

# Électromagnétisme Partie I : Électrostatique et Magnétostatique

## Chapitre 4 : Conduction électrique et Magnétostatique

31 mars 2026

On a vu en électrostatique les distributions de charge au repos et comment elles pouvaient générer un champ électrostatique que l'on calcule via le théorème de Gauss. Ici nous nous intéresserons aux distributions de courant, qui génèrent un champ magnétostatique, que nous calculerons via le *théorème d'Ampère*.

### 1 Conduction électrique

#### 1.1 Densité volumique de courant

Le courant électrique  $I$  correspond au déplacement de charges dans un fil, il s'exprime en A=C/s c'est l'analogie du débit en mécanique des fluides ou du flux thermique  $\Phi$  en diffusion thermique. On considère un conducteur de section orientée  $\vec{S}$ . Si la charge  $dq$  traverse  $\vec{S}$  pendant le temps  $dt$  alors

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

$I$  est une grandeur algébrique et dépend du sens d'orientation de  $\vec{S}$ .  $I$  est une grandeur macroscopique et correspond à la charge traversant la section entière du conducteur.

On appelle  $\vec{j}$  le **vecteur densité volumique de courant** défini par

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (2)$$

La situation est représentée sur la figure 1.  $\vec{j}$  s'exprime ainsi en A/m<sup>2</sup>. Cette équation est l'analogie de

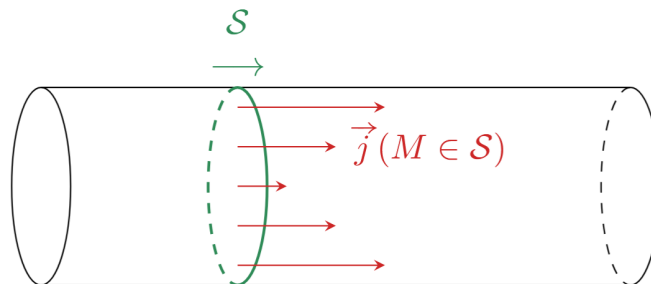


FIGURE 1 – Fil et densité volumique de courant électrique

$$\Phi = \iint_S \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} \quad (3)$$

en diffusion thermique.

Dans le cas où  $\vec{j}$  est uniforme sur toute la surface  $\vec{S}$  alors

$$I = \vec{j} \cdot \vec{S} \quad (4)$$

et si  $\vec{j}$  et  $\vec{S}$  sont colinéaires alors  $I = jS$ .

Si le diamètre du fil est négligeable devant sa longueur et devant la distance d'observation alors la notion de densité volumique de courant perd son intérêt et la seule grandeur pertinente devient l'intensité. On parle de distribution **filiforme**.

## 1.2 Lien avec la densité volumique de charge

Soit un point  $M$  d'un milieu contenant un seul type de porteurs de charges, de densité volumique de charge  $\rho(M)$  se déplaçant à la vitesse  $\vec{v}(M)$ . On a alors

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \quad (5)$$

On vérifie l'homogénéité :  $C/m^3 \times m/s = C/m^2/s = A/m^2$ . La densité volumique de courant correspond au transport de la densité volumique de charge.

**Remarque :** Soit  $q$  la charge des porteurs de charge et  $n$  la densité volumique de porteurs de charge, exprimée en  $m^{-3}$  (cela représente le nombre de porteurs compris dans un volume de  $1 m^3$ ). On a alors

$$\rho = nq \quad ; \quad \vec{j} = nq\vec{v} \quad (6)$$

**Application :** Calculer la vitesse d'ensemble des électrons dans un fil de cuivre de section  $1 mm^2$  parcouru par un courant de  $1 A$ . La densité volumique d'électrons libres dans le cuivre est de l'ordre de  $1 \times 10^{29} m^{-3}$  et on a  $e = 1,6 \times 10^{-19} C$  la charge élémentaire.

## 1.3 Équation de conservation de la charge

La conservation de la charge électrique nous dit que la charge ne peut être ni créée, ni détruite mais uniquement déplacée. Cela implique une relation entre  $\vec{j}$  (caractérisant le mouvement des charges) et  $\rho$  (la densité de charge).

