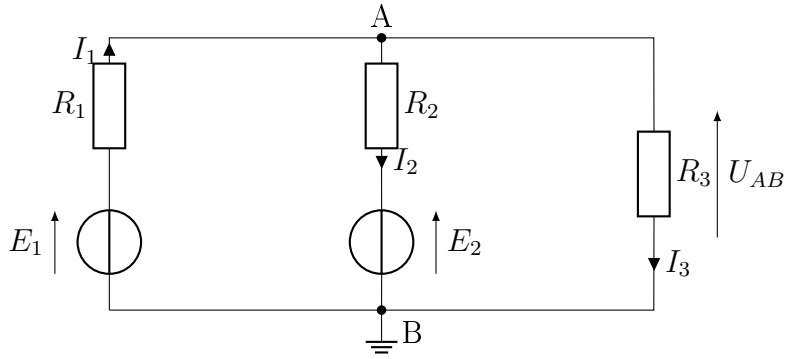


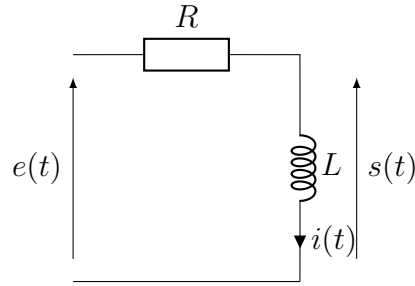
1 Circuit en continu



1. Écrire la loi des nœuds.
2. Exprimer les courants I_1 , I_2 et I_3 traversant chaque branche en fonction de U_{AB} et des autres grandeurs définies sur le schéma.
3. En déduire l'expression de la tension U_{AB} en fonction de E_1 , E_2 , R_1 , R_2 , R_3 .
4. Application numérique : $E_1 = 15V$, $E_2 = 10V$, $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 1k\Omega$, $R_3 = 2k\Omega$. Calculer U_{AB} .

2 Étude d'un filtre RL Passe-Haut

On considère un circuit comportant une bobine d'inductance L et une résistance R en série. La tension d'entrée est $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ et la tension de sortie $s(t)$ est prélevée aux bornes de la bobine.



1. Déterminer la fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$.
2. Montrer qu'elle s'écrit sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$ et identifier ω_c . Quelle est la nature du filtre ?
3. On donne $R = 2,2\,k\Omega$ et $L = 100\,mH$. Calculer la fréquence de coupure f_c .
4. On applique en entrée de ce filtre le signal $e(t) = 3\cos(2\pi 10^4 t)$. Déterminer le signal de sortie $s(t)$.

3 Filtre Passe-Bas résonnant d'ordre 2

Un filtre passe-bas du second ordre possède la fonction de transfert suivante :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

On applique en entrée le signal $e(t) = E_1 \sin(2\pi f_1 t) + E_2 \sin(2\pi f_2 t)$ avec :

- $E_1 = E_2 = 10$ V
 - $f_1 = 100$ Hz
 - $f_2 = 2000$ Hz
1. A l'aide du programme Python fourni, trouver les valeurs de Q , f_0 , H_0 .
 2. Donner les expressions littérales du gain $G(f)$ et de la phase $\Phi(f)$ de ce filtre. Pour la phase, distinguer le cas $\omega > \omega_0$ et le cas $\omega < \omega_0$.
 3. Donner l'expression littérale du signal de sortie $s(t)$.
 4. Par lecture graphique du diagramme de Bode, déterminer le gain en décibel G_{DB} aux fréquences f_1 et f_2 . En déduire les valeurs du gain G à ces fréquences.
 5. Tracer sur un même graphique les spectres du signal d'entrée et du signal de sortie.
 6. Pourquoi l'utilisation d'un filtre passe-bas de facteur de qualité élevé ($Q = 5$) peut-elle être problématique pour la fidélité d'un signal audio, par exemple ?

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import signal

# Parametres du filtre
f0 = 1000 # Frequence propre en Hz
Q = 5.0   # Facteur de qualite
w0 = 2 * np.pi * f0

# Definition de la fonction de transfert Passe-Bas Ordre 2
num = [w0**2]
den = [1, w0/Q, w0**2] # Coeffs du polynome en p = j*omega
sys = signal.TransferFunction(num, den)

# Generation du vecteur frequence de 10Hz a 100kHz
f = np.logspace(1, 5, 1200)
w = 2 * np.pi * f
w, mag, phase = signal.bode(sys, w)

# Trace du gain
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.semilogx(f, mag, color='red', linewidth=2)

plt.title('Diagramme de Bode - Passe-Bas Ordre 2 (Q=5)', fontsize=14)
plt.xlabel('Frequence (Hz)', fontsize=12)
plt.ylabel('Gain (dB)', fontsize=12)
plt.grid(True, which="both", ls="-", alpha=0.5)
```

```
plt.tight_layout()  
plt.show()
```

