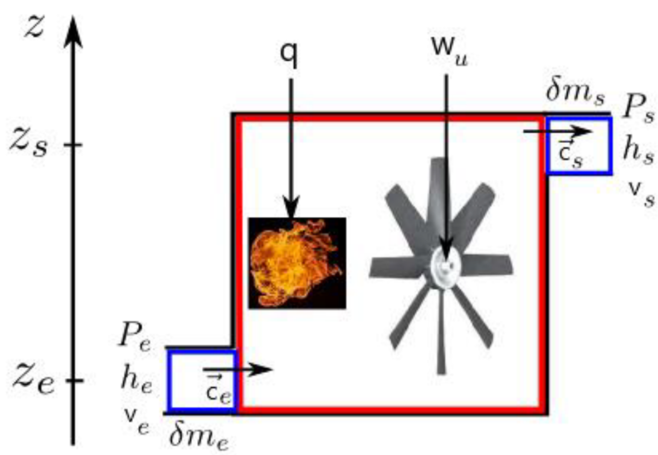

Figure 3 – Système étudié

On note U^* l'énergie interne du système Σ^*, $\mathrm{d}U^* = U^*(t+\mathrm{d}t) - U^*(t)$ et $\mathrm{d}E^*_m = E^*_m(t+\mathrm{d}t) - E^*_m(t)$. On notera c la vitesse du fluide et $v = 1/\rho$ le *volume massique* (on note en minuscule les grandeurs massiques).

Le premier principe de la thermodynamique appliqué sur le système Σ^* nous donne

$$\mathrm{d}U^* + \mathrm{d}E^*_m = \delta W_{\text{pression}} + \delta W_u + \delta Q \tag{14}$$

On a

$$\mathrm{d}U^* = U(t+\mathrm{d}t) - U(t) + u_s \mathrm{d}m_s - u_e \mathrm{d}m_e \tag{15}$$

On est en régime stationnaire, on a montré précédemment avec le bilan de masse que $\mathrm{d}m_e = \mathrm{d}m_s$ donc

$$\mathrm{d}U^* = \mathrm{d}m(u_s - u_e). \tag{16}$$

De même

$$\mathrm{d}E^*_m = \mathrm{d}m\left(\frac{c_s^2}{2} + gz_s - \frac{c_e^2}{2} - gz_e\right) \tag{17}$$

On a vu dans la partie précédente que

$$\delta W_{\text{pression}} = -P_e \mathrm{d}V_e - P_s \mathrm{d}V_s \tag{18}$$

Et on a

$$\mathrm{d}V_e = -\frac{\mathrm{d}m_e}{\rho_e} = -\mathrm{d}m v_e \quad ; \quad \mathrm{d}V_s = \frac{\mathrm{d}m_s}{\rho_s} = \mathrm{d}m v_s \tag{19}$$

ainsi

$$\delta W_{\text{pression}} = \mathrm{d}m(P_e v_e - P_s v_s) \tag{20}$$

En réunissant tout ce qu'on a trouvé on a finalement

$$\mathrm{d}m\left(u_s + \frac{c_s^2}{2} + gz_s - \left(u_s + \frac{c_s^2}{2} + gz_s\right)\right) = \mathrm{d}m(P_e v_e - P_s v_s) + \delta W_u + \delta Q \tag{21}$$

En divisant tout par dm

$$\left[u + Pv + \frac{c^2}{2} + gz\right]_e^s = w_u + q \tag{22}$$

où on a note $w_u = \delta W_u/\mathrm{d}m$ et $q = \delta Q/\mathrm{d}m$.

On identifie $h = u + Pv$ l'entropie massique et on a finalement le **premier principe industriel**

$$\left[h + \frac{c^2}{2} + gz\right]_e^s = w_u + q \tag{23}$$

Important : w_u et q sont le travail utile et la chaleur massiques **reçues** par le fluide en circulation. On le note ici w_u mais on a $w_u = w_i$ cette quantité est la même que le travail indiqué vu en mécanique des fluides.

On peut écrire ce principe avec les puissances utile $P_u = D_m w_u$ et puissance thermique $P_{\mathrm{th}} = D_m q$

$$D_m \left[h + \frac{c^2}{2} + gz\right]_e^s = P_u + P_{\mathrm{th}} \tag{24}$$

Ordre de grandeur des différents termes :

- Variation d'enthalpie massique si de l'eau s'échauffe de 10 °C entre l'entrée et la sortie $h_s - h_e = c_p \Delta T = 41\,850$ J/kg.
- Pour que la variation d'énergie cinétique soit si grande il faudrait une variation de vitesse $c_s - c_e = 2\sqrt{h_s - h_e} \simeq 289$ m/s.
- Pour que la variation d'énergie potentielle de pesanteur soit si grande il faudrait une variation de hauteur $z_s - z_e = (h_s - h_e)/g \simeq 4260$ m.