Pour établir cette équation nous allons faire un bilan local, comme en diffusion thermique (1ère moitié de la démo de l'équation de la chaleur).

On considère une tranche de conducteur de section  $S$  comprise entre  $x$  et  $x + dx$  la situation est schématisée sur la figure 2. On considère que la densité volumique de courant  $\vec{j}$  ne dépend que de  $x$

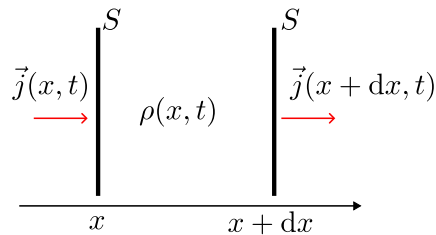


FIGURE 2 – Bilan de conservation de la charge

Comme en diffusion thermique la conservation de la charge nous dit que

$$\text{charge comprise à } t + dt - \text{charge comprise à } t = \text{charge entrante} - \text{charge sortante}$$

On note  $dq$  la charge comprise dans notre tranche infinitésimale,  $\delta q_e$  et  $\delta q_s$  les charges entrante et sortante pendant  $dt$ .

$$dq(t) = \rho(x, t) S dx \quad (7)$$

$$dq(t + dt) = \rho(x, t + dt) S dx \quad (8)$$

La charge entre sur la surface comprise en  $x$  ainsi

$$\delta q_e = I(x) dt = j(x, t) S dt \quad (9)$$

De même la charge sort en  $x + dx$  ainsi

$$\delta q_s = I(x + dx) dt = j(x + dx) S dt \quad (10)$$

La conservation de la charge impose que

$$dq(t + dt) - dq(t) = \delta q_e - \delta q_s \quad (11)$$

Ainsi

$$S dx (\rho(x, t + dt) - \rho(x, t)) = -S dt (j(x + dx, t) - j(x, t)) \implies S dx dt \frac{\partial \rho}{\partial t} = -S dx dt \frac{\partial j}{\partial x} \quad (12)$$

Finalement on arrive à l'équation de conservation de la charge en une dimension

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

À trois dimensions, cette équation se généralise en

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (14)$$

## 2 Théorème d'Ampère

### 2.1 Équations de Maxwell en magnétostatique

Les deux équations de Maxwell de la magnétostatique sont

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad ; \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (15)$$

avec  $\mu_0 = 12,6 \text{ H/m}$  la perméabilité magnétique du vide.

La première est l'équation de Maxwell-Thomson et la seconde l'équation de Maxwell-Ampère, c'est cette dernière qui décrit la génération du champ magnétique par des courants.

L'équation de Maxwell-Thomson contraint la forme du champ magnétique, en effet si on applique le théorème de Green-Ostrogradski

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \implies \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (16)$$

le flux du champ magnétique à travers n'importe quelle surface fermée est nulle, on dit que le champ magnétique est à *flux conservatif*. Cela implique notamment que les lignes de champ magnétiques sont **fermées** (au contraire des lignes de champ électrique).

### 2.2 Exemple de champ magnétique

Avant de s'intéresser aux propriétés de symétrie du champ magnétiques nous allons voir la forme qu'à le champ magnétique généré par un fil infini parcouru par un courant  $I$  uniforme et constant. Ce champ est présenté sur la figure 3.

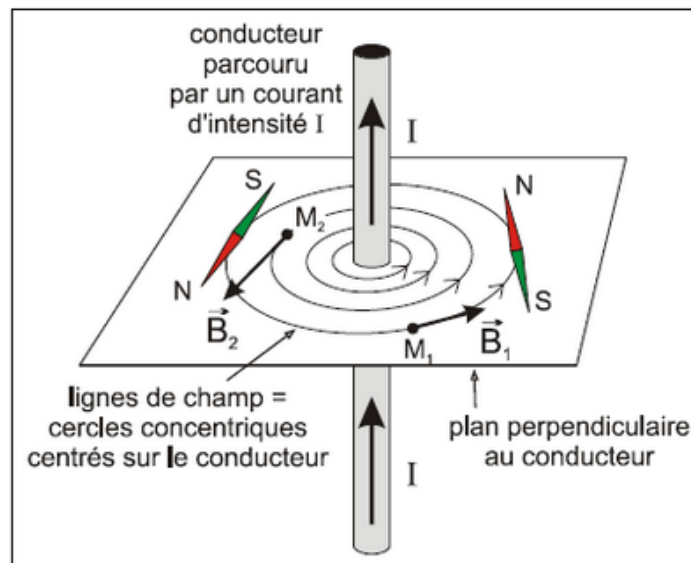


FIGURE 3 – Champ magnétique créé par un fil infini.

Les lignes de champ sont des cercles concentriques centrés sur le fil. Le sens des lignes de champ autour du courant suit la règle de la main droite.

## 2.3 Symétries et invariances des distributions de courant

Le but ici est similaire au cas de l'électrostatique : utiliser symétries et invariances de la *distribution de courants* afin de simplifier la forme du champ magnétique recherché.

### 2.3.1 Invariances

De même que pour les distributions de charge, une distribution de courant est invariante par une transformation si les distributions avant et après transformation sont indiscernables. Les invariances de la distribution de courant permettent de simplifier les dépendances du champ magnétiques.

Dans l'exemple du fil infini de la figure 3, on se place en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , on a donc à priori

$$\vec{B} = B_r(r, \theta, z)\vec{e}_r + B_\theta(r, \theta, z)\vec{e}_\theta + B_z(r, \theta, z)\vec{e}_z \quad (17)$$

La distribution de courant est invariante par translation selon l'axe  $z$ , et par rotation d'angle  $\theta$  autour de l'axe  $Oz$ , ainsi

$$\vec{B} = B_r(r)\vec{e}_r + B_\theta(r)\vec{e}_\theta + B_z(r)\vec{e}_z \quad (18)$$

### 2.3.2 Symétries

**Plan de symétrie :** Un plan  $(\Pi)$  est un plan de symétrie de la distribution de courants si

- il est un plan de symétrie des points
- les courants sont de même orientation symétriquement par rapport au plan

**Plan d'antisymétrie :** Un plan  $(\Pi^*)$  est un plan d'antisymétrie de la distribution de courants si

- il est un plan de symétrie des points
- les courants sont d'orientations opposés symétriquement par rapport au plan

Des exemples sont donnés sur la figure 4

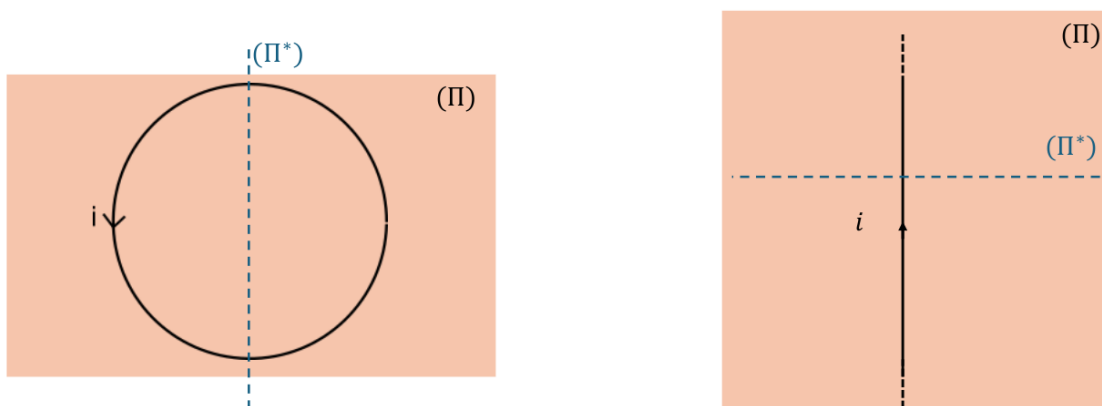


FIGURE 4 – Exemples de plans de symétrie  $\Pi$  et d'antisymétrie  $\Pi^*$  de la distribution de courant.