Ainsi dans la plupart des cas dans les machines thermiques considérées on négligera les variations d'énergies cinétique et potentielle et on écrira

$$h_s - h_e \simeq w_u + q \tag{25}$$

Grâce à ce principe on peut avoir accès à l'énergie thermique massique (et/ou le travail utile massique) reçue par le fluide pendant son trajet dans le système ouvert en connaissant juste les grandeurs pertinentes à l'entrée et à la sortie.

3.2 Exemple : radiateur

On va considérer un échangeur thermique représenté sur la figure 4. Le fluide chaud circule dans le radiateur et chauffe l'air environnant. Le radiateur est un système ouvert sur lequel on va donc appliquer le premier principe industriel.

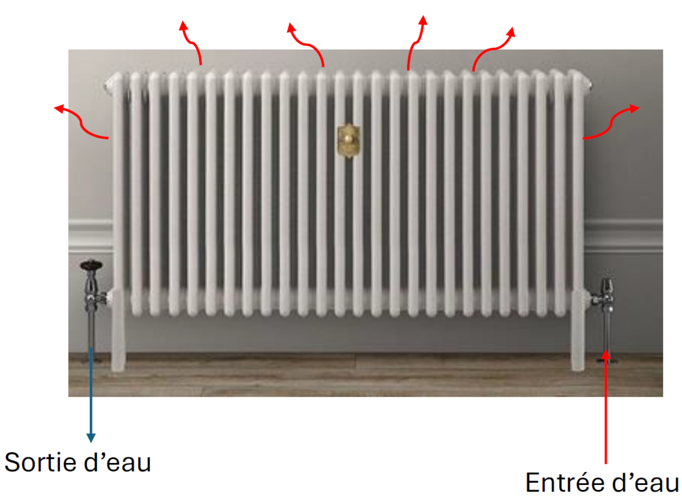

FIGURE 4 – Radiateur

Il n'y a pas de partie mobile ainsi $P_u = 0$. On mesure le débit massique $D_m = 1{,}0$ L/s, la température de l'eau en entrée $T_e = 50$ °C et la température en sortie $T_s = 30$ °C, on a $T_s < T_e$ car l'eau se refroidit au cours de son parcours. On souhaite déterminer la puissance thermique P_{chauf} cédée à l'air de la part du fluide. Le premier principe industriel version puissance s'écrit

$$D_m(h_s - h_e) = P_{\text{th}} \tag{26}$$

L'eau est une phase condensée de capacité thermique massique c_p donc

$$h_s - h_e = c_p(T_s - T_s) \tag{27}$$

Ainsi

$$D_m c_p(T_s - T_e) = P_{\text{th}} = -P_{\text{chauf}} \tag{28}$$

Ainsi

$$P_{\text{chauf}} = D_m c_p(T_e - T_s). \tag{29}$$

A.N. :

$$P_{\text{chauf}} = 84\,\text{W} \tag{30}$$

3.3 Second principe industriel

En faisant un bilan d'entropie sur le système Σ^* et en utilisant le second principe de la thermodynamique on trouve

$$[s]_e^s = s_{\text{éch}} + s_c = \frac{q}{T_{\text{ext}}} + s_c \tag{31}$$

Si la transformation est adiabatique $q = 0$

3.4 Dispositifs classiques

Il y a plusieurs dispositifs classiques qui sont des éléments des machines thermiques. Il est important de savoir exploiter les approximations que l'on fait généralement sur les transformations faites par ces dispositifs.

- Compresseur : une partie mobile apporte du travail au fluide. Le fluide augmente en pression et en température. On considère généralement que le compresseur est calorifugé et qu'ainsi la transformation est *adiabatique*. Le premier principe industriel nous donne alors

  $$\Delta h = w_u + q = w_u. \tag{32}$$

  On considère souvent que la transformation est en plus *réversible*. Ainsi

  $$\Delta s = \frac{q}{T_{\text{ext}}} + s_c = 0 + 0 = 0 \tag{33}$$

- Détendeur : un détendeur est un organe sans partie mobile qui induit une chute de pression du fluide. On considère généralement que le détendeur est calorifugé donc que la détente est *adiabatique*. Ainsi

  $$\Delta h = w_u + q = 0. \tag{34}$$

  La détente adiabatique est *isenthalpique*.