En imaginant le champ électrique créé par le fil sur l'exemple de droite de la figure 4 on voit que

**Propriétés :**

- Le champ magnétique créé en un point  $M$  d'un plan de symétrie  $(\Pi)$  d'une distribution de courants est orthogonal à ce plan.

- Le champ magnétique créé en un point  $M$  d'un plan d'antisymétrie ( $\Pi^*$ ) d'une distribution de courants est contenu dans ce plan.

Pour déterminer l'orientation du champ magnétique on a ainsi besoin de deux plans d'antisymétrie ou d'un plan de symétrie.

**Remarque :** C'est l'inverse du champ électrique qui est contenu dans les plans de symétrie et orthogonal aux plans d'antisymétrie.

**Exemple :** Pour le fil infini selon l'axe ( $Oz$ ) (figure 3 ou image de droite de la figure 4), tous les plans contenant l'axe ( $Oz$ ) sont des plans de symétrie de la distribution de courant, le champ  $\vec{B}$  est donc orthogonal à tous ces plans on a ainsi

$$\vec{B} = B_\theta(r, \theta, z)\vec{e}_\theta \quad (19)$$

et l'étude des invariances nous disait que  $\vec{B}$  ne dépend que de  $r$ .

## 2.4 Démonstration du théorème d'Ampère

On considère une certaine surface  $S$  de l'espace, entourée du contour fermé  $C$ . L'orientation du contour oriente la surface selon la règle de la main droite. Différentes densité volumiques de courants  $\vec{j}$  peuvent traverser cette surface  $S$ .

L'équation de Maxwell-Ampère en magnétostatique est

$$\vec{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0\vec{j} \quad (20)$$

et le théorème de Stokes (pas à connaître mais à savoir utiliser) nous dit que pour toute surface  $S$  entourée du contour fermé  $C$  et pour tout champ vectoriel  $\vec{A}$

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\text{rot}}\vec{A} \cdot d\vec{S} \quad (21)$$

Appliquons le théorème de Stokes à notre situation et utilisons l'équation de Maxwell-Ampère

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\text{rot}}\vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S \mu_0\vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (22)$$

Enfinement le théorème d'Ampère s'écrit

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacés}} \quad (23)$$

avec  $I_{\text{enlacés}}$  la somme **algébrique** des courants enlacés par le contour fermé  $C$ .

**Remarque :** Le champ magnétique a donc la dimension de  $I \times \mu_0/L$  avec  $L$  une longueur. Cela peut permettre de vérifier l'homogénéité du résultat.

Regardons comment calculer  $I_{\text{enlacés}}$  dans un exemple concret montré sur la figure 5.

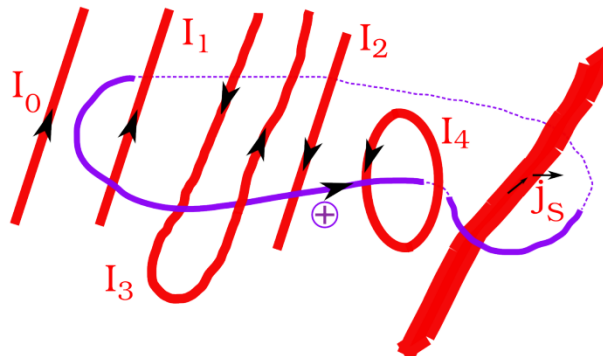


FIGURE 5 – Exemple de courants enlacés dans un contour fermé  $C$ . On notera  $S_a$  la section du tube contenant la densité volumique de courant  $\vec{j}_S$ .

On a ici

$$I_{\text{enlacés}} = I_1 - I_3 - I_2 - I_4 + S_a j_S \quad (24)$$

## 2.5 Applications classiques du théorème d'Ampère

### 2.5.1 Méthode générale

La méthode à suivre pour déterminer l'expression d'un champ magnétique à l'aide du théorème d'Ampère est très similaire à celle utilisée pour le théorème de Gauss.

- On schématise la distribution de courant et on choisit le système de coordonnées en conséquence.
- On analyse les symétries et les invariances pour simplifier l'expression de  $\vec{B}$ .
- On choisit le contour adapté : idéalement le champ magnétostatique est constant et tangent à ce contour.
- On calcule la circulation du champ magnétostatique le long de ce contour, puis les courants enlacés.
- On applique enfin le théorème d'Ampère pour déduire l'expression de  $\vec{B}$ .

**Faire attention à :**

- Bien compter algébriquement les courants enlacés, le signe étant donné par l'orientation du contour choisi.
- Ne pas oublier le  $\mu_0$  dans la formule.

### 2.5.2 Fil infini

On reprend l'exemple de notre fil infini parcouru par un courant  $I$  uniforme et constant

- On se place en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$
- L'étude des symétries et des invariances nous a montré que

$$\vec{B} = B_\theta(r)\vec{e}_\theta \quad (25)$$

- Comme contour  $\mathcal{C}$  on choisit un cercle de rayon  $r$  centré sur le fil. On oriente  $\mathcal{C}$  dans le sens de  $\vec{e}_\theta$ .
- Calculons la circulation du champ magnétique

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\mathcal{C}} B_\theta(r)\vec{e}_\theta \cdot dl\vec{e}_\theta = 2\pi r B_\theta(r) \quad (26)$$

Calculons maintenant les courants enlacés : le contour étant orienté selon  $\vec{e}_\theta$  les courants sont comptés positivement si ils vont vers le haut. Ainsi

$$I_{\text{enlacés}} = +I \quad (27)$$

- On applique le théorème d'Ampère

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacés}} \implies 2\pi r B_\theta(r) = \mu_0 I \implies B_\theta(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (28)$$

Enfin on trouve que le champ magnétostatique créé par un fil infini parcouru par un courant  $I$  est

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta \quad (29)$$

**Remarques :**

- Le champ magnétique est bien conforme aux lignes de champ données sur la figure 3
- On trouve bien que  $B$  est homogène à  $I \times \mu_0/r$ .
- Il décroît en  $1/r$  ce qui est une décroissance plutôt lente qui vient du caractère infini de notre distribution.
- Il diverge vers  $+\infty$  lorsque  $r \rightarrow 0$  : on a modélisé notre fil comme infiniment fin et cette divergence provient de la, on va voir que si on raffine le modèle ce problème disparaît.

### 2.5.3 Câble infini de rayon non nul

On prend un exemple très similaire à celui précédent, seulement cette fois on prend en compte l'épaisseur de notre fil. La situation est représentée sur la figure 6.

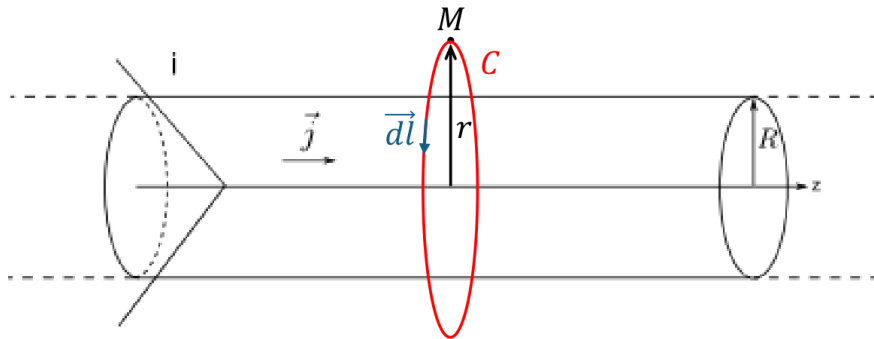


FIGURE 6 – Câble infini parcouru par un courant uniforme et constant.

On note  $R$  le rayon du câble et  $\vec{j} = j\vec{e}_z$  la densité volumique de courant qui le parcourt.

**Remarque :** Le courant  $I$  qui parcourt le fil vaut donc

$$I = \pi R^2 j \quad (30)$$

La situation va être très similaire à celle précédente :

- On se place en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$
- Le câble étant infini, la distribution de courant est invariante par translation selon  $z$ , et elle est également invariante par rotation d'angle  $\theta$

$$\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta \quad (31)$$

De plus le plan contenant le point  $M$  et l'axe  $Oz$  est un plan de symétrie de la distribution de courant. Le champ magnétostatique est donc orthogonal à ce plan. On a donc

$$\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta \quad (32)$$

- Comme contour  $\mathcal{C}$  on choisit un cercle de rayon  $r$  centré sur le fil. On oriente  $\mathcal{C}$  dans le sens de  $\vec{e}_\theta$ .
- Calculons la circulation du champ magnétique

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\mathcal{C}} B_\theta(r)\vec{e}_\theta \cdot dl\vec{e}_\theta = 2\pi r B_\theta(r) \quad (33)$$

Pour le calcul des courants enlacés on va devoir faire une distinction de cas

- Si  $r < R$  on a

$$I_{\text{enlacés}} = \pi r^2 j \quad (34)$$

- Si  $r > R$  on a

$$I_{\text{enlacés}} = \pi R^2 j = I \quad (35)$$

- On applique le théorème d'Ampère et on tient compte de notre distinction de cas

- Si  $r < R$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacés}} \implies 2\pi r B(r) = \mu_0 \pi r^2 j \implies B(r) = \frac{\mu_0 j r}{2} \quad (36)$$

- Si  $r > R$

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacés}} \implies 2\pi r B(r) = \mu_0 \pi R^2 j \implies B(r) = \frac{\mu_0 j R^2}{2r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (37)$$

En conclusion, le champ magnétostatique créé par un câble de rayon  $R$  parcouru par une densité volumique de courant  $\vec{j} = j\vec{e}_z$  uniforme est

- Si  $r < R$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 j r}{2} \vec{e}_\theta \quad (38)$$

- Si  $r > R$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 j R^2}{2r} \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta \quad (39)$$

#### Remarques :

- Pour  $r > R$  on retrouve le même résultat que pour le fil infiniment fin : c'est rassurant car ce sont deux modélisations de la même situation physique.
- La divergence en  $r \rightarrow 0$  a disparu, preuve que c'était bien un problème de modélisation.
- Le champ créé a l'allure montré sur la figure 7.

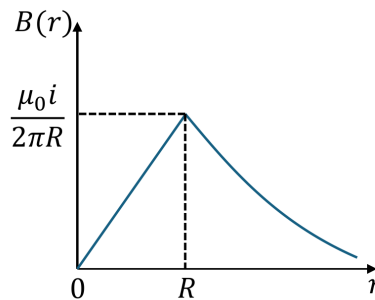


FIGURE 7 – Champ magnétique créé par un câble de rayon  $R$  parcouru par le courant  $i$ .

### 2.5.4 Solénoïde infini

On va rarement vous demander d'appliquer le théorème d'Ampère dans un exemple beaucoup plus complexe que celui-ci : cependant c'est un grand classique à savoir bien faire.

On va considérer ici l'exemple d'un solénoïde (d'une bobine) de longueur  $l$  que l'on considérera infinie, de rayon  $R$ , parcouru par un courant  $I$  uniforme et constant et comportant  $N$  spires. On note  $n = N/l$  la densité linéique de spires c'est à dire le nombre de spires par mètre de bobine. La situation est représentée sur la figure 8.

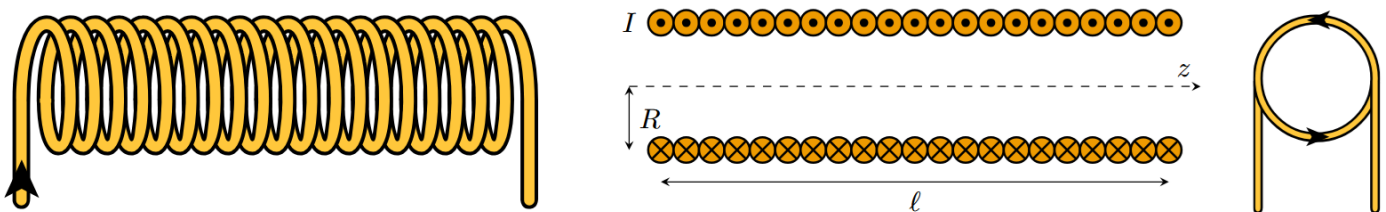
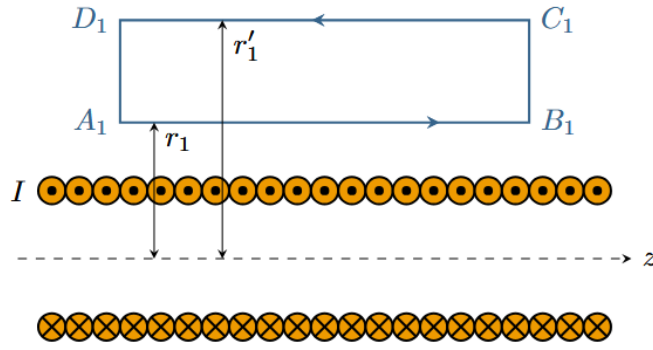


FIGURE 8 – Schéma du solénoïde supposé infini. [Source](#)

- On se place en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ .
- Le solénoïde étant infini, la distribution de courants est invariante par translation selon l'axe  $z$ . Elle est également invariante par rotation d'angle  $\theta$  ainsi

$$\vec{B}(r, \theta, z) = \vec{B}(r) \quad (40)$$

FIGURE 9 – Premier contour d'Ampère choisi. [Source](#)

Le plan contenant le point  $M$  et orthogonal à la bobine est un plan de symétrie de la distribution de courants, le champ magnétostatique est donc orthogonal à ce plan, ainsi

$$\vec{B} = B(r)\vec{e}_z \quad (41)$$

Pour aller plus loin, on va tout d'abord montrer que le champ magnétique est uniforme à l'extérieur de la bobine, ainsi qu'à l'intérieur.

Pour cela on choisit le contour d'Ampère schématisé sur la figure 9. Ce contour rectangulaire  $C_1$  est tangent à  $\vec{B}$  pour deux de ses côtés et orthogonal pour les deux autres. On a  $r'_1 > r_1 > R$ . On note  $a = A_1B_1 = D_1C_1$  la longueur du rectangle.

- Calculons la circulation du champ magnétique

$$\oint_{C_\infty} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{A_1B_1} B(r_1)\vec{e}_z \cdot dz\vec{e}_z + \int_{B_1C_1} B(r)\vec{e}_z \cdot dr\vec{e}_r + \int_{C_1D_1} B(r'_1)\vec{e}_z \cdot (-dz\vec{e}_z) + \int_{D_1A_1} B(r)\vec{e}_z \cdot (-dr\vec{e}_r) \quad (42)$$

$$\oint_{C_\infty} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r_1)a - B(r'_1)a \quad (43)$$

Les courants enlacés sont nuls dans ce cas.

- Le théorème d'Ampère nous donne donc

$$\oint_{C_\infty} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacés}} = 0 \implies B(r_1)a - B(r'_1)a = 0 \implies B(r_1) = B(r'_1) \quad (44)$$

Or  $r_1$  et  $r'_1$  sont des rayons quelconques (ils sont juste extérieurs au solénoïde) ainsi le champ magnétostatique est **uniforme** en dehors du solénoïde. Pour pouvoir terminer le calcul on va **supposer** que ce champ est nul infiniment loin de la bobine et qu'ainsi en tout point extérieur à ce solénoïde infini, le champ magnétique est **nul**.

$$\vec{B}(r > R) = \vec{0} \quad (45)$$

Le même raisonnement avec  $r_1 < r'_1 < R$  nous montre que le champ est également uniforme à l'intérieur du solénoïde

$$\vec{B}(r < R) = B_0\vec{e}_z \quad (46)$$

on va maintenant chercher l'expression de  $B_0$ .

Pour cela on va choisir un contour d'Ampère  $C_\epsilon$  que l'un des côtés soit à l'extérieur de la bobine et que l'un soit à l'intérieur, afin d'enlacer des courants, c'est ce qui est représenté sur la figure 10.

- Calculons à nouveau la circulation du champ magnétique

$$\oint_{C_\epsilon} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{A_2B_2} B(r_2)\vec{e}_z \cdot dz\vec{e}_z + \int_{B_2C_2} B(r)\vec{e}_z \cdot dr\vec{e}_r + \int_{C_2D_2} B(r'_2)\vec{e}_z \cdot (-dz\vec{e}_z) + \int_{D_2A_2} B(r)\vec{e}_z \cdot (-dr\vec{e}_r) \quad (47)$$

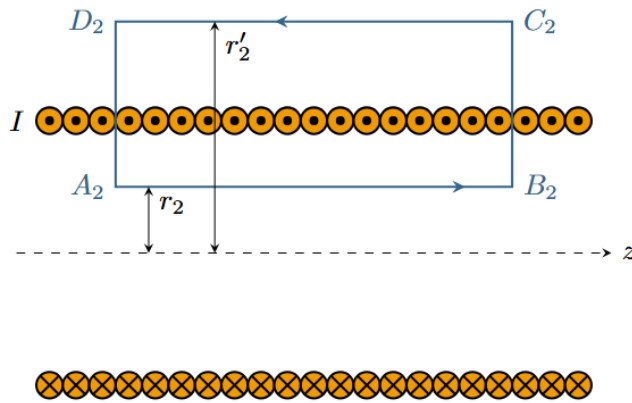


FIGURE 10 – Second contour d'Ampère choisi.

et ainsi

$$\oint_{C_\epsilon} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r_2)a - B(r'_2)a \quad (48)$$

Or  $r'_2 > R$  donc  $B(r'_2) = 0$  et  $r_2 < R$  donc  $B(r_2) = B_0$  d'où

$$\oint_{C_\epsilon} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B_0a \quad (49)$$

Calculons maintenant les courants enlacés

$$I_{\text{enlacés}} = NI \quad (50)$$

où  $N$  est le nombre de spires contenues dans le contour. On a noté  $n$  le nombre de spire par unité de longueur ainsi  $N = na$  d'où

$$I_{\text{enlacés}} = naI \quad (51)$$

- On applique le théorème d'Ampère :

$$\oint_{C_\epsilon} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacés}} \implies B_0a = \mu_0 Ina \implies B_0 = \mu_0 nI \quad (52)$$

Finalement, en supposant que le champ extérieur est nul, le champ magnétostatique créé par un solénoïde infini parcouru par le courant  $I$  et de densité de spires  $n$  est,

$$\vec{B} = \mu_0 nI \vec{e}_z \quad (53)$$

### Remarques :

- Cette expression est bien homogène car  $n$  est en  $m^{-1}$  donc  $B$  est bien en  $\mu_0 \times I/L$ .
- Plus le courant est intense et plus le nombre de spires par mètres est grand, plus le champ généré est grand, ce qui paraît cohérent.

**Rappel :** Le flux propre  $\Phi_p$  d'un solénoïde est le flux du champ magnétique créé par ce solénoïde à l'intérieur de lui-même. On définit l'inductance propre  $L$  d'un solénoïde parcouru par le courant  $i$  par  $\Phi_p = Li$ .

Déterminons  $L$  pour notre solénoïde. On a

$$\Phi_{p,1 \text{ spire}} = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B\pi R^2 = \mu_0 ni\pi r^2 \quad (54)$$

Le flux total traversant la bobine est

$$\Phi_p = N\Phi_{p,1 \text{ spire}} = \mu_0 ni\pi R^2 N = \mu_0 \frac{\pi R^2 N^2 i}{l} \quad (55)$$

Finalement

$$L = \mu_0 \frac{\pi R^2 N^2}{l} = \mu_0 \pi R^2 n^2 l \quad (56)$$

On peut définir l'inductance par unité de longueur  $\mathcal{L} = L/l$

$$\mathcal{L} = \mu_0 \pi R^2 n^2 \quad (57)$$